材料の衝撃特性とその評価方法

3. 衝撃破壊力学[†]

西岡 俊久*

Impact-Load Behavior of Materials and Its Evaluation Techniques

III : Impact Fracture Mechanics

by

Toshihisa NISHIOKA*

Key words : Dynamic fracture mechanics, Dynamic J integral, Energy release rate, Stress intensity factor, T^* integral, Dynamic interface fracture, Separated dynamic J integral

1 緒言

破壊問題で物体中の慣性力の影響が無視できない場合は、動的破壊力学として扱う必要がある。このような問題を取り扱う学問分野として、動的破壊力学がある。動的破壊力学は主として、衝撃破壊力学および高速破壊力学などに分類できる。^{1)~5)} 衝撃破壊力学では、物体の動的負荷や応力波負荷による破壊の開始を主として対象とする。一方、高速破壊力学では、物体中を動的に伝ばするき裂の伝ば、加速、減速、曲進、屈折、分岐、停止などのき裂先端運動が主として取り扱われる。

いずれにしろ、衝撃破壊が生じると引き続き高速破壊に繋がる事が多く、機械・構造物は破局的なダメージを受ける場合が多い。とくに、船舶、原子炉压力容器、航空機、高層建築物等で、衝撃破壊などを引きがねにして構造物全体が破局に到れば、人類・環境・人命に大きな被害を及ぼすことになる。

本稿では、衝撃破壊力学に力点をおいて解説するが、上記のように衝撃破壊は高速破壊と不可分な点もあるため、より一般的な動的破壊力学の視点からも説明する。また、衝撃破壊力学の理論面に焦点を絞った。

2 衝撃破壊力学の基礎事項

2・1 動的き裂先端場の応力および変位

動的破壊解析や動的破壊力学の基礎的な事項について以下に概説する。

き裂先端近傍場は、図1に示すように、三つの独立な変形様式、すなわちモードI（開口形）、モードII（面内せん断形）およびモードIII（面外せん断形）に分けることができる。ここで図中の時間 t におけるき裂長さを $a(t)$ とする。伝ばき裂では時間とともに、き裂長さ a が増大する。このときのき裂速度を $C = \dot{a}$ で表す。ここに上付きドットは時間微分を表す。なお、き裂先端座標系 x_i^0 ($i = 1, 2, 3$)の力学量の成分を $()^0$ で表す。

図1 き裂の基本変形モード

き裂を有する弾性体の応力および変位は次式のようにこれらのモードの独立成分の和で表わせる。

$$\sigma_{ij}^0 = \sum_{M=I}^{III} (\sigma_{ij}^0)_M \quad (1)$$

$$u_i^0 = \sum_{M=I}^{III} (u_i^0)_M \quad (2)$$

き裂先端近傍場は、き裂上下面 ($\theta = \pm \pi$) での応力自由条件およびき裂前方での変位の連続性や有限性の条件より、固有値問題となり、漸近固有展開ができる。

例えば、衝撃荷重下の2次元動的停留き裂先端場は静的き裂先端場^{6), 7)}と形式的には同じ表示になり、応力および変位は次式のように漸近展開できる。

$$(\sigma_{ij}^0)_M = \sum_{n=1}^{\infty} K_{Mn}(t) r^{n/2-1} f_{ij}^{Mn}(\theta), M = I, II, III \quad (3)$$

$$(u_i^0)_M = \sum_{n=0}^{\infty} K_{Mn}(t) r^{n/2} g_i^{Mn}(\theta), M = I, II, III \quad (4)$$

ただし、動的停留き裂の場合、 $K_{Mn}(t)$ は時間 t で変化する未定係数であり、き裂寸法や荷重条件などにも依存する。また、 f_{ij}^{Mn} と g_i^{Mn} は θ の関数である。

式(3)および(4)より、き裂先端場の漸近展開には、き裂先端からの距離 r の次数と関連して、

(i) $n = 0$ のとき：無応力場および剛体変位場、

(ii) $n = 1$ のとき：特異応力場および対応する変位場、

[†] 原稿受理 平成14年4月30日 Received Apr. 30, 2002

* 正会員 神戸商船大学商船学部海洋機械工学講座 〒658-0022 神戸市東灘区深江南町, Dept. of Ocean Mech. Eng., Kobe Univ. of Mercantile, Higashinada-ku, Kobe, 658-0022

(iii) $n=2$ のとき：一様応力場および線形変位場，

(iv) $n \geq 3$ のとき：これら以上の高次の応力場および変位場が，含まれていることが分かる．とくに $n=1$ の応力項は $r^{-1/2}$ のオーダーの特異性を持ち，き裂先端 ($r=0$) において無限大になる．衝撃破壊力学を含む線形破壊力学の基本的なパラメータである応力拡大係数はこの特異応力場の係数で定義される．したがって，各モードの動的応力拡大係数 K_I , K_{II} , K_{III} はき裂先端応力場漸近展開第 1 項の係数と等しく，次式で与えられる．

$$K_M(t) = K_{M1}(t), M = I, II, III \quad (5)$$

とくに，衝撃荷重下のき裂先端特異場 ($n=1$) は，静的の場合と同じく，次式で表される．

モード I：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^0 \\ \sigma_{22}^0 \\ \sigma_{12}^0 \end{Bmatrix}_I = \frac{K_I(t)}{\sqrt{2\pi r}} \cos(\theta/2) \begin{Bmatrix} 1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ 1 + \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \cos(3\theta/2) \end{Bmatrix} \quad (6.a)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \end{Bmatrix}_I = \frac{K_I(t)}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \cos(\theta/2) [\kappa - 1 + 2\sin^2(\theta/2)] \\ \sin(\theta/2) [\kappa + 1 - 2\cos^2(\theta/2)] \end{Bmatrix} \quad (6.b)$$

モード II：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11}^0 \\ \sigma_{22}^0 \\ \sigma_{12}^0 \end{Bmatrix}_{II} = \frac{K_{II}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin(\theta/2) [2 + \cos(\theta/2) \cos(3\theta/2)] \\ \sin(\theta/2) \cos(\theta/2) \cos(3\theta/2) \\ \cos(\theta/2) [1 - \sin(\theta/2) \sin(3\theta/2)] \end{Bmatrix} \quad (7.a)$$

$$\begin{Bmatrix} u_1^0 \\ u_2^0 \end{Bmatrix}_{II} = \frac{K_{II}(t)}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} \sin(\theta/2) [\kappa + 1 + 2\cos^2(\theta/2)] \\ -\cos(\theta/2) [\kappa - 1 - 2\sin^2(\theta/2)] \end{Bmatrix} \quad (7.b)$$

モード III：

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{31}^0 \\ \sigma_{32}^0 \end{Bmatrix}_{III} = \frac{K_{III}(t)}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} -\sin(\theta/2) \\ \cos(\theta/2) \end{Bmatrix} \quad (8.a)$$

$$\begin{Bmatrix} u_3^0 \end{Bmatrix}_{III} = \frac{K_{III}(t)}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} 2\sin(\theta/2) \quad (8.b)$$

ここで， μ は横弾性係数である．また， κ はポアソン比 ν の関数で，次式で表される．

$$\kappa = 3 - 4\nu: \text{平面ひずみ}; (3 - \nu)/(1 + \nu): \text{平面応力} \quad (9)$$

2・2 動的応力拡大係数

衝撃荷重下の時間 t における各モードの動的応力拡大係数は，上記の特異応力のき裂前方 ($\theta=0$) の時間 t における分布を用いて，次式でそれぞれ定義される．

$$\begin{Bmatrix} K_I(t) \\ K_{II}(t) \\ K_{III}(t) \end{Bmatrix} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \begin{Bmatrix} \sigma_{22}^0(t) \\ \sigma_{12}^0(t) \\ \sigma_{32}^0(t) \end{Bmatrix}_{\theta=0} \quad (10)$$

衝撃荷重下の動的応力拡大係数の応答については，多くの数学的解析例がある．例えば，固体中の停留き裂に各モードのステップ状応力波 ($\sigma_I = \sigma_{22}^0$, $\sigma_{II} = \sigma_{12}^0$, $\sigma_{III} = \sigma_{32}^0$)，すなわち $\sigma_M(t)$ ($M = I, II, III$) が時刻 $t=0$ で入射する場合，応力拡大係数は次のように変化する．^{8)~10)}

$$K_M(t) = D_M(\rho, \mu, \nu) \sigma_M(t) \sqrt{t}, (M = I, II, III) \quad (11)$$

ここに D_M ($M = I, II, III$) は，質量密度 ρ やポアソン比 ν などの材料定数のみに依存する係数である．応力波が

き裂先端に入射すると，その後，応力拡大係数は時間 t の平方根に比例して応答することが分かる．

一方，高速き裂の応力拡大係数は次式で表される．^{11), 12)}

$$K_M(t, C) = k_M(C) K_M^s(t), (M = I, II, III) \quad (12)$$

ここに， $k_M(C)$ はき裂速度のみの関数であり，すべての弾性高速き裂に共通である．また $K_M^s(t)$ は静的係数 (static factor) とも呼ばれ，時刻 t のき裂長さ，荷重，き裂の伝ば履歴などに依存するが，き裂速度には依存しない．

$k_M(C)$ はき裂速度の単調減少関数で $C=0$ のとき， $k_I = k_{II} = k_{III} = 1$ で， k_I および k_{II} は $C = C_R$ (表面波速度) でゼロ， k_{III} は $C = C_s$ (せん断波速度) でゼロになる．また， $K_M^s(t)$ は同じき裂長さの静的応力拡大係数とは一般には異なる値をとる．式 (12) からわかるように，き裂速度が急に増加した場合，応力拡大係数は $k_M(C)$ の減少分だけ減少することが分かる．

2・3 動的エネルギー解放率

動的破壊力学の重要なパラメータである動的エネルギー解放率 (dynamic energy release rate) は動的伝ばき裂に対して次式で表される．

$$G = \frac{1}{B} \left(\frac{d\bar{P}}{da} - \frac{d\bar{W}}{da} - \frac{d\bar{K}}{da} \right) = \frac{1}{B \cdot C} \left(\frac{d\bar{P}}{dt} - \frac{d\bar{W}}{dt} - \frac{d\bar{K}}{dt} \right) \quad (13)$$

ここに， B は板厚， $\bar{P}$ は外力によりなされた仕事， $\bar{W}$ および $\bar{K}$ はそれぞれ物体に蓄えられたひずみエネルギーおよび運動エネルギーである．

また，き裂を有する物体のひずみエネルギー，運動エネルギーおよび外力系を含めたポテンシャルエネルギーを Π とすると動的エネルギー解放率は次式で表される．

$$G = -\frac{1}{B} \frac{d\Pi}{da} \quad (14)$$

動的エネルギー解放率と各モードの動的応力拡大係数の関係は次式で与えられる．¹³⁾

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \sum_{M=I}^{III} \frac{1}{2\mu} A_M(C) K_M^2 \quad (15)$$

き裂速度関数 $A_M(C)$, ($M = I, II, III$) は次式で表される．

$$A_I(C) = \beta_1(1 - \beta_2^2)/D(C) \quad (16.a)$$

$$A_{II}(C) = \beta_2(1 - \beta_2^2)/D(C) \quad (16.b)$$

$$A_{III}(C) = 1/\beta_2, D(C) = 4\beta_1\beta_2 - (1 + \beta_2^2)^2 \quad (16.c, d)$$

ここで， β_1 および β_2 はき裂速度パラメータであり，

$$\beta_1 = \sqrt{1 - C^2/C_d^2}, \beta_2 = \sqrt{1 - C^2/C_s^2} \quad (17.a, b)$$

で定義される． C_d , C_s はそれぞれ弾性体中の膨張波速度，せん断波速度である．

衝撃荷重下の停留き裂に対しては，式 (15)，(16) などでき裂速度を $C=0$ とおいて，次の関係式が得られる．

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{\kappa + 1}{8\mu} \{ K_I^2(t) + K_{II}^2(t) \} + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2(t) \quad (18)$$

2・4 動的き裂に対する経路独立積分

前節で説明したように，弾性き裂先端は応力やひずみが無限大になる特異点である．このため，き裂先端近傍の応力場より，その係数である応力拡大係数を直接評価することは困難である．複素関数論における特異点の留

数の考え方と同様に、き裂先端より離れた遠方場でき裂先端場の強度 (intensity) が評価できれば便利である。

これを可能にするものが経路独立積分で、き裂先端を囲む任意の経路に対して、同じ積分値が得られるものである。経路独立な積分は静的き裂や動的き裂に対して、無数のものが導出できるが、このうち破壊に関連する物理的意味を有することが極めて重要である。¹⁴⁾

静的弾性体中のき裂に対する経路独立積分としては、Eshelby,¹⁵⁾ Cherepanov,¹⁶⁾ Rice¹⁷⁾によって導かれた、いわゆる J 積分がある。

2・4・1 動的 J 積分 Rice ら^{15), 18)}の静的 J 積分を拡張して、Nishioka・Atluri¹⁹⁾は、衝撃を受けるき裂や、高速伝ば中のき裂に対して有効な、動的 J 積分 (dynamic J integral) を導いた。図2のような全体座標系を用いた場合、この動的 J 積分は次式で表される。¹⁹⁾

$$J_k = \lim_{\Gamma_e \rightarrow 0} \int_{\Gamma_e} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \\ = \lim_{\Gamma_e \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma+\Gamma_e} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_{V_T-V_e} [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \right\} \quad (19)$$

ここに、 W はひずみエネルギー密度、 K は運動エネルギー密度、 n_i は方向余弦、 t_i は表面力を表す。動的 J 積分のき裂先端座標系成分 J_k^0 は、各力学量のき裂先端座標系成分を直接式 (19) に用いて求めることができるが、次のように簡単に座標変換よりも求めることができる。²⁰⁾

$$J_k^0 = \alpha_{kl} J_l \quad (20)$$

動的 J 積分のき裂接線方向成分 J_1^0 は単位き裂進展面あたりのポテンシャルエネルギー変化、すなわち、動的エネルギー解放率と等価である。

動的 J 積分と動的応力拡大係数の関係式は

$$J_1^0 = \frac{1}{2\mu} \{ A_I(C) K_I^2 + A_{II}(C) K_{II}^2 + A_{III}(C) K_{III}^2 \} \quad (21.a)$$

$$J_2^0 = -\frac{A_{IV}(C)}{\mu} K_I K_{II} \quad (21.b)$$

与えられ、¹⁹⁾ ここで、き裂速度関数 A_I , A_{II} , A_{III} は式 (16) と同じであり、また A_{IV} は次式で表される。

$$A_{IV}(C) = \frac{(\beta_1 - \beta_2)(1 - \beta_2^2)}{\{D(C)\}^2} \\ \left[\frac{\{4\beta_1\beta_2 + (1 + \beta_2^2)^2\}(2 + \beta_1 + \beta_2)}{2[(1 + \beta_1)(1 + \beta_2)]^{1/2}} - 2(1 + \beta_2^2) \right] \quad (22)$$

図2 動的 J 積分経路

上記の動的 J 積分の特徴をまとめると、(i) 物理的には、動的エネルギー解放率 G と等価であり、(ii) 遠方場経路 Γ に対して経路独立である。¹⁹⁾ また、(iii) 近傍場経路 Γ_e に対して、形状不変性が実用的に成立する。¹⁾

したがって、数値解析では次の動的 J 積分表示を用いることができる。

$$J_k^0 = \int_{\Gamma+\Gamma_e} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS + \int_{V_T} [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \quad (23)$$

衝撃荷重下の停留き裂に対しては、式 (21) でき裂速度を $C=0$ とおいて、次の関係式が得られる。¹⁹⁾

$$J_1^0 = \frac{\kappa+1}{8\mu} \{ K_I^2(t) + K_{II}^2(t) \} + \frac{1}{2\mu} K_{III}^2(t) \quad (24.a)$$

$$J_2^0 = -\frac{\kappa+1}{4\mu} K_I K_{II} \quad (24.b)$$

上記以外の動的き裂に対する経路独立積分については、Kishimoto ら²¹⁾ Atluri,²²⁾ Bui²³⁾ などにより提案されている。また、動的 J 積分やこれらの経路独立積分の特徴については、文献⁴⁾で解説されている。

2・4・2 非線形動的き裂の経路独立積分 塑性変形や粘塑性変形を伴う衝撃破壊問題などを取り扱う非線形動的破壊力学に対して、前節の動的 J 積分¹⁹⁾を拡張した、経路独立 T^* 積分が導出されている。²⁴⁾

$$T_k^* = \int_{\Gamma_e} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \\ = \int_{\Gamma+\Gamma_e} [(W+K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \\ + \int_{V_T-V_e} [\sigma_{ij} \epsilon_{ij,k} - W_{,k} + \rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \quad (25)$$

ここに W は次式で定義される応力仕事密度である。

$$W = \int_0^{\epsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} = \Sigma(\sigma_{ij} + 1/2 \Delta \sigma_{ij}) \Delta \epsilon_{ij} \quad (26)$$

応力仕事密度は材料点の荷重履歴に沿う積分より評価される。特別な場合として弾性状態を考えると応力仕事密度 W はひずみエネルギー密度と一致し、次式が成立する。

$$W_{,k} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon_{ij}} \frac{\partial \epsilon_{ij}}{\partial x_k} = \sigma_{ij} \epsilon_{ij,k} = 0 \quad (27)$$

したがって特別な場合として、 T^* 積分は、動的弾性き裂問題では Nishioka・Atluri¹⁹⁾の動的 J 積分と一致し、静的弾性き裂問題では Rice¹⁷⁾の J 積分と一致する。このため、統一的破壊力学パラメータとして注目されている。

近傍場経路 Γ_e はき裂先端近傍のプロセスゾーンを囲む境界と考えることもできる。ただし、停留き裂の衝撃問題では、有限要素解析において T^* 積分値を $\Gamma_e=0$ ($V_e=0$) として評価できる。²⁵⁾ 近傍場プロセスゾーンモデルとして、移動形プロセスゾーンモデルと成長形プロセスゾーンモデルを考えることができる。^{26), 27)} この場合、 T^* 積分の物理的な意味は、定常き裂進展に対して、プロセスゾーンへのエネルギー流入率となる。^{26), 28)}

遠方場経路 Γ について、 T^* 積分は材料構成式によらず経路独立性が成立する。このため、例えば、塑性域内や弾塑性境界を含む遠方場積分経路を用いても経路独立性が成り立つ。なお、非線形動的き裂問題に対して、 $\hat{J}$ 積分が Aoki ら²⁹⁾によって導出されている。

3 動的破壊条件

ここでは、動的破壊力学の基礎概念を平易に説明する。一般的に、材料を動的に破壊させようとする力あるいはある力学量を動的駆動力 A で表し、材料の動的破壊に対する動的抵抗力を R で表す。各種の動的破壊は動的駆動力 A が動的抵抗力 R に等しいか優るときに生じる。動的駆動力 A として動的破壊力学に用いられる力学量を動的破壊力学パラメータと言い、また、動的抵抗力を動的破壊じん性と言う。動的破壊力学パラメータとして、代表的なものには、応力拡大係数 (K)、動的エネルギー解放率 (G)、動的 J 積分¹⁹⁾ (J)、 $\dot{J}$ 積分²⁹⁾ ($\dot{J}$)、 T^* 積分²⁴⁾ (T^*) などがある。

線形弾性解析が有効な微小降伏条件下では、き裂の動的挙動（衝撃応答、進展開始、伝ば、分岐、停止）等を支配する条件式は、一般に応力拡大係数で記述されることが多い。以下には、動的応力拡大係数を破壊力学パラメータとして採用したときの破壊条件式について説明する。なお、動的応力拡大係数の代わりに、線形動的破壊力学では動的 J 積分¹⁹⁾ や動的エネルギー解放率を、また非線形動的破壊力学では T^* 積分²⁴⁾ を用いることもできる。

静的荷重によるき裂進展開始条件（ぜい性破壊条件）は、よく知られているように次式で表される。⁷⁾

$$K = K_c(T) \quad (28)$$

ここに、 K_c は静的破壊じん性値である。温度 T に依存する。なお、以下も同様であるが、モード I のじん性値を表す場合、 K_{Ic} のように下添字に I が付けられる。

動的破壊の場合、き裂の各々の挙動に応じた材料の抵抗値としてじん性値を考える必要がある。³⁰⁾ 衝撃荷重下のき裂進展開始条件は次式で表される。

$$K(T) = K_d(T, \dot{\sigma}) \text{ または } K(t) = K_d(T, \dot{K}) \quad (29)$$

ここで K_d は動的（衝撃）破壊じん性値 (dynamic or impact fracture toughness) で、荷重速度 $\dot{\sigma}$ や $\dot{K}$ に依存する。

動的伝ば中のき裂に対しては次式が考えられる。

$$K(t, C) = K_D(T, C, \dot{C}, \dots) \quad (30)$$

K_D は動的伝ば破壊じん性値 (dynamic propagating fracture toughness) であり、一般にはき裂速度 C に依存する。き裂加速度 ($\ddot{a} = \dot{C}$) などへの依存性は現在研究中である。^{31), 32)} また、 K_D の試験片寸法依存性も報告されている。^{33)~35)}

構造物の安全設計では、一旦生じた高速破壊をできるだけ局所的に留めるために、材料・構造物のき裂停止能力を評価する必要がある。このため構造設計ではクラックアレスタなどが工夫される。材料の動的き裂停止条件は次式で表される。³⁰⁾

$$K \leq \min\{K_D\} \equiv K_A(T) \quad (31)$$

ここに $\min\{K_D\}$ は温度 T のもとでの最小値で、多くの材料でき裂速度ゼロで最小値をとる。 K_A は動的き裂停止じん性値 (dynamic crack arrest toughness) と呼ばれるもので、準静的な条件でのき裂停止じん性 K_a と区別される。

準静的き裂停止じん性 K_a は危険側になることもあり、より正確には K_A を評価し、適用する必要がある。

4 衝撃界面破壊力学

複合材や接合材などの非均質材料の開発と利用の増加に伴い、異種材料界面の力学特性が注目を集めている。とくに、これらの非均質材料のパフォーマンスは界面強度に大きく依存する。さらに、界面にき裂や欠陥がある場合、界面強度が著しく低下する。このため、界面破壊力学の研究が盛んである。³⁶⁾ しかしながら、現在のところ、静的界面破壊力学の研究がほとんどである。

一方、機械や輸送交通機器の高速化に伴い、複合材や接合材がさらに強い衝撃荷重に曝される可能性もますます大きくなってきている。このため、動的界面破壊力学の開発・確立が急務であると考えられる。

動的界面破壊力学と関連して、最近、著者らは動的 J 積分の概念を拡張して、分離動的 J 積分、分離動的エネルギー解放率および分離 T^* 積分の概念を開発した。さらに、必然的に混合モード状態にある界面き裂の応力拡大係数の各成分を高精度に評価できる経路独立動的 J 積分成分分離法を開発した。

4・1 分離動的 J 積分および分離動的エネルギー解放率

図3に示すような材料1と材料2の界面に沿って存在するき裂を考える。この二層材が衝撃荷重を受ける場合やき裂が高速で伝ばしている動的界面き裂に対して、仮想のあるいは実際の単位き裂進展量あたりに、それぞれの材料から界面き裂先端へ流入するエネルギー流入率を個別に表す分離動的 J 積分や分離エネルギー解放率の概念が最近、Nishioka・Yasin³⁷⁾により示された。

すなわち、近傍場経路 Γ_ϵ を図4のようにそれぞれの材料側のもの $\Gamma_\epsilon^{(m)}$ ($m = 1, 2$) に分離すると、経路独立分離動的 J 積分は次式のように表される。³⁷⁾

$$J_k^{(m)} = \lim_{\Gamma_\epsilon^{(m)} \rightarrow 0} \left\{ \int_{\Gamma^{(m)} + \Gamma_c^{(m)} + \Gamma_I^{(m)}} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] ds + \int_{V_F^{(m)} - V_E^{(m)}} [\rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \right\} \quad (32)$$

ここに、上添字 (m) は材料 m ($m = 1, 2$) の量を示す。

なお、分離動的 J 積分は、それぞれの材料側から解放される分離動的エネルギー解放率 $G^{(1)}$ および $G^{(2)}$ と等価である。文献³⁷⁾では、分離動的エネルギー解放率の様々な評価式が導出されている。

材料1, 2の分離動的 J 積分を足し合わせると、非均質材全体からのエネルギー流入率、すなわち動的 J 積分

図3 非均質材中の界面き裂

図4 分離動的J積分経路

あるいは動的エネルギー解放率になる。したがって、次式の関係が成立する。

$$J_1^0 = G = J_1^{0(1)} + J_1^{0(2)} = G^{(1)} + G^{(2)} \\ = (J_1^{(1)} + J_1^{(2)}) \cos \theta_0 + (J_2^{(1)} + J_2^{(2)}) \sin \theta_0 \quad (33)$$

ここに θ_0 はき裂先端座標系と全体座標系のなす角度である。なお分離動的J積分が経路独立であるため、それらの和の動的J積分も界面き裂に対して経路独立になる。

衝撃荷重を受ける停留き裂や静的き裂に対して、分離動的J積分と応力拡大係数に次の関係が成立する。^{38), 39)}

$$J_1^{0(1)} = G^{(1)} = \frac{(1 + \kappa^{(1)})(K_1^2 + K_2^2)}{16\mu^{(1)} \cosh^2(\pi\epsilon)} + \frac{K_3^2}{4\mu^{(1)}} \quad (34.a)$$

$$J_1^{0(2)} = G^{(2)} = \frac{(1 + \kappa^{(2)})(K_1^2 + K_2^2)}{16\mu^{(2)} \cosh^2(\pi\epsilon)} + \frac{K_3^2}{4\mu^{(2)}} \quad (34.b)$$

ここに、 ϵ は振動指数（バイマテリアル定数）であり、次式で与えられる。

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \left\{ \frac{\kappa^{(1)}/\mu^{(1)} + 1/\mu^{(2)}}{\kappa^{(2)}/\mu^{(2)} + 1/\mu^{(1)}} \right\} \quad (35)$$

界面き裂の面外応力拡大係数 K_3 は図1のモードIIIの応力拡大係数と一致するが、一般に界面問題では面内応力拡大係数 K_1 と K_2 はモードIとモードIIに分離することはできないことに注意を要する。ただし、両材料が同一となる均質材料 ($\epsilon=0$) では、 K_1 と K_2 はそれぞれモードI, IIの応力拡大係数 K_I と K_{II} に一致する。

式(34)から分かるようにそれぞれの材料側からの分離エネルギー解放率はそれぞれの材料の横弾性係数に逆比例している。したがって、低剛性材料側から、より多くの破壊エネルギーが供給されることが分かる。^{37)~39)}

4・2 動的界面き裂の応力拡大係数の定義と動的J積分

動的界面破壊力学の基礎となる動的界面伝ばき裂漸近場の統一解が Shen・Nishioka⁴⁰⁾により導出されている。この理論解などを基礎にして、著者ら⁴¹⁾は動的界面伝ばき裂の応力拡大係数を、第2節の均質材動的破壊力学や静的界面破壊力学と一貫性を保つように、新しく以下のように定義した。

$$[\sigma_{yy} + i\sigma_{xy}/\eta]_{\theta=0} = \frac{(K_1 + iK_2/\eta)}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{r}{l}\right)^{ie} \quad (36)$$

$$\delta_y + i\eta\delta_x = \frac{2H_{22}(K_1 + iK_2/\eta)}{(1 + 2i\epsilon)\cosh(\pi\epsilon)} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(\frac{r}{l}\right)^{ie} \quad (37)$$

ここに、 σ_{yy} , σ_{xy} および δ_x , δ_y はき裂先端座標系（図5参照）($x = x_1^0$, $y = x_2^0$) の応力および開口変位の成分である。 l は振動項を無次元化する特性長さであり、通常、代表き裂長さが用いられる。 η は表面力分解係数である。また、 H_{22} は以下のバイマテリアル行列 H の成分である。

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & iH_{12} \\ -iH_{12} & H_{22} \end{bmatrix} \quad (38)$$

さらに、 H は Stroh 行列 B で以下のように表される。

$$H = B^{(1)} + \bar{B}^{(2)} \quad (39)$$

$$B^{(m)} = \frac{1}{\mu^{(m)} D^{(m)}} \begin{bmatrix} \beta_2^{(m)}(1 - \beta_2^{(m)2}) & i(1 + \beta_2^{(m)2} - 2\beta_1^{(m)}\beta_2^{(m)}) \\ -i(1 + \beta_2^{(m)2} - 2\beta_1^{(m)}\beta_2^{(m)}) & \beta_1^{(m)}(1 - \beta_2^{(m)2}) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\beta_1^{(m)} = \sqrt{1 - \rho^{(m)} C^2 / C_{11}^{(m)}}, \beta_2^{(m)} = \sqrt{1 - \rho^{(m)} C^2 / C_{66}^{(m)}},$$

$$D^{(m)} = 4\beta_1^{(m)}\beta_2^{(m)} - (1 + \beta_2^{(m)2})^2 \quad (41.a, b, c)$$

ここに C_{ij} は次に示す弾性係数マトリックス成分である。

$$\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\} \quad (42.a)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}\sigma_{22}\sigma_{33}\sigma_{23}\sigma_{32}\sigma_{21}\}^T \quad (42.b)$$

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_{11}\epsilon_{22}\epsilon_{33}2\epsilon_{23}2\epsilon_{32}2\epsilon_{21}\}^T \quad (42.c)$$

前述のバイマテリアル行列 H の成分を用いて、表面力分解係数 η および振動指数 ϵ は次式で与えられる。

$$\eta = (H_{22}/H_{11})^{1/2} \quad (43)$$

$$\epsilon = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta}, \beta = -H_{12}(H_{11}H_{12})^{-1/2} \quad (44)$$

以上に基づき、等方性二層材の高速界面破壊に対して、動的J積分および動的エネルギー解放率と応力拡大係数の新しい簡便な関係式が次のように導かれている。⁴¹⁾

$$J_1^0 = G = \frac{1}{4 \cosh^2(\pi\epsilon)}$$

$$\left\{ \left[\frac{A_1^{(1)}(C)}{\mu^{(1)}} + \frac{A_1^{(2)}(C)}{\mu^{(2)}} \right] K_1^2 + \left[\frac{A_2^{(1)}(C)}{\mu^{(1)}} + \frac{A_2^{(2)}(C)}{\mu^{(2)}} \right] K_2^2 \right\} \quad (45)$$

ここに、界面き裂速度関数 $A_k^{(m)}(C)$ ($k=1, 2$) は、

$$A_k^{(m)}(C) = \beta_k^{(m)}(1 - \beta_2^{(m)2}) / D^{(m)}(C), (k=1, 2) \quad (46)$$

で定義される。特別な場合として、衝撃荷重下の停留界面き裂や静的界面き裂進展の場合、すなわち、 $C=0$ に対してき裂速度関数は次のようになる。

$$A_1^{(m)}(0) = A_2^{(m)}(0) = \frac{(\kappa^{(m)} + 1)}{4} \quad (47)$$

式(47)を式(45)に代入すると、次の関係が得られる。

$$J_1^0 = G = \frac{1}{16 \cosh^2(\pi\epsilon)} \left(\frac{\kappa^{(1)} + 1}{\mu^{(1)}} + \frac{\kappa^{(2)} + 1}{\mu^{(2)}} \right) (K_1^2 + K_2^2) \quad (48)$$

図5 き裂開口変位の定義と評価点

この関係式は静的界面き裂に対して Malyshev・Salgnik⁴²⁾が導出したものと一致する。さらに、均質材中の動的破壊を考えると、振動指数は $\varepsilon = 0$ となり、また、次式が成立する。

$$A_1^{(m)}(C) = A_1(C), A_2^{(m)}(C) = A_{II}(C), K_1 = K_I, K_2 = K_{II} \quad (49)$$

このため、式 (45) は Nishioka・Atluri¹⁹⁾が導出した式 (21. a) と一致する。

なお、複合材料の界面破壊を取り扱うのにより適した異方性二層材の動的 J 積分および動的エネルギー解放率と応力拡大係数の新しい関係式も導かれている。⁴³⁾

4・3 成分分離法による界面き裂の応力拡大係数評価法

界面き裂では、界面両側材料の剛性の差により、必然的に混合モードになる。このような界面き裂の応力拡大係数の評価法として、界面き裂の応力場や変位場の外挿法が提案されている。³⁶⁾

一方、経路独立積分やエネルギー解放率を利用する方法として Yau・Wang⁴⁴⁾により M_1 積分法が提案され、現在、この方法が多く用いられている。⁴⁵⁾しかし、この方法では、補助問題の解析解が必要である。ところが、この補助解析解は曲線界面き裂や分岐界面き裂など複雑な形状のものに対して構築が困難あるいは不可能である。

これに対して、著者らは以前に、均質材料中き裂の混合モード応力拡大係数の高精度評価法として、動的 J 積分や J 積分を用いる成分分離法⁴⁶⁾を開発した。さらに最近、成分分離法を種々の界面き裂に拡張することに成功した。^{38), 39), 41)}以下に等方弾性二層材中の動的界面き裂に対する成分分離法⁴¹⁾について説明する。

いま、式 (32) の分離動的 J 積分の和などにより界面き裂に対する動的 J 積分値あるいは動的エネルギー解放率が得られているものとする。ここで、式 (45) を応力拡大係数比 $\alpha = K_2/K_1$ を用いて書き直すと、動的 J 積分およびエネルギー解放率と応力拡大係数の関係は次式になる。

$$J_1^0 = J_1^{(0)} + J_1^{(2)} = G = (\Lambda_1 + \Lambda_2 \alpha^2) K_1^2 \quad (50.a)$$

$$\Lambda_k = \frac{1}{4 \cosh^2(\pi \varepsilon)} \left(\frac{A_k^{(1)}(C)}{\mu^{(1)}} + \frac{A_k^{(2)}(C)}{\mu^{(2)}} \right), (k=1, 2) \quad (50.b)$$

応力拡大係数比 α は、式 (37) を用いて、次式のようにき裂開口変位 δ_x, δ_y と関連付けることができる。

$$\alpha = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\eta^2 - \eta S \delta_y / \delta_x}{\delta_y / \delta_x + \eta S} \quad (51)$$

$$S = (\tan Q - 2\varepsilon) / (1 + 2\varepsilon \tan Q), Q = \varepsilon \ln(r/l) \quad (52.a, b)$$

ここに、 r はき裂先端からの距離、 l は特性長さである。

式 (51), (52) より分かるように、このままでは、き裂開口変位比 α は $r \rightarrow 0$ で、 Q の対数特異性と $\tan Q$ の振動性のため激しく変動する。そこで、これを消す $S = 0$ となる条件を求めると、式 (52.a) より、次式が成立する。

$$\tan Q = 2\varepsilon, \bar{l} = \bar{r} / e^{\varepsilon^{-1} \tan^{-1}(2\varepsilon)} \quad (53.a, b)$$

したがって、 $\bar{r}$ で評価した開口変位比は、特性長さ $\bar{l}$ で定義される応力拡大係数の比と一致する。すなわち次式が成立する。

$$\alpha = \eta^2 \delta_x / \delta_y = \delta_2 / \delta_1 \quad (54)$$

ここに、簡便性のために、図 5 のように $\delta_1 = \delta_y$ および $\delta_2 = \eta_2 \delta_x$ とする。

式 (54) を式 (50.a) に代入して整理すると、簡便な成分分離法の公式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{K}_k &= \delta_k \sqrt{\frac{J_1^0}{(\Lambda_1 \delta_1^2 + \Lambda_2 \delta_2^2)}} = \delta_k \sqrt{\frac{J_1^{(0)} + J_1^{(2)}}{(\Lambda_1 \delta_1^2 + \Lambda_2 \delta_2^2)}} \\ &= \delta_k \sqrt{\frac{G}{(\Lambda_1 \delta_1^2 + \Lambda_2 \delta_2^2)}} \quad (k=1, 2) \end{aligned} \quad (55)$$

評価した応力拡大係数 $\bar{K}_k$ ($k=1, 2$) は式 (53.b) より、特性長さ $\bar{l}$ のときのものとなる。任意の特性長さ l に対する応力拡大係数 K_1, K_2 は次式より得ることができる。

$$\begin{cases} K_1 \\ K_2 \end{cases} = \begin{bmatrix} \cos \omega & -\sin \omega \\ \sin \omega & \cos \omega \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{K}_1 \\ \bar{K}_2 \end{Bmatrix}, \quad \omega = \varepsilon \ln(l/\bar{l}) \quad (56. a, b)$$

特別な場合として、衝撃荷重下の停留界面き裂や静的界面き裂進展の場合、式 (47) および式 (50.b) より、式 (55) 中の Λ_k ($k=1, 2$) は次式を用いればよい。

$$\Lambda_1 = \Lambda_2 = \frac{1}{16 \cosh^2(\pi \varepsilon)} \left(\frac{\kappa^{(1)} + 1}{\mu^{(1)}} + \frac{\kappa^{(2)} + 1}{\mu^{(2)}} \right) \quad (57)$$

以上、成分分離法の特徴のまとめると以下になる。

- (1) 精度の良い経路独立積分を用いることができる。
- (2) M_1 積分法⁴⁴⁾のような補助場が不要である。
- (3) 陽な公式で表示されている。
- (4) 応力拡大係数の符号が自動的に決定される。

なお、ここで解説したもの他、現在、成分分離法は複合材中の静的および動的界面き裂^{43), 47)}3 次元複合材中のき裂⁴⁸⁾圧電セラミック材中の界面き裂⁴⁹⁾などにも拡張されている。

4・4 分離 T^* 積分

非線形界面破壊力学に対して、経路独立分離 T^* 積分が次式のように導出されている。^{50), 51)}

$$\begin{aligned} T_k^{*(m)} &= \int_{\Gamma^{(m)}} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \\ &= \int_{\Gamma^{(m)} + \Gamma_f^{(m)} + \Gamma_c^{(m)}} [(W + K)n_k - t_i u_{i,k}] dS \\ &\quad + \int_{\Gamma_f^{(m)} - \Gamma_c^{(m)}} [\sigma_{ij} \varepsilon_{ij,k} - W_{,k} + \rho \ddot{u}_i u_{i,k} - \rho \dot{u}_i \dot{u}_{i,k}] dV \end{aligned} \quad (58)$$

分離 T^* 積分は、定常的な伝ばき裂に対して、プロセスゾーンへの各材料側からのエネルギー流入率と解釈できる。⁵¹⁾また、均質材と同様に、分離 T^* 積分は分離動的 J 積分³⁷⁾や分離 J 積分^{38), 39)}を含むため、一般界面破壊力学のパラメータとしても有効である。

5 結 言

科学技術の進展が必然的に材料の耐衝撃破壊条件の苛酷化を進めるため、各種衝撃破壊現象の解明、衝撃破壊力学の構築および応用に大きな発展が期待されている。⁵²⁾本稿がその一助になれば幸いである。

本稿では、衝撃破壊力学の理論的基礎について最近の成果を交えながら解説した。以上に引用した文献の他に理論的な著書としては文献⁵³⁾等がある。また全般的な解説としては文献^{54)~56)}等がある。さらに計算衝撃破壊力学に関連しては、文献^{57), 58)}等も参照できる。

参 考 文 献

- 1) T. Nishioka, JSME Int. J., **37-A**, 313 (1994).
- 2) T. Nishioka, "Dynamic Fracture Mechanics", (M. H. Aliabadi, ed.) p.1 (1995) Comp. Mech. Publ.
- 3) T. Nishioka, Int. J. Fract., **86**, 127 (1997).
- 4) T. Nishioka, "Fracture : A Topical Encyclopedia of Current Knowledge", (G. P. Cherepanov, ed.), p.575 (1998) Krieger Publ. Co..
- 5) 西岡俊久, 日本機械学会論文集, **A-67**, 185 (2000).
- 6) M. L. Williams, J. Appl. Mech., **24**, 109 (1957).
- 7) 岡村弘之, "線形破壊力学入門", p.198 (1976) 培風館.
- 8) B. R. Baker, J. Appl. Mech., **29**, 449 (1962).
- 9) R. J. Nuismer, Jr. and J. D. Achenbach, J. Mech. Phys. Solids, **20**, 203 (1972).
- 10) E. P. Chen and G. C. Sih, Elastodynamic Crack Problems, (Sih, G. C., ed.), Noodhoff, 1 (1977).
- 11) L. B. Freund, J. Mech. Phys. Solids, **21**, 47 (1973).
- 12) B. K. Kostrov, Int. J. Fract., **11**, 47 (1975).
- 13) L. B. Freund, J. Mech. Phys. Solids, **20**, 129 (1972).
- 14) T. Nishioka and S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., **18**, 23 (1983).
- 15) J. D. Eshelby, Solid State Physics, III, Academic Press, 79 (1956).
- 16) G. P. Cherepanov, Appl. Math. Mech., **31**, 467 (1967).
- 17) J. R. Rice, J. Appl. Mech., **35**, 379 (1968).
- 18) B. Budiansky and J. R. Rice, J. Appl. Mech., **40**, 201 (1973).
- 19) T. Nishioka and S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., **18**, 1 (1983).
- 20) T. Nishioka and S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., **20**, 193 (1984).
- 21) K. Kishimoto, S. Aoki and M. Sakata, Eng. Fract. Mech., **13**, 841 (1980).
- 22) S. N. Atluri, Eng. Fract. Mech., **16**, 341 (1982).
- 23) H. D. Bui, Fracture, ICF4 (Waterloo), **3**, 91 (1977).
- 24) S. N. Atluri, T. Nishioka and M. Nakagaki, Eng. Fract. Mech., **20**, 209 (1984).
- 25) T. Nishioka, M. Kobashi and S. N. Atluri, Comp. Mech., **3**, 331 (1988).
- 26) T. Nishioka, T. Fujimoto and S. N. Atluri, Nucl. Eng. Design, **111**, 109 (1989).
- 27) P. W. Lam, A. S. Kobayashi, S. N. Atluri and P. W. Tan, ASTM STP, **1359**, 58 (1999).
- 28) H. Okada and S. N. Atluri, Comp. Mech., **23**, 339 (1999).
- 29) S. Aoki, K. Kishimoto and M. Sakata, Eng. Fract. Mech., **19**, 827 (1984).
- 30) M. F. Kanninen and C. H. Popelar, "Advanced Fracture Mech.", p.57 (1985) Oxford University Press.
- 31) K. Takahashi and K. Arakawa, Exp. Mech., **27**, 195 (1987).
- 32) T. Nishioka, S. Syano and T. Fujimoto, "Adv. in Comp. Eng. & Sci.", (S. N. Atluri and F.W. Brust, eds.), **I**, p.942 (2000) Tech Science Press.
- 33) J. K. Kalthoff, J. Beinert and S. Winkler, "Optical Methods in Mechanics of Solids", (Lagarde, A. ed.), p.497 (1981) Sijthoff & Noodhoff.
- 34) T. Nishioka, T. Murakami, H. Kittaka, H. Uchiyama and K. Sakakura, Eng. Fract. Mech., **39**, 757 (1991).
- 35) 中西 博, 岩崎順次, 鈴木 恵, 日本機械学会論文集, **A-54**, 704 (1988).
- 36) 結城良治編, "界面の力学" (1993) 培風館.
- 37) T. Nishioka and A. Yasin, JSME Int. J., **A-42**, 25 (1999).
- 38) T. Nishioka, S. Syano and T. Fujimoto, J. Appl. Mech. (to be published).
- 39) T. Nishioka, J. L. Yao, K. Sakakura and J. S. Epstein, JSME Int. J., **A-43**, 334 (2000).
- 40) S. P. Shen and T. Nishioka, J. Mech. & Phys. Solids, **48**, 2257 (2000).
- 41) T. Nishioka, Q. Hu and T. Fujimoto, JSME Int. J., **45**, 395 (2002).
- 42) B. Malyshev and R. Salganik, Int. J. Fract. Mech., **1**, 114 (1965).
- 43) 西岡俊久, 西岡良太, 藤本岳洋, 申 勝平, 日本機械学会講演論文集, No.01-16, 85 (2001).
- 44) J. F. Yau and S. S. Wang, Eng. Fract. Mech., **20**, 423 (1984).
- 45) 岸本喜久雄, 材料, **49**, 238 (2000).
- 46) T. Nishioka, R. Murakami and Y. Takemoto, Int. J. Pres. Ves. & Piping, **44**, 329 (1990).
- 47) 西岡俊久, 糠坂 岳, 藤本岳博, 西岡良太, 申 勝平, 日本機械学会講演論文集, No.01-16, 475 (2001).
- 48) 加藤哲二, 西岡俊久, 日本機械学会論文集, **A-65**, 2060 (2000).
- 49) T. Nishioka, S. P. Shen and J. H. Yu, J. Phy. Mech Solids (to be published).
- 50) T. Nishioka and Z. M. Wang, Constitutive and Damage Modeling of Inelastic Deformation and Phase Transformation, (A.S. Khan, ed.), Neat Press, 741 (1999).
- 51) T. Nishioka and T. Fujimoto, Advances on Computational Engineering and Science, (S. N. Atluri and F. W. Brust, eds.), Tech Science Press, **II**, 1866 (2000).
- 52) 西岡俊久, 日本機械学会誌, **101**, 563 (1998).
- 53) L.B.Freund, "Dynamic Fracture Mechanics" (1990) Cambridge Univ. Press.
- 54) 林 卓夫, 田中吉之助編, "衝撃工学" (1988) 日刊工業新聞社.
- 55) 日本機械学会編, "衝撃破壊工学" (1990) 技報堂出版.
- 56) 青木 繁, 講座「破壊力学」, 日本材料学会教材, 39 (1990).
- 57) 西岡俊久, 計算工学, **2**, 146 (1997).
- 58) 西岡俊久, "計算力学ハンドブック", **I**, 177 (1998).