2パラメータ法に基づく確率論的破壊評価への 一次近似信頼性手法の適用[†] — 数値解析例による定量的検討 —

佐々木 哲 也*

Application of the First-Order Reliability Method to Probabilistic Failure Assessment Based on the Two-Parameter Approach — A Quantitative Study Using Numerical Examples —

by

Tetsuya SASAKI *

Recent fitness-for-service standards for pressure vessels and pipes tend to adopt the two-parameter approach to evaluate structural integrity of components with crack-like flaws. Some probabilistic methods have also been developed to make quantitative assessments of structural reliability based on the two-parameter approach because there exist a large amount of uncertainties in the assessment parameters. However, most of them employ restricted numerical integration or tedious Monte Carlo simulation methods to calculate failure probabilities, and sufficient sensitivity studies have not yet been carried out. In this paper, making use of the first-order reliability method (FORM) is suggested to efficiently and generally compute failure probabilities based on the two-parameter approach. To confirm adequacy of employing FORM, the failure probabilities of a plate with a center through-wall crack subject to uniform tension are computed by FORM and Monte Carlo simulation methods considering uncertainties in crack size, tensile stress, yield stress and fracture toughness. The results show that FORM provides satisfactory estimates for the wide range of fracture mechanics parameters. Furthermore, the effect of a correlation of yield stress and fracture toughness on the failure probability is also investigated. It is revealed that a positive correlation between yield stress and fracture toughness results in the increase of the failure probability as long as the limit-state surface may be approximated by a hyper-plane near the design point in the standard normal space.

Key words : Structural reliability, Failure probability, Two-parameter approach, Failure assessment diagram, First-order reliability method, Monte Carlo simulation, Importance sampling

1 緒 言

近年、圧力容器やパイプの維持基準におけるき裂状欠陥を有する部材の構造健全性評価に際して、R6法¹⁾やBS 7910²⁾に代表されるようないわゆる2パラメータ法に基づく方法が主流となりつつある。これは主として、2パラメータ法が広範囲の破壊様式に対して適用可能であると同時に、図式的に取り扱えるという利点を有しているためと考えられる。

一方、き裂状欠陥を有する部材の破壊評価における主要なパラメータである欠陥サイズ、荷重、破壊じん性などには無視できない不確実性が存在するため、従来は十分大きな安全率を考慮することによって保守的な評価を行ってきた。しかし、構造物やプラント等の寿命延伸に対する要求や、コストダウンへの要求に応えるためには、過度の保守性は排除する必要がある。このため、確率論的なアプローチによって破壊に対する信頼性を定量的に評価することが望まれている。このことは2パラメータ法による破壊評価においても例外ではなく、これまでに

確率論的な破壊評価に関していくつかの研究^{3)~9)}が報告されている。しかし、従来の研究は破壊確率の評価に一般性の低い数値積分や計算時間を要するモンテカルロシミュレーションを用いたものが大部分である。また、基本変数の確率分布形状や相関についての影響度評価も十分に行われているとは言い難い。

そこで本論文では、効率的かつ一般性の高い評価を可能にするために、2パラメータ法に基づく確率論的破壊評価を一次近似信頼性手法 (FORM ; First-Order Reliability Method) によって行うことの妥当性を数値解析例によって検討する。また、材料強度特性の相関が破壊確率に及ぼす影響についても明らかにする。

2 2パラメータ法の概要

2パラメータ法は小規模降伏状態における応力拡大係数クライテリオンと全断面降伏状態における応力クライテリオンを組み合わせることによって、任意の降伏状態において欠陥からの弾塑性破壊を評価する手法である。具体的には、応力拡大係数 K 、荷重 P を無次元化し、次

[†] 原稿受理 平成 13 年 4 月 16 日 Received Apr. 16, 2001

* 正 会 員 産業安全研究所 〒204-0024 清瀬市梅園, National Inst. of Industrial Safety, Umezono, Kiyose, 204-0024

の K_r , L_r を定義する.

$$K_r = \frac{K(a, P)}{K_{lc}} \quad (1)$$

$$L_r = \frac{P}{P_y(a, \sigma_y)} \quad (2)$$

ここで, K_{lc} は平面ひずみ破壊じん性, P_y はき裂部材の塑性崩壊荷重であり, 剛塑性体の極限荷重とみなすことができる. また, 応力拡大係数 K は荷重 P と欠陥サイズ a の関数であり, P_y は欠陥サイズ a と降伏応力 σ_y の関数である. そして, 適当な破壊評価線図 (FAD; Failure Assessment Diagram) 上に評価点 P (K_r , L_r) をプロットしたとき, P 点が破壊評価曲線の外側に位置することは延性き裂の伝ば開始に相当する. そこで, 保守的評価として延性き裂の伝ば開始点を最終破壊と見なせば, P 点が破壊評価曲線の内側に位置すれば破壊しないと判定され, 外側に位置すれば破壊すると判定される (R6 カテゴリー 1 評価).

2パラメータ法の評価精度は破壊評価曲線に依存するため, これまでに種々の破壊評価曲線が提案されている. 例えば, R6 法では J 積分を用いるオプション 3 が最も上位に位置し, 参照応力法に基づく J 積分の近似を含むオプション 2 がこれに続く. そして, 最も簡単なオプション 1 では, 種々の材料に対して適用可能な保守的な破壊評価曲線として, 次式の破壊評価曲線が与えられている.

$$K_r = (1 - 0.14L_r^2) \{0.3 + 0.7 \exp(-0.65L_r^6)\} \quad (3)$$

ただし, L_r には打ち切り (カットオフ) があり, 流動応力 σ_f に対して $L_r > \sigma_f / \sigma_y$ の場合には, $K_r = 0$ となる.

3 パラメータ法に基づく破壊確率の評価法

3.1 従来の破壊確率評価法

Gates³⁾ は, 平面ひずみ破壊じん性 K_{lc} と流動応力 σ_f の不確定性のみを考慮し, R6 法による破壊確率 P_f を次式のように定式化している.

$$P_f = \iint_{A_{Fail}} f(K_r, L_r) dK_r dL_r \quad (4)$$

ただし, $f(K_r, L_r)$ は K_r , L_r の 2 次元確率密度関数, A_{Fail} は破壊評価線図上で破壊評価曲線より外側の領域である. そして, K_{lc} と σ_f の間に相関がないことを仮定して, 数値積分によって P_f を評価している. さらに, 欠陥サイズ a の不確定性も考慮した場合の P_f を次式のように定式化している.^{4), 5)}

$$P_f = \int_0^W f(a) \iint_{A_{Fail}(a)} f_a(K_r, L_r) dK_r dL_r da \quad (5)$$

ここで, $f(a)$ は欠陥サイズ a の確率密度関数, $f_a(K_r, L_r)$ は欠陥サイズ a における K_r , L_r の 2 次元確率密度関数, $A_{Fail}(a)$ は欠陥サイズが a のときに破壊評価線図上で破壊評価曲線より外側の領域であり, W は欠陥寸法の上限である. 式 (5) と同様の定式化は, Wilson ら,⁷⁾ Guohua ら,⁸⁾ Xing ら⁹⁾ によっても用いられており, 数値積分や重点サンプリング・モンテカルロシミュレーション, 原始的モンテカルロシミュレーション, FORM によって破壊確率が評価されている. 一方, Tsurui ら⁶⁾ は式 (5) のような定式化を用いず, FORM の設計点を利用する重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションコード

ISPUD¹⁰⁾ によって破壊確率を評価している.

3.2 本研究での破壊確率評価法

本研究では, 2パラメータ法に基づく破壊確率評価を効率的かつ一般的に行うために, 式 (5) の定式化を用いず, 直接 FORM の適用を試みる. また, FORM によって計算された破壊確率の妥当性を検証するために, 原始的モンテカルロシミュレーションおよび重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションによる破壊確率の評価も行う. ただし, 破壊評価曲線としては R6 法オプション 1 の式 (3) を用いる.

3.2.1 確率変数の分布形状を考慮した FORM 確率変数と見なすパラメータを, 欠陥サイズ a , 荷重 P , 降伏応力 σ_y , 平面ひずみ破壊じん性 K_{lc} の 4 個とすると

とき, 基本変数ベクトルを $\mathbf{X} = [a, P, \sigma_y, K_{lc}]^T$ とすれば, 式 (3) の破壊評価曲線に基づく限界状態関数 $g(\mathbf{x})$ は, 次式で表される.

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{\sigma_f}{\sigma_y} - L_r & \text{for } L_r > \frac{\sigma_f}{\sigma_y} \\ (1 - 0.14L_r^2) \{0.3 + 0.7 \exp(-0.65L_r^6)\} & \\ -K_r & \text{otherwise} \end{cases} \quad (6)$$

$\mathbf{X}$, $g(\mathbf{x})$ をそれぞれ標準正規確率空間上の $\mathbf{U}$, $G(\mathbf{u})$ に変換し, 制約条件付き非線形最適化問題

$$\begin{aligned} \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} &\rightarrow \min. \\ \text{Subject to } G(\mathbf{u}) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

を解くことにより, 原点から限界状態局面までの最短距離として信頼性指標 β が求められる. なお, 基本変数が非正規かつ相関を有する場合の標準正規化は, Der Kiureghian ら¹¹⁾ による近似式を用いている. β が得られれば, 標準正規確率分布関数 $\Phi(\cdot)$ を用いることにより, FORM による破壊確率 $P_{f,FORM}$ は,

$$P_{f,FORM} = \Phi(-\beta) \quad (8)$$

で与えられる.

3.2.2 モンテカルロシミュレーション いま, $\mathbf{x}^{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) を $\mathbf{X}$ の確率密度分布 $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ に従って発生された乱数列とする. このとき, 指標関数 $I(\mathbf{x})$

$$I(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 & \text{for } \mathbf{x} \in A_{Fail} \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (9)$$

を用いると, 原始的モンテカルロシミュレーションによる破壊確率 $P_{f,MCS}$ は,

$$P_{f,MCS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\mathbf{x}^{(i)}) \quad (10)$$

で与えられる.

一方, 重点サンプリング (Importance sampling) ・モンテカルロシミュレーションによる破壊確率 $P_{f,IS}$ は, 新しいサンプリング関数 $h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ を用いることにより,

$$P_{f,IS} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(\mathbf{x}^{(i)}) \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}^{(i)})}{h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}^{(i)})} \quad (11)$$

で与えられる. 本研究では, $h_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ として, $f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})$ を中心が設計点に一致するように移動させたものを用いている.

4 数値解析例による FORM 適用の妥当性評価

2 パラメータ法に基づく確率論的破壊評価において、確率変数の分布形状を考慮した FORM によって破壊確率が精度良く近似評価できるかどうかを解析的な方法で一般的に示すことは困難である。そこで、本論文では最も基本的な場合として、一様引張りを受ける中央貫通き裂付き平板を例に取り、工業上問題となる範囲内で各種破壊力学パラメータを変化させた数値解析を行い、FORM 適用の妥当性を検討した。

4・1 解析方法

解析対象として、Fig. 1 に示すような一様引張りを受ける中央貫通き裂付き平板を仮定する。このモデルに対して、 K_I パラメータを次式で計算した。

$$K_I = \frac{K_1}{(E'J_{lc})^{1/2}} \quad (12)$$

ここで、 J_{lc} は弾塑性破壊じん性であり、 E' はヤング率 E とポアソン比 ν から、次式で定まる。

$$E' = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (13)$$

モード I の応力拡大係数 K_I は、Tada らの解¹²⁾

$$K_I = F_m \sigma_m \sqrt{\pi c} \quad (14)$$

$$F_m = \frac{1 - 0.025(2c/W)^2 + 0.06(2c/W)^4}{\sqrt{\cos(\pi c/W)}}$$

を用いた。

また、 L_r パラメータはき裂が存在するときの塑性崩壊荷重を用いて次式で計算した。

$$L_r = \frac{\sigma_m}{\sigma_y(1-2c/W)} \quad (15)$$

4・2 解析条件

確率変数と見なすパラメータは、無次元き裂長 $2c/W$ 、負荷応力 σ_m 、降伏応力 σ_y 、弾塑性破壊じん性 J_{lc} の 4 個である。各確率変数は統計的に独立で、Table I に示すような統計的性質を有するものと仮定した。 c 、 σ_m 、 σ_y 、

Fig. 1. A plate with a center through-wall crack subject to uniform tension.

Table I. Standard statistical properties of basic variables.

Variable	Mean	C.O.V.	Distribution type
$2c/W$	0.05 ~ 0.75	0.1	Lognormal
σ_m	$\sigma_y/1.5, \sigma_y/2.5, \sigma_y/3.5$	0.1	Lognormal
σ_y	As shown in Table II	0.1	Lognormal
J_{lc}	As shown in Table II	0.1	Lognormal

J_{lc} の確率分布形状については諸説あり、明確な結論は得られていないため、代表的な非対称分布である対数正規分布を仮定し、変動係数は全て 0.1 とした。なお、本論文では確率変数の分布形状を考慮した FORM を用いているため、分布形状の違いが FORM の適用性に及ぼす影響は小さいと考えられる。

変化させたパラメータは各確率変数の平均値と板幅 W であり、いずれも工業上問題となるような範囲内で変化させた。すなわち、板幅 W は 100mm, 1000mm の 2 種類、負荷応力 σ_m の平均値は降伏応力基準の安全率を参考にして $\sigma_y/1.5, \sigma_y/2.5, \sigma_y/3.5$ の 3 種類を仮定した。また、材料は前述の条件下で破壊評価線図上の評価点が広範囲に分布するように、A533B, HY-130 (σ_y, J_{lc} の平均値、引張り強さは Table II に示す値を仮定) の 2 種類を仮定した。そして、無次元き裂長 $2c/W$ の平均値を $0.05 \leq 2c/W \leq 0.75$ の範囲で変化させて確率分布を考慮した FORM、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーション、原始的モンテカルロシミュレーションの 3 種類で破壊確率を計算した。

実際の数値計算は、著者が開発した構造部材の信頼性評価システム¹⁴⁾を拡張することによって行った。なお、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションのサンプリング数は $N_{IS} = 2000$ とし、原始的モンテカルロシミュレーションのサンプリング数 N_{MCS} は次式で決定した。

$$N_{MCS} = \max\left(2000, \left\lceil \frac{500}{P_{f,FORM}} \right\rceil\right) \quad (16)$$

ここで、 $[x]$ は x を越えない最大の整数を表す。ただし、 N_{MCS} が 10^7 を越えるときは、計算時間の制約から評価を行わなかった。

4・3 解析結果

Fig. 2 は、本例題の解析条件に対する破壊評価線図上の評価点を示したものである。図中の記号の白抜き、黒塗りはそれぞれ A533B, HY-130 を表しており、記号の大小はそれぞれ $W=1000\text{mm}$, $W=100\text{mm}$ を表している。また、丸印、四角印、三角印の各記号はそれぞれ $\sigma_m =$

Table II. Mechanical properties of materials.¹³⁾

	Yield stress σ_y (MPa)	Ultimate strength σ_u (MPa)	Fracture toughness J_{lc} (MN/m)
A533B	460	622	190
HY-130	951	1048	150

Fig. 2. Assessment points on the failure assessment diagram.

$\sigma_y/1.5$, $\sigma_y/2.5$, $\sigma_y/3.5$ を表している。ただし、図中には L_r のカットオフ点は表示していない。本論文の解析条件に対して各評価点は破壊評価線図上で幅広く分布し、特に HY-130/ $W=1000\text{mm}$, HY-130/ $W=100\text{mm}$, A533B/ $W=100\text{mm}$ がそれぞれ線形弾性に近い領域、弾塑性領域を代表し、塑性崩壊に近い領域を代表していることがわかる。

Fig. 3 ~ Fig. 6 は、それぞれ A533B/ $W=100\text{mm}$, A533B/ $W=1000\text{mm}$, HY-130/ $W=100\text{mm}$, HY-130/ $W=1000\text{mm}$ の各場合に無次元き裂長さ $2c/W$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化を各 σ_m ごとに示したものである。いずれの場合も、FORM、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーション、原始的モンテカルロシミュレーションによって計算された破壊確率には実用上問題となるような差はないことがわかる。従って、本論文の解析例・条件に関しては、確率変数の分布形状を考慮した FORM によって効率的かつ実用上十分な精

Fig. 3. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ by various methods (A533B/ $W=100\text{mm}$).

Fig. 4. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ by various methods (A533B/ $W=1000\text{mm}$).

Fig. 5. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ by various methods (HY-130/ $W=100\text{mm}$).

Fig. 6. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ by various methods (HY-130/ $W=1000\text{mm}$).

度で破壊確率の評価が可能であると言える。このことは、標準正規確率空間上の限界状態曲面が設計点近傍で平面近似できることを意味しており、他の負荷様式、部材形状についても、限界状態関数の形状が大きく異なる限り、同様の結果が得られることが期待される。

5 σ_y と J_{Ic} の相関が破壊確率に及ぼす影響

前章の数値解析では、無次元き裂長 $2c/W$ 、負荷応力 σ_m 、降伏応力 σ_y 、弾塑性破壊じん性 J_{Ic} の4個の確率変数がそれぞれ統計的に独立であると仮定したが、実際には σ_y と J_{Ic} の統計的データには何らかの相関があると考えられる。そこで、これらの相関が2パラメータ法に基づく破壊確率評価に及ぼす影響を検討した。

5.1 数値解析例による検討

前章の解析例のうち、破壊評価線図上で線形弾性に近い領域、弾塑性領域、塑性崩壊に近い領域を代表する例として、それぞれ① HY-130/ $W = 1000\text{mm}/\sigma_m = \sigma_y/3.5$ 、② HY-130/ $W = 100\text{mm}/\sigma_m = \sigma_y/3.5$ 、③ A533B/ $W = 100\text{mm}/\sigma_m = \sigma_y/3.5$ を選び、 σ_y と J_{Ic} に相関係数 $r = +0.5$ 、 $r = -0.5$ の相関がある場合の破壊確率を重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションで計算して、相関がない場合の破壊確率と比較した。Fig. 7 は無次元き裂長さ $2c/W$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化を①、②、③の各場合ごとに示したものである。いずれの場合も、 σ_y と J_{Ic} に正の相関がある場合には相関がない場合に比べて破壊確率が大きくなり、負の相関がある場合には相関がない場合に比べて破壊確率が小さくなっている。

ただし、線形弾性領域に近い①の場合には、 σ_y と J_{Ic} の相関が破壊確率に及ぼす影響はほとんどない。これは、 σ_y と J_{Ic} のばらつきが破壊確率に寄与する割合が破壊評価線図上での位置によって変化するためと考えられる。そこで、①、②、③の各場合について、 σ_y と J_{Ic} の変動係数 Z のうち一方だけを0にした解析を行い、変動係数が両方0.1の場合と比較した。Fig. 8 に無次元き裂長さ

Fig. 7. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ for different coefficients of correlation between σ_y and J_{Ic} .

Fig. 8. Relationship between failure probability P_f and normalized crack length $2c/W$ for different coefficients of variation of σ_y and J_{Ic} .

$2c/W$ の平均値を変化させたときの破壊確率の変化を①、②、③の各場合ごとに示す。線形弾性領域に近い①では、 σ_y のばらつきが破壊確率にほとんど寄与しておらず、このために σ_y と J_{Ic} の相関が破壊確率に影響を及ぼさなかったことがわかる。一方、②、③の場合には逆に J_{Ic} のばらつきが破壊確率に寄与する割合が小さいことがわかる。このように破壊確率に寄与する割合の小さい確率変数については、確定値として取り扱うことにより、効率的な破壊確率評価が可能になる。

5.2 理論的検討

次に、前節の前半で示されたような σ_y と J_{Ic} の相関が破壊確率に及ぼす影響が、2パラメータ法による確率論的破壊確率評価において一般的に成り立つかどうかを理論的に検討する。

いま、 n 次元の正規確率変数ベクトル $\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ に対する限界状態関数 $g(\mathbf{x})$ が一次式

$$g(\mathbf{x}) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (17)$$

で表されるとき、 X_i ($i = 1, 2, \dots, n$) の平均値を μ_i 、標準偏差を σ_i とし、 X_i と X_j の相関係数を r_{ij} とすれば、信頼性指標 β は、

$$\beta = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j r_{ij} \sigma_i \sigma_j}} \quad (18)$$

で表される。従って、 a_i, a_j が同符号であるとすれば、 $r_{ij} > 0$ のときには r_{ij} の値が大きいほど信頼性指標 β が減少（破壊確率は増加）し、 $r_{ij} < 0$ のときには $|r_{ij}|$ の値が大きいほど逆に β が増加（破壊確率は減少）する。¹⁵⁾

前章での数値解析例では、各種パラメータを工業上問題となるような範囲で変化させても、限界状態曲面が設計点近傍で平面で近似できることが示されている。この近似平面が式 (17) で表されるとすると、 σ_y, J_{Ic} はいずれも材料強度に関係する量であるから、 σ_y, J_{Ic} に相当する

確率変数 X_i の係数 a_i は同符号であると考えられる。このため、前述の議論から σ_y と J_{Ic} に正の相関がある場合には相関がない場合に比べて破壊確率が大きくなり、負の相関がある場合には相関がない場合に比べて破壊確率が小さくなる事が説明できる。従って、2パラメータ法に基づく確率論的破壊評価において、本論文での解析例のように限界状態曲面が設計点近傍で平面近似できる場合、 σ_y と J_{Ic} の間に強い正の相関があるにも関わらず相関を無視した破壊確率の評価を行うと一般に非保守的な評価となることがわかる。

6 結 言

2パラメータ法に基づく確率論的破壊評価への FORM の適用性、並びに材料強度特性の相関が破壊確率に及ぼす影響を調べるために、一様引張りを受ける中央き裂付き平板の破壊を例にした数值解析を行った結果、以下の結論を得た。

(1) 確率変数の分布形状を考慮した FORM、原始的モンテカルロシミュレーション、重点サンプリング・モンテカルロシミュレーションによる破壊確率には、各種破壊力学パラメータを工業上問題となるような範囲で変化させても実用上問題となるような差はなく、確率変数の分布形状を考慮した FORM によって効率的かつ実用十分な精度で破壊確率の評価が可能であることがわかった。このことは、標準正規確率空間上の限界状態曲面が設計点近傍で平面近似できることを意味しており、他の負荷様式、部材形状についても、限界状態関数の形状が大きく異ならない限り、同様の結果が得られることが期待される。

(2) 降伏応力 σ_y と J_{Ic} の間に正の相関がある場合は、相関のない場合と比較して破壊確率は大きくなり、負の相関がある場合は、相関のない場合と比較して破壊確率は小さくなる。従って、 σ_y と J_{Ic} の間に強い正の相関がある場合に相関を無視した破壊確率の評価を行うと非保守的な評価となる。このことは、限界状態曲面が設計点近傍で平面近似できるならば、2パラメータ法に基づく確

率論的破壊評価において一般的に成り立つ。

(3) 数值解析例においては、線形弾性に近い領域では、降伏応力 σ_y と弾塑性破壊じん性 J_{Ic} の相関が破壊確率に及ぼす影響はほとんどなかったが、これは σ_y のばらつきが破壊確率にほとんど寄与していないためと考えられる。

参 考 文 献

- 1) I. Milne, R. A. Ainsworth, A. R. Dowling and A. T. Stewart, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **32**, 3 (1988).
- 2) British Standards Institution, "BS 7910 : 1999" (1999).
- 3) R. S. Gates, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **13**, 155 (1983).
- 4) R. S. Gates, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **18**, 1 (1985).
- 5) R. S. Gates, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **18**, 91 (1985).
- 6) A. Tsurui, J. Nienstedt, G.I. Schuëller and H. Tanaka, Eng. Fract. Mech., **34**, 153 (1989).
- 7) R. Wilson and R. A. Ainsworth, Proc. 11th Int. Conf. on Structural Mechanics in Reactor Technology, G, 325 (1991).
- 8) C. Guohua and D. Shuho, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **69**, 273 (1996).
- 9) J. Xing, Q.P. Zhong and Y. J. Hong, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **73**, 161 (1997).
- 10) U. Bourgund and C.G. Vucher, Report 8-86, Institute of Engineering Mechanics, University of Innsbruck (1986).
- 11) A. Der Kiureghian and P.-L. Liu, ASCE, J. of Eng. Mech., **112**, 85 (1985).
- 12) H. Tada, P. Paris and G. Irwin, "The Stress Analysis of Cracks Handbook" (1973) Del Research Corporation.
- 13) 町田 進編, "延性破壊力学", p.148 (1984) 日刊工業新聞社.
- 14) 佐々木哲也, 第4回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム論文集, 337 (2000).
- 15) 長 尚, "基礎知識としての構造信頼性設計", p.105 (1993) 山海堂.