粒子法を用いたぜい性材料の高速衝突シミュレーション†

小 紫 公 也* 神 谷 哲 介** 藤 山 大 士**
上 田 恵 嗣*** 藤 原 俊 隆**

Numerical Simulation of High-Speed Impacts on Brittle Materials Using the Particle Methods

by

Kimiya KOMURASAKI*, Tetsuyuki KAMIYA**, Daishi FUJIYAMA**,
Keiji UEDA*** and Toshi FUJIWARA**

A numerical code has been developed to simulate the sampling process of an 'asteroid-material sampler' in a sample return mission planned for astrophysics researches. A projectile is launched at the velocity of several hundred m/s to crush the asteroid surface, which is assumed to consist of hard rocks. In order to analytically reproduce such high velocity impact phenomena of brittle materials, particle methods have been employed in this study. The SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) method and the particle joint method are used to calculate the static pressure and the deviation stress, respectively. Instant failure model and Birch-Murnaghan equation of state are used to describe material characteristics of a granite target. The calculated results could reproduce cracks generated in the granite target.

Key words: High velocity impact, Brittle material, Numerical simulation, SPH method, Crack

記 号

- c : P 波の音速
 e : 内部エネルギー
 E : 縦弾性係数
 G : 弾性係数または横弾性係数
 h : 積分核 (内挿関数) の空間変数
 m : モデル粒子の質量
 P : 圧力
 r : 位置ベクトル (x_1, x_2, x_3)
 s : 偏差応力成分
 t : 時間
 u : 変位
 v : 速度
 W : 積分核 (内挿関数)
 ε : ひずみ
 ϕ : 任意の物理量
 Π : 粒子 a, b 間に働く人工粘性
 ρ : 密度
 σ : 全応力, または垂直応力
 τ : せん断応力
添字
 a, b : 粒子 (計算点) の番号
 i, j : 指標記号
0 : 初期状態
max : 破壊強度

1 緒 言

太陽を周回する小惑星にランデブーし、その岩石サンプルを採取して地球に持ち帰り、太陽系起源の研究に役立てようという「サンプルリターン計画」が、日米でそれぞれ提案されている。^{1), 2)}これらの計画において、サンプル採取装置の開発はその中心的工学課題の一つである。小惑星上は殆ど無重力であり、またその表面は硬い岩石に覆われている可能性が高い。このような条件下では、銃で岩石を破壊して、その破片を回収するのがもっとも効率の良いサンプル回収方法だと考えられる。

小さな弾丸で岩石を破壊するには、毎秒数百メートルの速度で弾丸を衝突させる必要がある。しかし、このような岩石を対象とした高速衝突現象の研究は、これまでにあまり行われておらず、さらに小惑星の表面状態が分かっていない現状では、地上実験にも限界があり、数値的な解析が不可欠となる。

固体同士の衝突現象において、衝突速度が秒速数千メートル以上で、材料の局所的な音速を上回る様な超高速衝突現象においては、静水圧が固体の挙動を支配する。衝撃波が固体中を伝ばし、材料は流体として振る舞う。

材料強度はこの衝突現象の最終状態にのみ影響を与え、解析的には動的な衝突実験から得られた高圧状態での状態方程式と運動方程式により記述される。³⁾

我々はこれまでに、このような超高速衝突破壊現象を解析的に研究するために、SPH (Smoothed Particle

† 原稿受理 平成9年11月17日 Received Nov. 17, 1997

* 正 会 員 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 〒464-8603 名古屋市中千種区不老町, Dept. of Aero. Eng., Nagoya Univ., Chikusa-ku Nagoya 464-8603

** 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 〒464-8603 名古屋市中千種区不老町, Dept. of Aero. Eng., Nagoya Univ., Chikusa-ku Nagoya, 464-8603

*** 学生会員 名古屋大学工学研究科航空宇宙工学専攻 〒464-8603 名古屋市中千種区不老町, Dept. of Aero. Eng., Nagoya Univ., Chikusa-ku Nagoya, 464-8603

Hydrodynamics) 法^{4), 5)}を用いた計算コードの開発を行ってきた。このコードは、連続体の保存方程式、構成方程式、状態方程式、材料強度モデル、破壊モデルで構成されている。粒子法でありながら内挿関数を用いて各点同士を補間し、互いに重なり合って物理量を表現するため、流体現象をうまく記述することができ、スペースデブリの人工衛星隔壁への高速衝突現象等の研究に利用してきた。⁶⁾

一方、秒速数百メートルから数キロメートルの高速衝突現象は、材料は破壊を伴いつつ慣性に支配される。このとき重要なのは運動方程式と材料の破壊モデルである。衝突を受けた材料は、等方的な材料であれば静水圧の作用下では破壊せず、また残留変形も受けないが、偏差応力が静水圧に加わるとき、破壊形式に著しい影響が現れる。またひずみ速度に関しては、ひずみ速度が増せば、塑性変形に対する材料の抵抗は増大し、高速荷重試験における変形曲線は、低速の場合よりも高くなるが、ぜい性破壊を起こしやすい材料に関しては、塑性ひずみが消失し破壊抵抗は実際上変わらない。

この速度領域の破壊現象に関しては、これまでに実用的な問題に対して多くの実験がなされ、各種の破壊モデルが提案されてきたが、⁷⁾理論的な研究は余りなされていない。

本研究では、岩石やセラミックの様なクラックを伴うぜい性材料の高速破壊現象に注目した。クラックの発生は、偏差応力と静水圧の影響を受けるため、静水圧成分の計算には SPH 法を用い、偏差応力成分の計算には粒子連結法を用いた。微小要素間の結合部に作用する全応力を用いて破壊・非破壊を判断し、岩石破壊現象の数値シミュレーションを行った。

2 粒子法

物体を記述する方法としては、ある固定された点から物体を見る Euler 法と、物体と共に動く座標系で記述する Lagrange 法の 2 種類が考えられる。Lagrange 法では物体を空間的に分割して物体素片と共に動く座標系で力学方程式を差分化することになり、Euler 法と比べて精度は良いが、多次元問題の場合は格子点がねじれ計算ができなくなる事が起こりうる。

そこで本研究では、SPH 法や粒子連結法といった粒子法を用いて高速衝突現象の計算を試みた。SPH 法は Lagrange 法と同様に物体を分割し、その素片の運動を追跡する方法だが、異なる点が二つある。一つ目は物体を分割した素片をモデル粒子とすることで、格子による計算点の拘束がないことであり、二つ目は物理量の空間分布を表現するために分布関数を用いることである。計算点の拘束がないことで、メッシュが大きく変形してねじれが生じたりすることが起きる心配はなくなり、Lagrange 法の欠点を補うことができ、また Euler 法と比べても Lagrange 法と似ているため精度が良い。そして積分核の存在により、ある点での物理量は積分核の影響半径に含まれる全ての点での物理量により決定される

ことになり、連続量として扱うことができる。すなわち、SPH 法を用いることにより離散値となる物理量を連続値に置き換えることができ、微積分することが容易になる利点がある。

一方、材料内部でのクラックの発生を捕らえ、更にクラックによって分断された破片が遊離し、空間的に飛散する様子を再現するために、粒子連結法を用いた。SPH 法で用いたモデル粒子をそのまま利用し、その粒子間をバネで連結して弾性変形を考慮し、バネの切断をもってクラックを表現しようとするものである。

2・1 SPH 法

物体が多くのモデル粒子の集まりで構成されていると仮定した上で、それらの粒子一つ一つの運動を各瞬間ごとに追跡していく。そのために変形に対する自由度が極めて大きく、衝突問題に非常に適している。

積分核を用いた点 r での物理量の近似表現は

$$\langle \phi(r) \rangle = \int_D \phi(r') W(r-r', h) dr' \quad (1)$$

と表される。離散化すると、

$$\langle \phi(r_a) \rangle = \sum_{b=1}^N m_b \frac{\phi_b}{\rho_b} W(r_{ab}, h) \quad (2)$$

$$r_{ab} = r_a - r_b$$

となり、粒子 a の位置での物理量 ϕ の近似表現 $\langle \phi(r_a) \rangle$ は、その周囲の粒子の値の足し合わせで表される。

一般によく用いられる積分核はガウス型で、2 次元の場合

$$W(r_{ab}, h) = \frac{1}{\pi h^2} \exp\left(-\frac{r_{ab}^2}{h^2}\right) \quad (3)$$

で表される。ここで空間変数 h は、積分核の影響半径や重みを決定する。空間変数は一定値を取ったり、物理量に応じて変化させる場合もある。ここでは 2 次元なので

$$h = (m/\rho)^{1/2} \quad (4)$$

と与えている。またこの積分核の影響半径を

$$|r_{ab}| \leq 2.7h \quad (5)$$

とし、それ以外の場所においては $W=0$ とした。

SPH 法の特長の一つとして、関数の微積分を簡単に表すことができる事が挙げられる。任意の関数 ϕ に対してその微分 $\nabla\phi$ を考えると、関数の微分の離散表現

$$\begin{aligned} \langle \nabla\phi \rangle &= \nabla\langle \phi \rangle = \int_D \phi_b (\nabla_a W_{ab}) dr_b \\ &= \sum_b m_b \frac{\phi_b}{\rho_b} \nabla_a W_{ab} \end{aligned} \quad (6)$$

を得る。

2・2 粒子連結法

粒子連結法では、物体を数多くのモデル粒子と、それらを結合するつまきバネおよび板バネで表現する。モデル粒子の結合図を Fig. 1 に示す。上図は、引張り応力の増加によってつまきバネに連鎖的な切断が生じる様子を、下図はせん断応力により板バネに切断が生じる様子を表している。この様な粒子間結合の連鎖的な切断により、クラックの発生を表すことができる。一度結合が切断された粒子間には静水圧以外は働かないものとした。

Fig. 1. Particle joint method.

3 基礎方程式

3.1 保存方程式およびその離散化

密度は式 (2) に $\phi = \rho$ を代入することによって得られ

$$\langle \rho(r_a) \rangle = \sum_{b=1}^N m_b W(r_a - r_b, h) \quad (7)$$

と表される。一方質量保存方程式

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \left(\frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2} + \frac{\partial v_3}{\partial x_3} \right) = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} \quad (8)$$

は次のように離散化される。

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\sum_b m_b v_{i,ab} \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_{j,a}} \quad (9)$$

ここで $v_{i,b} - v_{i,a} = v_{i,ba} = -v_{i,ab}$ である。

運動方程式

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (10)$$

を質量保存式と同様に離散化すると

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \sum_b m_b \frac{\sigma_{ij,b} \partial W_{ab}}{\rho_b^2 \partial x_{j,a}} + \frac{\sigma_{ij,a}}{\rho_a^2} \sum_b m_b \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_{j,a}} \quad (11)$$

となる。この式に人工粘性項 Π_{ab} を加えてまとめると、離散化された運動量保存方程式

$$\frac{Dv_i}{Dt} = \sum_b m_b \left(\frac{\sigma_{ij,a}}{\rho_a^2} + \frac{\sigma_{ij,b}}{\rho_b^2} + \delta_{ij} \Pi_{ab} \right) \quad (12)$$

を得る。

エネルギー保存式は

$$\frac{De}{Dt} = \frac{\sigma_{ij} \partial v_i}{\rho \partial x_j} \quad (13)$$

を離散化して

$$\frac{De}{Dt} = -\frac{1}{2} \sum_b m_b \left(\frac{\sigma_{ij,a}}{\rho_a^2} + \frac{\sigma_{ij,b}}{\rho_b^2} + \delta_{ij} \Pi_{ab} \right) v_{i,ab} \frac{\partial W_{ab}}{\partial x_{j,a}} \quad (14)$$

となる。

人工粘性は高速衝突の問題を扱う上で重要である。高速な衝突により物質中に衝撃波が生じる場合、衝撃波後の粒子が前方の粒子を追い越してしまうことがある。そこで粒子が互いに接近するときに、計算上の粘性力が働くよう、人工粘性項を

$$\Pi_{ab} = \frac{1}{\rho_{ab}} (-\alpha \mu_{ab} \overline{c_{ab}} + \beta \mu_{ab}^2)$$

$$\mu_{ab} = \begin{cases} h v_{ab} \cdot r_{ab} / (r_{ab}^2 + \eta^2) & \text{for } v_{ab} \cdot r_{ab} \leq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (15)$$

と与える。ここで、 $\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\eta = 0.01h^2$ がよく用いられる。

3.2 構成方程式

微小要素に働く全応力は、偏差応力成分と静水圧成分に分けると、

$$\sigma_{ij} = s_{ij} - \delta_{ij} P \quad (16)$$

と表すことができる。偏差応力は次式を時間積分することで求める。

$$\dot{s}_{ij} = 2G \left(\dot{\epsilon}_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \dot{\epsilon}_{kk} \right) \quad (17)$$

なおひずみ速度は

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (1/2)(\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}) \quad (18)$$

で表される。

3.3 状態方程式

状態方程式は材料が変化できる状態を示す。平面衝撃波などの実験から、圧力は一般には密度と内部エネルギーの関数 $P = P(\rho, e)$ として求められている。本計算コードでは、材料の種類に応じて、Los Alamos 状態方程式、Shock-Hugoniot 状態方程式、Birch-Murnaghan 状態方程式を用いるが、特に岩石の状態方程式には Birch-Murnaghan 状態方程式を用いた。⁸⁾

Birch-Murnaghan 状態方程式は、

$$P = \frac{k}{3} (v^{-7/3} - v^{-5/3}) \left\{ 1 + \frac{3}{4} \xi (v^{-2/3} - 1) + \frac{\eta}{4} (v^{-2/3} - 1)^2 \right\} \quad (19)$$

で表される。ここで、

$$v = (\rho_0 / \rho)$$

$$k = (9/2)K_0$$

$$\xi = K'_0 - 4$$

$$\eta = \frac{3}{4} \left(K_0 K''_0 + K_0'^2 - 7K'_0 + \frac{143}{9} \right) \quad (20)$$

である。 K_0 は体積弾性率であり、 K'_0 , K''_0 はそれぞれ K_0 の圧力による 1 階および 2 階の微分係数を表している。花崗岩の材料定数を Table I に示す。

Table I. Constants for Birch-Murnaghan equation of state.

material	K_0 GPa	K'_0 —	K''_0 Pa ⁻¹
granite	298	0.7	0

3.4 破壊モデル

金属のような延性材料の破壊においては、高ひずみ速度状態下での弾塑性変形を扱うために材料強度モデル（降伏後の構成方程式モデル、例えば Johnson-Cook Model⁹⁾など）が重要となるが、ぜい性材料の破壊においては、ぜい性材料の性質として高温高压下以外では塑性変形をせずに破壊に至るので、ここでは材料強度モデルの説明は省略する。（鉄製の弾の破壊には材料強度モデルを用いている。）

破壊モデルには、瞬時単純破壊モデルを用いた。破壊は局所的引張りおよびせん断により起こるものとし、粒子間に働く垂直応力、せん断応力に対して

$$\sigma_{ii} \geq \sigma_{\max} \text{ or } |\tau_{ij}| \geq \tau_{\max} \tag{21}$$

を破壊条件とした。本計算に用いた花崗岩 (granite) の弾性係数、ポアソン比、破壊応力を Table II に示す。¹⁰⁾

Table II. Mechanical properties of granite.				
E	G	ν	$\sigma_{\max}$	$\tau_{\max}$
GPa	GPa	—	MPa	MPa
80.3	32.5	0.23	242	12.1

3・5 計算手順

本計算コードのフローチャートを Fig. 2 に示す。粒子の位置、速度を初期値として与え、各粒子の相対位置、相対速度からひずみ、ひずみ速度を求める。さらに構成方程式を用いて偏差応力成分を求める。一方 SPH 法を用いて密度分布を計算し、状態方程式やエネルギー式等から静水圧成分を求める。これら二つの応力成分から全応力を計算し、破壊・非破壊の判定を行う。結合部に働く局所応力が破壊条件を超えたとき、結合は消滅し、その後は圧縮の静水圧成分以外は働かないものとする。

得られた全応力を用いて運動方程式を解き、微小時間後の各粒子の位置、速度を計算し、応力計算を繰り返す。粒子法では時間刻みによって計算が不安定になることはないが、実際には物理量の変化する時間スケールよりも時間刻みを小さくする必要がある。そこで局所的な音速や破壊に至るまでの最大ひずみ等を考慮して最短時間を求め、それに 1 以下の係数をかけて時間刻みを決定した。

Fig. 2. Flowchart of the code.

4 計算結果

計算条件を Fig. 3 に示す。質量 1.58g の鉄製弾丸が厚さ 6 mm の花崗岩の平板に衝突するとした。

Fig. 4 に計算結果を示す。計算は 2 次元で行い、岩石の図の右半分においては、結合部を直線で表し、左半分においては速度ベクトルを直線で表している。

弾丸の衝突に伴って斜め下方にクラックが生じ、クラ

Fig. 3. Calculation conditions.

ックより上側では横方向に速度を持つものに対して、下側では下方に速度を持って、時間と共に分裂していく様子が示されている。理論的な応力最大の線で、クラックが生じたことになる。

小惑星の表面の破壊を模擬するには、更に大きな計算領域を必要とする。Fig. 5 に計算結果を示す。図の右半分においては、クラックを太線で表し、左半分においては、衝突の結果生じたクレーターの形状を太線で表している。Table III に、文部省宇宙科学研究所で行われた衝突実験結果（クレーターの深さ）との比較を示す。¹¹⁾ 実験は凝灰岩 (tuff) と玄武岩 (basalt) の岩石サンプルで行われた。計算で仮定した花崗岩は、これら凝灰岩と玄武岩の中間の破壊強度を有している。衝突条件は、実験、計算共に弾の質量が 1.58g、衝突速度が 250m/s である。

Fig. 4. Calculated results.

Fig. 5. Calculated crater (left) and cracks (right).

Table III. Comparison of the crater depth.

Calculation(granite)	8 mm
Experiment (tuff)	20 mm
(basalt)	7 mm

5 ま と め

粒子法を用いて、ぜい性材料の高速衝突現象の数値解析コードの開発を行った。その結果、ぜい性材料の破壊の特徴であるクラックを表現することができた。

また実験結果と比較では、定量的にそれほど差異はみられず、ぜい性材料の高速衝突現象の基本的な物理は、本計算コードで模擬されているものと考えられる。

最後に、本研究は文部省科学研究費補助金萌芽的研究(08875199)および宇宙科学研究所科学衛星およびロケ

ット観測経費の援助を受けて行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 文部省宇宙科学研究所編, “MUSES-C 計画概要” (1996).
- 2) P. A. Gnoffo, K. J. Weilmuenster, H. H. Hamilton, D. R. Olynick and E. Venkatapathy, AIAA Paper 97-2473 (1997).
- 3) J. A. Zuras ed., “High Velocity Impact Dynamics” (1990) John Willy & Sons, Inc..
- 4) J. J. Monaghan and R. A. Gingold, J. Comp. Phys., **52**, 374 (1983).
- 5) J. J. Monaghan, Comp. Phys. Commun., **48**, 89 (1988).
- 6) 高岡秀年, 小紫公也, 藤原俊隆, 日本航空宇宙学会誌, **45**, 371 (1997).
- 7) M. A. Meyers ed., “Dynamic Behavior of Materials” (1994) John Willy & Sons, Inc..
- 8) 秋元俊一, 水谷仁岩, “岩波3講座地球科学 2, 地球の地質科学 1—高温高压の世界—”, p.34 (1978) 岩波書店.
- 9) G. R. Johnson and W. H. Cook, Eng. Frac. Mech., **21** (1), 31 (1985).
- 10) 岩上定男, “土質力学ハンドブック”, 2章 (1982) 社団法人土木学会.
- 11) 文部省宇宙科学研究所, サンプラー研究会資料 (1996).