動的分岐破壊の数値シミュレーションによる研究†

西 岡 俊 久* TCHOUIKOV Stanislav** 藤 本 岳 洋*

Study of Dynamic Branching Fracture by Numerical Simulation

by

Toshihisa NISHIOKA*, Stanislav TCHOUIKOV** and Takehiro FUJIMOTO*

Dynamic branching fracture phenomena are often observed in brittle materials. Prediction of such fracture path is extremely important not only for academic interest, but also to prevent catastrophic failure of structures and to establish a safety design methodology. In previous studies, we elucidated the governing condition of dynamic branching fracture phenomena from experimental results, and also succeeded the generation-phase simulation for dynamic branching fracture. In this study, we develop a fracture-path prediction simulation method for dynamic branching fracture phenomena. In these simulations, the dynamic fracture mechanics parameters for shortly bifurcated cracks are accurately evaluated by a switching method of the path independent dynamic J integral. By using the maximum hoop stress criterion and the local symmetry criterion, the fracture-path prediction simulations are carried out. The results of both prediction theories excellently agree with the experimentally observed actual fracture paths.

Key words: Dynamic crack bifurcation, Fracture path prediction, Dynamic J integral, Moving finite element method, Delaunay automatic mesh generation, Critical energy flux criterion

1 緒 言

材料や構造物のぜい性破壊において、高速伝ば中のき裂が分岐する、いわゆる動的き裂分岐は事後に非常によく観察できる現象である。分岐した各き裂先端は別々に進展し、構造物の各所に破壊が及ぶ。このため、動的き裂分岐条件の解明と、その後の破壊経路の予測手法の構築は、構造物の安全評価の上で非常に重要な問題であるといえる。しかしながら、このような動的伝ばき裂の分岐条件に対しては、幾つかの提案があったものの、近年まで十分には明らかにされていなかった。¹⁾

これに対し、本研究者は動的き裂分岐現象について、超高速度カメラを用いてコースティックス法実験を行った。そして、その実験結果から、「動的伝ばき裂先端への単位時間当たりの全エネルギー流入束が材料固有の一定値に達した時、き裂分岐が生じる」という動的き裂分岐条件を、明らかにした。¹⁾

一方、動的分岐破壊の精密な数値シミュレーションは種々の困難のために、最近まで成功していなかった。本研究ら^{2), 3)}は、これを解決するため、デローニー自動要素分割⁴⁾に基礎をおく移動有限要素法を開発した。また、動的分岐き裂のそれぞれの先端の動的J積分値⁵⁾を高精度に評価できる経路独立動的J積分スイッチング法を開発した。次に、荷重条件やき裂伝ば履歴を入力データとして用いて、動的き裂分岐破壊現象を忠実に再現するいわゆる生成形シミュレーションを移動有限要素法により成功させた。³⁾さらに、これにより、実験では得ることのできない物理量の評価等を可能にした。

本研究では、初めに、デローニー自動要素分割⁴⁾を基

に、動的分岐破壊経路予測を可能にする移動有限要素法を開発した。一般に、破壊経路予測基準は、現き裂先端から伝ば方向を決定できる陽的予測理論 (Explicit Prediction Theory) と、微小き裂進展後の条件から方向を決定する陰的予測理論 (Implicit Prediction Theory) に大別できる。⁶⁾本研究では、陽的予測理論として最大周方向応力説を、陰的予測理論として局所対称理論を採用した。次に、この移動有限要素法を用いて、先の実験条件の下で動的分岐破壊に対し混合形・破壊経路予測モードシミュレーション⁷⁾を行った。陽的予測理論、陰的予測理論ともに実験による破壊経路と極めてよく一致するシミュレーション結果を得た。また、動的J積分や応力拡大係数も実験とよく一致するものが得られた。

なお、文献8)では、分岐後のき裂速度を仮想的に一定として、局所対称理論により破壊経路を予測した。本研究では、実際の実験き裂伝ば履歴をもとに、厳密に混合形・破壊経路予測モードシミュレーション⁷⁾を行い、さらに動的分岐破壊の詳細な様相を明らかにした。

2 動的分岐破壊実験

本研究の動的分岐破壊経路予測シミュレーションの予測結果の妥当性を論じるため、ここで、動的分岐破壊実験結果¹⁾について説明する。

実験で用いた試験片の形状、寸法をFig. 1に示す。初期切欠先端は、き裂進展エネルギーを大きく蓄え、き裂速度を上げるために、直径1mmの半円に加工した。二つの荷重システムにより荷重を加えて、動的き裂分岐現象を発生させた。き裂分岐は、強い引張応力が負荷されている第2荷重システムの荷重線上付近で生じる。超高

† 原稿受理 平成13年11月19日 Received Nov. 19, 2001

* 正 会 員 神戸商船大学商船学部海洋機械工学講座 〒658-0022 神戸市東灘区深江南町, Dept. of Ocean Mech. Eng., Kobe Univ. of Mercantile Marine, Higashinada-ku, Kobe, 658-0022

** 神戸商船大学大学院商船学研究科 〒658-0022 神戸市東灘区深江南町, Dept. of Ocean Mech. Eng., Kobe Univ. of Mercantile Marine, Higashinada-ku, Kobe, 658-0022

Fig. 1. Specimen geometry.

速度カメラで撮影した高速度写真の一例を Fig. 2 に示す。試験片材料は Homalite 911 である。この試験片では、ぜい性破壊開始 $t_0 = 0$ から測った時刻 $79.4\mu\text{s}$ において、動的き裂分岐が生じた。分岐後の破壊経路は、時刻 $169.6\mu\text{s}$ の写真に見られるようにほぼ対称であった。なお、動的コースティックス法理論^{9), 10)}により、コースティックス像（シャドウスポット）内で、き裂先端は中心より若干上側にあることが知られている。

本実験から得られたき裂進展速度の履歴を Fig. 3 に示す。き裂分岐の前後においてき裂進展速度 C は、大きく変化しておらず、ほぼ一定速度でき裂が進展していることが分かる。この結果から、き裂進展速度を動的な分岐破壊の発生条件パラメータとして用いることができないことが分かる。また、き裂分岐直後の二つのき裂速度はき裂分岐時の主き裂のものと同じであることが分かる。

写真のコースティックス像寸法より、動的コースティックス法理論^{9), 10)}に基づいて、応力拡大係数や動的 J 積分値 J' （動的ひずみエネルギー解放率と等価）を計測した。さらに文献 1) では、多数の動的な分岐破壊実験を行い、各実験の分岐瞬間の動的 J 積分値などを評価した。また、単位時間当たりのき裂先端への全エネルギー流入束（以

Fig. 3. Experimentally measured crack velocity variations.

後これを ϕ_{total} とよぶ) を $\phi_{\text{total}} = J' \cdot C$ で評価した。これらの結果から、動的き裂分岐現象は、 ϕ_{total} が材料固有のある臨界値に達したとき生じることを明らかにした。

また、文献 1) では、全エネルギー流入束 ϕ_{total} からき裂停止抵抗に消費されるエネルギーを引いた超過エネルギー流入束 ϕ_{excess} についても理論的考察を行い、 ϕ_{excess} は多数き裂分岐に適用が困難であることを示した。なお、 ϕ_{excess} と同じ次元で表現されるパラメータが Arakawa・Takahashi¹¹⁾によって提案されている。

3 デローニー自動要素分割に基礎をおく

移動有限要素法

前節の動的な分岐破壊現象について、実験では得られない物理量を詳細に調べる手段として、数値シミュレーションを行なうことが考えられる。しかし、これまで実際の動的な分岐破壊現象を高精度で再現した数値シミュレーションはなされていなかった。これは、以下の理由等が原因であった。

- (1) 通常の数値解析法では、動的な移動特異点問題を精度よく解析できない。
- (2) 動的き裂分岐が生じた物体点は、3 つ以上の点に分離し急速除荷が生じる。節点解放法等の既存の方法では、その挙動を精度よく評価することができない。
- (3) 分岐したき裂進展経路は複雑である。これを精度よく自動的に再現できるモデル化手法が必要である。

Fig. 2. High-speed photographs of dynamic crack bifurcation phenomena.

(4) 数値解析において、動的き裂分岐直後の各動的伝ばき裂先端の動的破壊力学パラメータを評価することが困難であった。

以上の問題点を克服し、動的分岐破壊現象の破壊力学パラメータ等の物理量を精度よく評価するため、本研究では、種々の移動有限要素法を開発してきた。^{7), 12)}とくに、最近ではデローニー自動要素分割に基礎をおく移動有限要素法を開発した。^{6), 13)}この移動有限要素法では、刻々と変化する複雑なき裂伝ば経路を高精度で表現できる。この方法を用いて、混合モード下の衝撃破壊のき裂伝ば経路予測シミュレーション^{6), 13)}や動的分岐破壊の生成形シミュレーション^{2), 3)}に成功している。

本研究では動的分岐破壊経路予測のために、デローニー自動要素分割に基礎をおく移動有限要素法を開発した。

3・1 移動要素メッシュ自動生成法

き裂伝ば・分岐現象に適用したデローニー自動要素分割の概念図を Fig. 4 に示す。デローニー自動要素分割⁴⁾では、Fig. 4 (a) に示す外部境界点と Fig. 4 (b) に示す内部指定点の情報を用いて Fig. 4 (c) のようなメッシュが自動作成される。なお、き裂面上の境界点は、き裂面に対し法線方向に微小量 $\pm\epsilon$ だけずらして配置する。さらに、Fig. 4 (b) に示すように、き裂先端の特異性を考慮し、き裂先端を中心とする同心円上に内部指定点群を配置する。修正デローニー要素分割では内部指定点は必ず節点となる。⁴⁾こうして、き裂先端近傍では、常に細かく規則正しい要素分割が保たれることになり、高精度のき裂進展解析を行なうことができる。本移動有限要素法では、き裂進展と共に、き裂先端近傍の指定節点群を移動させる。

本研究ではさらに、Fig. 5 に示すような二本き裂分岐が生じた際、移動要素群を二つに分け、それぞれ、分岐き裂先端とともに指定節点群を移動させる。これにより、動的き裂分岐の精密なシミュレーションを可能にした。

3・2 移動有限要素運動方程式の時間積分法

本研究では時間積分法としてニューマーク法を用いた。移動有限要素法では、現時間ステップ n における最終的に解くべき式は以下ようになる。^{6), 13)}

$$\begin{aligned} & (a_0[M]^{(n)} + [K]^{(n)})\{Q\}_n^{(n)} = \\ & \{F\}_n^{(n)} + [M]^{(n)} \left(a_0\{\ddot{Q}\}_{n-1}^{(n)} + a_2\{\dot{Q}\}_{n-1}^{(n)} + a_3\{\ddot{Q}\}_{n-1}^{(n)} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

ここに、 $\{Q\}$ 、 $\{\dot{Q}\}$ 、 $\{\ddot{Q}\}$ はそれぞれ構造全体の節点変位、

Fig. 4. An example of automatic mesh generation.

Fig. 5. Moving elements around dynamically branching crack tips.

節点速度、節点加速度ベクトルで、下添字 n および $n-1$ は現ステップおよび前ステップの量を表し、上添字 (n) はステップ n のメッシュに対するものを表す。 $[M]$ 、 $[K]$ 、 $\{F\}$ はそれぞれ質量マトリックス、剛性マトリックスおよび荷重ベクトルである。また、定数 $a_0 \sim a_3$ はニューマーク法のパラメータ β 、 δ と時間ステップ幅 Δt で表される。^{6), 13)}なお、本研究では無条件安定スキームが保証される $\beta=1/4$ 、 $\delta=1/2$ を用いた。

ニューマーク法を移動有限要素法に適用する場合、式 (1) に示したように、現ステップの解を得るために、前ステップメッシュで得られている前ステップ解 $\{Q\}_{n-1}^{(n-1)}$ 、 $\{\dot{Q}\}_{n-1}^{(n-1)}$ 、 $\{\ddot{Q}\}_{n-1}^{(n-1)}$ を現ステップメッシュのもの $\{Q\}_n^{(n)}$ 、 $\{\dot{Q}\}_n^{(n)}$ 、 $\{\ddot{Q}\}_n^{(n)}$ に転換写像する必要がある。この転換写像法の詳細は文献 6), 13) を参照されたい。

この移動有限要素法によって、前述の (1)～(3) の問題点を解決した動的分岐き裂先端近傍の移動特異場の高精度評価が可能となる。なお、問題点 (4) の解決については、第 6 章で説明する。

4 破壊現象のシミュレーション形態

動的破壊現象を含めて、一般的に破壊現象を数値モデルで解析する方法としては、直進する破壊に対して、Kanninen¹⁴⁾は、概念的に (i) 生成形シミュレーションと (ii) 応用形シミュレーションの二つの方法に分類した。

一方、Nishioka⁷⁾は、き裂曲進やき裂分岐など非直進破壊シミュレーションのために、上記二つのシミュレーション手法に加えて、混合形 (mixed-phase) シミュレーションの概念を示した。

各形シミュレーションの相違を説明するために、Fig. 6 に高速曲進破壊を例にとって示す。(i) の生成形シミュレーションでは、き裂伝ば履歴と曲進破壊経路履歴の実験データを用いて、破壊現象がコンピュータモデル内で再現される。これにより、実験では得られない力学量の詳細を把握することができる。(ii) の応用形シミュレーションでは、想定したき裂進展基準と曲折破壊基準を用いて、破壊現象がコンピュータモデルで予測される。しかしながら、現在、き裂の加減速などを予測できる完全なき裂進展基準はいまだ明らかになっていない。このため、個別に各基準を検証できる混合形シミュレーションの概念が考案された。⁷⁾

(iii)-(a) の混合形・破壊経路予測モードシミュレーションでは、き裂伝ば履歴の実験データと想定した曲折破壊基準を用いてシミュレーションを行う。想定した曲折破壊基準が妥当であれば、計算結果は実験の曲進破壊経路と一致することになる。

Fig. 6. Types of fracture simulations. (Dynamic curving fracture)

逆に, (iii)-(b) の混合形・き裂進展予測モードシミュレーションでは, 曲進破壊経路履歴の実験データと想定したき裂進展基準を用いる。想定したき裂進展基準が妥当であれば, 計算結果は実験のき裂伝ば履歴と一致する。

本研究では, (iii)-(a) の混合形・破壊経路予測モードシミュレーションを適用して解析を行なった。

5 き裂進展経路数値予測法

本研究では, 動的分岐破壊のき裂進展経路を予測する移動有限要素法を開発した。一般に, き裂進展経路の予測理論は, 陽的予測理論と陰的予測理論に大別できる。⁶⁾ 前者は, 「現時刻のき裂先端近傍の状態からき裂進展経路を予測」する理論であり, 微小き裂進展前予測理論¹³⁾とも呼ぶことができる。一方, 後者は, 「現時刻から仮想的に微小き裂進展をさせ, そこのき裂先端近傍がある力学的条件を満足するように, き裂進展方向が決定される」とする理論であり, 微小き裂進展後予測理論¹³⁾とも呼ばれる。

一般に陰的予測理論の方が予測精度は高いとされている。しかし陰的予測理論では, き裂伝ば方向を決定するために一つの時間ステップあたり数回の繰り返し計算が必要となる。

本研究では, 陽的予測理論として最大周方向応力説¹⁵⁾を陰的予測理論として局所対称理論¹⁶⁾を用いた2種の動的な分岐破壊経路予測シミュレーションを行なった。

最大周方向応力説に基づくき裂進展方向決定の概念図を Fig. 7 (a) に示す。n ステップ目のき裂進展方向を決定するために, まず n-1 ステップ目の応力場で, き裂先端から微小距離 r 離れた箇所で周方向応力を評価し, 最大周方向応力の方向を評価する。次に, き裂をその方向へと進展させ, n ステップ目の状態を解析する。なお, 分岐き裂では各々のき裂先端で上記の手順が用いられる。

局所対称理論¹⁶⁾では, 微小き裂進展後にモード II の応力拡大係数がゼロとなる方向にき裂を進展させる。この

ため, Fig. 7(b)に示した以下の手順を用いる。

(i) 前ステップ n-1 と同じ方向 (き裂角度 θ_n^{i-1}) にき裂を増分量 Δa 進展させて, そのときの応力拡大係数 K_{II}^1 を計算する。もし K_{II}^1 の絶対値が許容値以下であれば次ステップ n の計算に移る。そうでなければ2回目に進む。

(ii) 有限要素場を前ステップ n-1 の状態に戻す。そしてき裂角度を $\Delta\theta$ だけ変更し, き裂を Δa 進展させる。このときの応力拡大係数 K_{II}^2 を評価する。 K_{II}^2 の絶対値が許容値以下であれば次ステップ n の計算に移る。そうでなければ3回目以降の繰返しステップに進む。

(iii) 現繰返しステップを i 回目として説明する。まず有限要素場を前ステップ n-1 の状態に戻す。前回, 前々回繰返しステップ i-1, i-2 の応力拡大係数 K_{II}^{i-1} , K_{II}^{i-2} と仮想き裂進展角度 θ_n^{i-1} , θ_n^{i-2} の関係から, K_{II} がゼロとなるようなき裂進展角度 θ_n^i を内挿もしくは外挿によって求める。その角度 θ_n^i にき裂を Δa 進展させ, このときの応力拡大係数 K_{II}^i を評価する。 K_{II}^i の絶対値が許容値以下であれば次ステップ n の計算に移る。そうでなければ, この計算をくり返す。

6 動的な分岐破壊に対する動的 J 積分評価法

動的破壊および衝撃破壊問題の破壊力学パラメータとして, Nishioka・Atluri⁵⁾は, 次に示す経路独立動的 J 積分を導いている。

$$J_k = \int_{\Gamma + \Gamma_c} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_{V_T} [(\rho \ddot{u}_i - f_i)u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \quad (2)$$

ここで W と K はひずみエネルギー密度と運動エネルギー密度を表す。 n_k , t_i , f_i , u_i と ρ は, それぞれ積分経路の外向き法線ベクトルの X_k 成分, 表面力成分, 体積力成分, 変位成分および質量密度を表す。積分経路 Γ , 積

Fig. 7. Fracture path prediction procedure.

分領域 V の表記は, Fig. 8 に従う.

しかし, Fig. 9 のように, 分岐直後の両き裂先端の位置が極めて近い状態では, 各々のき裂先端のみを囲む独立した積分経路を設定することは困難である.

このような問題を解決するため, 本研究者ら²⁾は経路独立動的 J 積分スイッチング法を開発した. いま, Fig. 9 のように経路 Γ がすべての分岐き裂先端を含む状況を考える. ここで, 積分領域 V_r 内で連続関数 s を定義し, き裂先端で $s = 1$ とすると, 動的 J 積分は以下の式でも表すことができる.

$$J_k = \int_{\Gamma+\Gamma_c} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] s dS \\ + \int_{V_r} [(\rho \ddot{u}_i - f_i) u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] s + \sigma_{ij} u_{i,k} s_{j,k} - (W+K) s_{k,k}] dV \quad (3)$$

ここで, き裂先端 a の s を 1 とし, b 点の s を 0 とすれば, き裂先端 a のみの動的 J 積分値を求めることができる. 逆に, き裂先端 b の動的 J 積分を求める場合は, 各き裂先端の s の値をスイッチすればよい.

以上では, 動的 J 積分は全体座標系 X_k の成分で表した. き裂先端座標系 x_l^0 の動的 J 積分成分は以下の座標変換により計算できる.

$$J_l^0 = \alpha_{lk}(\theta_0) J_k \quad (4)$$

ここで α_{lk} は座標変換テンソル, θ_0 はき裂先端座標系と全体直交座標系のなす角度である.

なお, 動的 J 積分のき裂先端方向成分 J_1^0 は動的エネルギー解放率 G と等価である.⁵⁾

7 動的 J 積分成分分離法

混合モード下の動的応力拡大係数を高精度で評価するために, 動的 J 積分成分分離法¹²⁾が開発されている. 動的 J 積分の全体座標系成分を用いると, 動的応力拡大係数は次式で表される.

$$K_I = \delta_I \left\{ \frac{2\mu\beta_2(J_1' \cos \theta_0 + J_2' \sin \theta_0)}{A_I(\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$K_{II} = \delta_{II} \left\{ \frac{2\mu\beta_1(J_1' \cos \theta_0 + J_2' \sin \theta_0)}{A_{II}(\delta_I^2 \beta_2 + \delta_{II}^2 \beta_1)} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

ここで δ_I と δ_{II} はき裂先端近傍におけるモード I, II の開口変位を表す. A_I, A_{II} はき裂速度の関数である.^{5), 12)}

なお, 式 (5), (6) の右辺の分子のカッコ内は, 動的 J 積分のき裂先端座標系成分 J_l^0 もしくはこれと等価なエネルギー解放率 G を用いることもできる.

成分分離法の主な特徴は以下のようになる.

1) 陽な表示式で与えられている.

2) き裂先端において特異要素を用いなくても, 通常要素で高精度の混合モード動的応力拡大係数を求めることができる.

3) 各応力拡大係数 K_I, K_{II} の符号は, δ_I, δ_{II} の符号によって自動的に決まる.

8 解析モデルとシミュレーション手順

計算開始時の要素分割図を Fig. 10 に示す. 総節点数は 3800, 総要素数は 7414 である. 用いた Homalite 911 の材料定数はヤング率 $E = 2.07 \text{ GPa}$, ポアソン比 $\nu = 0.420$, および密度 $\rho = 1310 \text{ kg/m}^3$ である. Fig. 10 にウズミで示した荷重ピンは軟鋼 ($E = 206 \text{ GPa}$, $\nu = 0.3$) でモデル化した. 荷重はぜい性破壊時の記録から, 時間 $t_0 = 0$ で第 1 荷重システムに 68.6 N , 第 2 荷重システムに 1822.8 N を与えた. その後, それぞれの荷重点の変位に保持した. ただし, 第 1 荷重システムは L 型治具による接触型荷重が負荷されているので, 接触型境界条件^{3), 6), 17)}を採用した.

次に, 本研究で用いたシミュレーションの手順を Fig. 11 に示す. 動的き裂分岐時刻 $t_b = 74.9 \mu\text{s}$ までは, 第 2 章の実験結果を再現した生成形シミュレーションを行い, 引き続き, 分岐時刻以降は, 混合形・破壊経路予測モードシミュレーションを行なう. なお, 1 ステップの時間増分は $1.985 \mu\text{s}$ とし, 分岐までを 40 ステップで, その後の分岐破壊経路予測を 46 ステップで解析した.

本研究では, き裂伝ば履歴としては, Fig. 3 のデータを用いた. また, 曲折破壊基準としては, 陽的予測理論として最大周方向応力説¹⁵⁾を陰的予測理論として局所対称理論¹⁶⁾を用いた.

分岐破壊経路予測に陰的予測理論を用いる利点は Fig. 11 に示した分岐開始角度を直接シミュレーションで求めることができる点である. すなわち, 局所対称理論の場合 $K_{II} = 0$ となる角度 θ_a , θ_b を直接求めることができる.

一方, 陽的予測理論の弱点は一般に分岐開始角度を仮定する必要がある. これは以下の理由による. 例えば, 最大周方向応力は, き裂速度 C がせん断波速度 C_s (本材料では $C_s = 746 \text{ m/s}$) の 60% 以下の場合, 常にき裂前方 ($\theta = 0$) にあり, $0.6C_s$ を超えると, 斜め前方に現れる.^{18), 19)} 本実験の分岐き裂速度は 439 m/s であり, せん断波速度の 0.588 倍で, 若干ではあるが $0.6C_s$ には達していない. また, 多くの実験で, $0.6C_s$ よりはるかに小さいき裂速度で分岐している事実がある. このため, 本研

Fig. 8. The dynamic J integral path.

Fig. 9. Integral path for branched crack tips.

Fig. 10. Initial mesh pattern.

Fig. 11. Simulation procedures.

究では、例えば最大周方向応力説を用いる場合、分岐開始角度 θ_a および θ_b を分岐第 1 ステップのみ設定し、その後は最大周方向応力説により、破壊経路を探索させる。

9 シミュレーション結果および考察

初めに、局所対称理論によるシミュレーションにおいて、5つの動的J積分遠方場経路に対して、第6章で説明したスイッチング法を用いて求めた各分岐き裂先端の動的J積分の経路独立性を Fig. 12 に示す。本手法によって求めた動的J積分は良好な経路独立性を有していることが分かる。なお、図中の実線は各時刻における平均値であり、以後、この平均値を用いる。

Fig. 13 に局所対称理論により予測した動的き裂分岐進行過程の移動有限要素変形図を示す。変形は10倍に拡大して示した。Fig. 2の実験結果と非常に良く一致した破壊経路を予測できていることが分かる。

また、局所対称理論により予測したき裂角度の変化を

実験のものと比較して Fig. 14 に示す。局所対称理論より得られた分岐開始角度は $\theta_a = 20.8^\circ$ と $\theta_b = 21.1^\circ$ であった。その後、徐々に予測き裂角度は実験のものに漸近し、ほぼ重なっていくことが分かる。なお、予測き裂角度の若干の非対称性は、自動要素分割のランダム性に起因するものであり、さらに多くの要素を用いれば、非対称性はさらに減少させることができる。

次に、最大周方向応力説を用いた場合について示す。先に述べたようにこの理論では、き裂分岐直後のステップにおいて、両き裂先端の伝ば方向を予測することができない。そこで分岐開始角度 θ_a および θ_b については、それぞれ実験値に近い、 10° 、 12° 、 14° と規定し、その後、最大周方向応力説に基づき、き裂伝ば方向を予測する3つのシミュレーションを行なった。これら3つのシミュレーションが予測したき裂伝ば方向の角度の推移を Fig. 15 に示し、実験で得た角度の推移と比較した。初期き裂分岐角度の違いにも拘らず、全体的なき裂伝ば経路はほぼ一致した結果が予測されている。また、分岐後の第2

Fig. 12. Dynamic J integral against path number.

Fig. 13. Deformed mesh patterns of path prediction simulation for dynamic branching fracture. (Local symmetry criterion)

Fig. 14. Crack propagation angle.
(Local symmetry criterion)

Fig. 15. Crack propagation angle. (Maximum $\sigma_{\theta\theta}$ criterion)

ステップの予測角度が小さくなることを除けば、早い段階で予測角度が実験のものと同じになっている。

これらのシミュレーション予測結果と実験結果の関係をわかりやすく比較するために、実測した分岐破壊経路と、シミュレーションが予測した経路を比較して Fig. 16 に示す。この図にみられるように、局所対称理論を用いても、最大周方向応力説を用いても、ほぼ同様のき裂伝ば経路が予測できていることが分かる。

シミュレーションおよび実験で得られた動的 J 積分の履歴を Fig. 17 に示す。シミュレーションが評価した動的 J 積分の値は実験結果と非常によく一致している。ただし、本論文では、生成形シミュレーションの研究結果³⁾より、コースティックス法の応力光定数 C_0 として、 $C_0 = -1.05 \times 10^{-10} \text{ m/N}$ を用いた。また、き裂分岐後は、各々のき裂先端で動的 J 積分 J_I^0 を評価した。この両き裂先端の動的 J 積分 J_I^0 の和は分岐後の総エネルギー解放率を意味する。この総エネルギー解放率は、き裂分岐の前後においても連続的に推移していることが分かる。総エネルギー解放率のピークが第二荷重線上より下の方で生じているのは、第一荷重による曲げや分岐き裂干渉効果などによるものである。

Fig. 18 は応力拡大係数の推移を比較したものである。全体的傾向としては、局所対称理論、最大周方向応力説を用いたシミュレーション結果は、ともに実験と非常によく一致している。しかし、最大周方向応力説では、分岐直後に K_{II} が生じていて、約 10 数 μs 後、すなわち分

Fig. 16. Simulated fracture paths.

岐き裂長さが約 5mm 進展後に、 K_{II} がゼロとなっている。一方、局所対称理論では、設定通りに、常に K_{II} がゼロとなっている。一般に、モード I の動的応力拡大係数は

$$K_I(t, C) = k_I(C) K_I^*(t) \quad (7)$$

の形で表される。^{20), 21)}ここに、 t は時間、 C はき裂速度で、 $k_I(C)$ はき裂速度のみの単調減少関数で、停留き裂 ($C = 0$) で 1、Rayleigh 波速度 ($C = C_R$) で 0 となる。 $K_I^*(t)$ は外力やき裂伝ば履歴などに依存する、時間のみの関数で静的係数などと呼ばれる。応力拡大係数は、破壊開始時の初期切欠に対する見かけの応力拡大係数 K_{IQ} から、き裂進展直後、 $k_I(C)$ の減少で瞬間的に減少し、その後、第二荷重システムの引張場による $K_I^*(t)$ の増加により増加していくことが分かる。

最後に、き裂先端へのエネルギー流入束の変化を Fig. 19 に示す。分岐前後で、総エネルギー流入束が連続になっていることが分かる。図中の波線はこの試験片に対して実験で得られた臨界エネルギー流入束を示す。分岐後の各々のき裂先端のエネルギー流入束は臨界値の約半分になり、臨界値に達していない。これから、各々の分

Fig. 17. Variations of dynamic J integrals.

Fig. 18. Variations of stress intensity factors.

Fig. 19. Variations of total energy flux.

岐き裂で再分岐が生じ得ないことが分かる。

10 結 言

本研究では、はじめに、動的分岐破壊の経路予測を可能にする、デローニー自動要素分割に基礎をおく移動有限要素法を開発した。次に、生成形シミュレーションと混合形・破壊経路予測モードシミュレーションの手法を用いて、実際に分岐破壊実験に用いられた試験片中の動的破壊経路の予測を行った。この際、陽的予測理論として最大周方向応力説を、陰的予測理論として局所対称理論を採用した。

これらのき裂伝ば経路の予測結果は、マクロ的には超高速度カメラで計測された実験結果と極めて良く一致したものが得られた。ただし、ミクロ的に見れば、分岐直後の破壊経路予測に対しては、最大周方向応力説、局所対称理論ともに得失がある。しかしいずれにしろ、動的J積分、応力拡大係数、エネルギー流入束も実験とよく一致するものが得られた。また、分岐後のエネルギー流入束の挙動が、著者らが先に実験的に明らかにした動的き裂分岐の支配条件である全エネルギー流入束臨界説と矛盾しないことを示した。

以上のことなどにより、本手法が、従来困難とされていた動的分岐破壊現象の破壊経路予測シミュレーションに極めて有効であることを示した。

本研究は日本学術振興会科学研究費（基盤研究B No.12450051）の援助によるものである。

参 考 文 献

- 1) 西岡俊久, 岸本岳士, 小野泰文, 坂倉慧悟, 日本機械学会論文集, A-65, 1123 (1999).
- 2) 西岡俊久, 古塚純平, 西田広基, 藤本岳洋, 日本機械学会 M & M 講演論文集, 00-19, 197 (2000).
- 3) T. Nishioka, J. Furutsuka, S. Tchouikov and T. Fujimoto,

Comp. Modeling & Eng. Simulation, 3, 129 (2002).

- 4) 谷口健男, “FEM のための要素自動分割 (デローニー三角分割法の利用)”, p.28 (1992) 森北出版.
- 5) T. Nishioka and S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., 18, 1 (1983).
- 6) T. Nishioka, H. Tokudome and M. Kinoshita, Int. J. Solids & Struct., 38, 5273 (2001).
- 7) T. Nishioka, Int. J. Fract., 86, 127 (1997).
- 8) T. Nishioka, S. Tchouikov, J. Furutuka and T. Fujimoto, Mat. Sci. Res. Int., STP-1, 169 (2001).
- 9) T. Nishioka and H. Kittaka, Eng. Fract. Mech., 36, 987 (1990).
- 10) T. Nishioka, T. Kishimoto, Y. Ono and K. Sakakura, in F. Ellyin and J.W. Provan (eds.) “Progress in Mechanical Behaviour of Materials”, I, p.225 (1999) Fleming Printing.
- 11) K. Arakawa and K. Takahashi, Int. J. Fract., 48, 245 (1991).
- 12) T. Nishioka, JSME Int. J., A, 37, 313 (1994).
- 13) 西岡俊久, 徳留宏幸, 木下政広, 日本機械学会論文集, A-65, 597 (1999).
- 14) M. F. Kanninen, in A. R. Luxmore and D. R. J. Owen (eds.) “Numerical Methods in Fracture Mechanics”, p.612 (1978) Prineridge Press.
- 15) F. Erdogan and G. C. Sih, J. Basic. Eng., ASME, 85, 519 (1963).
- 16) R. V. Goldstein and R. L. Salganik, Int. J. Fract., 10, 507 (1974).
- 17) T. Nishioka and S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., 16, 157 (1982).
- 18) E. H. Yoffe, Phil. Mag., 42, 739 (1951).
- 19) F. Erdogan, in H. Liebowitz (ed.) “Fracture”, II, Chap. 5 (1968) Academic Press.
- 20) L. B. Freund, J. Mech. Phys. Solids, 20, 129 (1972).
- 21) 西岡俊久, S. N. Atluri, 日本機械学会誌, 85, 12 (1982).