延性破壊解析研究の最近の動向[†] — Gurson の構成式を用いた数値解析 —

菊 池 正 紀*

Studies on the Ductile Fracture Analyses — Using Gurson's Constitutive Equation —

by

Masanori KIKUCHI*

Key words : FEM, Dimple fracture simulation, Gurson's constitutive equation, Void, Constraint effect

1 緒 言

延性破壊がボイドの発生、成長、合体の過程を経て生じることはよく知られている。一般的にはこれらの過程は、比較的大きな介在物からの大きなボイドの発生、成長と、それらの間に多数発生する微小ボイドによる大きなボイドの合体による破壊の進行、という形で理解されている。これらの現象中には、ボイドの発生、すなわち介在物と母材とはく離、局所的大変形、変形の局所化などの複雑な過程が含まれており、それらの細部にいたる定量的取り扱いはいまだ十分とはいえない。また変形の局所化による現象は、従来の有限要素法解析において最も広く用いられている J_2 流れ則による予測は実験値を大きく上回る事が知られている。

こうした状況に対して 1980 年前後に J_2 流れ則に代わる構成式がいくつか提案された。それらのうち主なものは、Gurson¹⁾によるボイド材の構成方程式、Christoffersen と Hutchinson²⁾による J_2 Corner Theory、Pierce³⁾らによる結晶のすべり理論などが挙げられよう。これらを用いて 1980 年代の後半に数多くの数値解析が行われた。^{4)~7)}

それから約 10 年を経て、現在も広く利用されているものは Gurson の構成方程式である。その理由としてはボイドという単一のパラメータで破壊の発生、進展を論ずることができるという点がある。これは発生には破壊開始条件 (J_{IC})、進展には進展条件 (抵抗曲線) と、二つの条件を必要とする J 積分を用いる方法と比べて大きな利点である。またその他、この構成式が汎用コード ABAQUAS や MARC に取り入れられて、誰もが容易に使うことができるようになったことも大きな理由であろう。

本稿では、主に最近 10 年間に発表された、Gurson の構成式を用いた破壊解析に関する論文を概観しようとするものである。ちなみに Gurson と Fracture をキーワードとして論文検索を行うと、この 10 年間では 100 編を超える論文がヒットする。これらすべてに目を通すこと

はできないので、多分に筆者の好みに応じた選択により、約 50 編の論文を選んだものを紹介したい。

2 Gurson の構成方程式

はじめに Gurson の構成方程式について簡単に紹介する。これは多くの方には周知のことであろうが、以下の概説に出てくる記号等を整理するためである。

Gurson の構成方程式は以下の降伏関数より導かれる。

$$\Phi = \frac{\sigma_e^2}{\sigma_M^2} + 2f^* q_1 \cosh\left(\frac{q_2 \sigma_{kk}}{2\sigma_M}\right) - 1 - q_1^2 f^{*2} = 0 \quad (1)$$

ここで f はボイド体積率、 σ_e は相当応力、 σ_M は母材の微視的相当応力、 q_1 , q_2 は Tvergaard⁸⁾により導入された修正係数であり、実験結果に近づくよう、 $q_1 = 1.5$, $q_2 = 1.0$ とされている。ここで $f = 0$ とすれば式 (1) は Mises の降伏関数と一致する。

ボイド率 f は塑性変形の進行につれて発生、成長する。それらは以下のように定式化されている。

$$\dot{f} = (\dot{f})_{growth} + (\dot{f})_{nucleation} \quad (2)$$

$$(\dot{f})_{growth} = (1 - f) \dot{\epsilon}_{kk}^p \quad (3)$$

$$(\dot{f})_{nucleation} = A(\dot{\sigma}_M + \dot{\sigma}_{kk}/3) + B\dot{\epsilon}_M^p \quad (4)$$

ボイドの成長をあらわす式はボイドを含む母材の体積変化により表現されている。ボイドの発生をあらわす式は式 (4) において、応力支配型の第一項と、ひずみ支配型の第二項とに分けて記述され、それぞれの係数は Chu と Needleman⁹⁾により以下のように表現されている。

$$A = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{(\sigma_M + \sigma_{kk}/3) - \sigma_N}{s_N}\right)^2\right] \quad (5)$$

$$B = \frac{f_N}{s_N \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\epsilon_M^p - \epsilon_N}{s_N}\right)^2\right] \quad (6)$$

これらの式は応力またはひずみがある値 (σ_N , ϵ_N) を

[†] 原稿受理 平成 13 年 11 月 5 日 Received Nov. 5, 2001

* 正 会 員 東京理科大学理工学部機械工学科 〒278-8510 野田市山崎, Dept. Mech Eng., Faculty of Sci. & Tech., Sci. Univ. of Tokyo, Yamasaki, Noda, 278-8510

越えるとボイド発生がある確率分布で与えられることを示しており、 s_N はその標準偏差を示している。また f_N はボイド発生の核となる介在物の体積率である。

またボイドを含む材料が急速に応力荷重能力を失う現象を表現するために、Tvergaard⁸⁾は f として以下の式を用いることを提案している。

$$f^*(f) = \begin{cases} f, & \text{for } f \leq f_c \\ f_c + \frac{f_u - f_c}{f_F - f_c}(f - f_c), & \text{for } f > f_c \end{cases} \quad (7)$$

ここで f_c は臨界ボイド率と呼ばれる。式(1)より構成方程式を導き、 f の変化を追跡してゆき、 f が破壊時のボイド率 f_F に達したときその要素が破壊したものとみなして破壊解析を行うことが一般的である。またABAQUASによる数値解析では、初期ボイド率 f_0 が導入されている。以上の式より明らかなように、これらの式には定数項が数多く含まれている。これらは材料によって決まる材料定数とみなされる。数値解析にあたってはまずそれらの妥当な値を決めておかなければならない。これがこの手法の問題点である。一方この数値解析結果は要素寸法に大きく依存することも知られている。以下ではこれらの問題にどのように対処しているのかをも含めて論文を概観したい。

3 拘束条件の検討

多くの論文が延性き裂進展の数値解析を行っている。それは1990年代初めにき裂先端の拘束効果の問題が弾塑性破壊力学上の問題として話題になったことに起因している。試験片寸法、初期き裂長さなどが破壊開始条件にどのように影響するかを調べるために、 J_{IC} を破壊条件としない破壊解析手法が必要となり、このモデルが用いられた。また拘束問題へ対応するためにBeremin,¹⁰⁾ Murdy¹¹⁾らによりLocal Approachが提案され、その中ではGursonモデルが重要な役割を果たしている。

図1には筆者らの実験結果¹²⁾を示す。これは同じ材料で負荷形式の異なる試験片を作成し破壊試験をして得られた破面のマイクロな3次元形状である。三点曲げ試験片(3PB)では破面は粗く大きなディンプルが見えるが、CCT、CCB試験片と破面は平坦になり大きなディンプルが見えなくなってくる。このようにき裂先端でのボイドの発生、成長とき裂との合体というマイクロな現象はマクロな負荷形式に大きく影響されることが示された。また破壊開始時のJ積分値も初期き裂長さとともにこうした

負荷形式に影響されることが示されている。

こうしたき裂先端でのボイドの発生、成長とき裂との合体を詳細に数値シミュレーションしたのはTvergaardとNeedleman¹³⁾が最初である。彼らはき裂先端近傍に f_N の大きな島領域を想定し、Gurson材として破壊解析を行った。図2にその一例を示す。ディンプル破壊はこの領域を縫うように進展している。これによって破面の粗さが生まれることがわかる。筆者らも図1のGurson解析を行い、¹⁴⁾き裂先端での応力三軸度の大きな領域の広がりか負荷形式によって大きく変化することを示した。これによりボイドの発生領域が変化し、それが破面の粗さの違いをもたらすことを指摘した。

こうした拘束条件の問題に対しては、Local Approachによる解析が多数行われている。その典型的な例はXiaら¹⁵⁾の論文に見られる。彼らはき裂先端域にGurson要素を一層だけ配して破壊解析を実施している。破壊解析を実施すると、破壊はこのGurson要素内のみで生じる。Gurson要素の幅を介在物の平均距離 D と同じにとり、これを基準寸法と呼んでいる。Gurson要素の寸法と密度を変えてその影響も評価している。図3にはき裂先端の要素分割の例を示す。解析パラメータとして f_0 と D の

図2 Tvergaardら¹³⁾による数値解析結果

(a) 3PB (B=8,a/W=0.55)

(b) CCT (2a/W=0.6)

(c) CCB

図1 Kikuchiら¹²⁾による三種類の試験片のディンプル破面

値を種々変化させて、実験と一致する値を探した結果、 $f_0 = 0.005$ 、 $D = 200\mu\text{m}$ が最も良く実験と一致すると結論した。これらを用いて三点曲げ、CT、両側き裂、片側き裂、中央き裂と五種類の試験片を解析した。また $a/W = 0.6$ の三点曲げ試験片の試験片寸法 (W) のみ変化させて破壊解析を行っている。その結果を図 4 に示す。寸法が大きくなるほど破壊抵抗が低下している。小さい試験片で得られた破壊抵抗データの有効性について深刻な問題であるとしている。

以下に Xia らと同様の手法によって行われた数値解析結果をいくつか紹介する。

Betegon ら¹⁶⁾は Gurson モデルのパラメータについて検討し、実験での測定をもとに $f_0 = 0.015\%$ 、 $f_N = 0.085\%$ と決め、三点曲げ試験片の初期き裂長さ a/W を 0.1, 0.2, 0.5 の三通りに変えて破壊シミュレーションを実施した。要素寸法は基準寸法と考えられるので、これを 0.1mm と定めた。き裂進展量 0.2mm での J 値を J_{IC} とすると、 a/W が小さくなると J_{IC} が大きくなる現象をよく説明できる。き裂先端の応力も a/W が小さくなると低下し、これにより臨界 J 積分が増加したものと説明している。

Ma は¹⁷⁾Gurson 材を用いて SEN と TPB 試験片の 2 次元問題での破壊解析を行っている。き裂先端からの特定の距離でのボイド率が臨界値に達するときを破壊条件として J_{IC} を決定した結果、 J_{IC} は特定距離の絶対値にさほど敏感ではないことがわかった。また Q の負の絶対値

が増加するほど J_{IC} 値は増加するとの結果を得ている。

Sun ら¹⁸⁾は Local Approach によるクラッド材の破壊解析を行った。動的、静的解析と実験を比較し、両者が一致する損傷パラメータとして、臨界ボイド率 f_c と基準寸法 l_c を同定し、そのパラメータを用いて破壊解析を実施した。 l_c は要素寸法としても用いられている。母材に表面き裂が入り、その上をクラッドが覆っている問題を解析した。き裂の進展はクラッド側に大きくなるとの結果を得た。これは電位差法を用いた実験的測定結果とよく一致している。

Narasimhan ら¹⁹⁾は 4340 鋼が示すトンネル現象を 3 次元 Gurson 解析によりシミュレーションした。材料定数として $f_F = 0.25$ 、 $f_N = 0.04$ 、 $s_N = 0.1$ 、 $\varepsilon_N = 0.3$ としている。試験片形状は三点曲げである。 J 積分の板厚方向分布は変形が進行するほど中央部で大きくなり、表面へ向けての傾斜が大きくなる。ノッチ先端の応力はボイドの成長とともに減少し、载荷能力の低下が生じている。そのことは板厚中央部で顕著である。静水圧成分の分布は、板厚中央部で極めて大きい。これらの現象はトンネル効果を良く説明している。

Ruggieri ら²⁰⁾は前方に一層だけ Gurson 要素を挿入し、CT 試験片の 3 次元モデルの破壊進展解析を行った。要素の寸法は、介在物の平均距離 $D = 250\mu\text{m}$ とした。介在物体積率 f_0 の値を検討し、 $f_0 = 0.005$ とすると抵抗曲線が実験値と一致することからこの値を採用した。三点曲げ試験片は $a/W = 0.14$ と 0.6 で解析している。ボイド率の成長を加速した結果、実験とかなり近いき裂進展形状を得ることができた。CT 試験片についても、抵抗曲線、荷重—変位曲線で実験と近いものを得た。

Zhang ら²¹⁾は表面き裂と内部き裂の 3 次元有限要素法解析を Gurson 材として行っている。 $f_0 = 0.00033$ 、 $f_N = 0.006$ 、 $f_c = 0.026$ 、 $f_F = 0.15$ などの値を実験との比較から求めている。き裂形状は円形と半円形であり、 $a/W = 0.3, 0.5, 0.7$ と変化させて解析した。ただし要素分割はかなり粗く、き裂縁に沿った要素数は 4 ケのみである。内部き裂でははじめはリガメントの大きいほうに進展するが、やがて全方向に進展を始める。表面き裂ではき裂寸法が小さいと深くなる傾向を示すが、大きくなると canoing の傾向を示す。

Dong ら²²⁾は球状黒鉛鋳鉄の破壊じん性値評価法を検討した。黒鉛は基地材の降伏と同時に分離が起こるため、大きなボイドが変形初期から存在する材料である。そこで Gurson 材を仮定して、ボイドは黒鉛と同じ体積率が初期から存在するものとし、それ以上の発生は考えず、成長のみを考えた解析を実施した。用いた定数は、 $f_0 = 0.077$ 、 $f_c = 0.12$ 、 $f_F = 0.2$ である。CT 試験片を、平面ひずみ、平面応力、き裂先端だけ 3 次元解析の三通りの手法で解析した。荷重—き裂開口変位関係が板厚により変化することが確かめられた。また Dong ら²³⁾はその続報として球状黒鉛鋳鉄の厚さが 24mm, 50mm, 125mm の三種類の CT 試験片で実験を行った結果を報告している。荷重—COD 曲線は厚さにより大きく変化する。そ

図 3 Xia ら¹⁵⁾のき裂先端要素

図 4 Xia ら¹⁵⁾の数値解析結果

のため P_q を測定するとそのときの COD が大きく異なる。したがって破壊じん性値も異なる。複数試験法での破壊じん性値は板厚によらず一定値を示す。

4 界面による拘束の影響

界面の近傍にき裂があると、弾塑性変形のレベルが異なるためにき裂は界面による拘束を強く受ける。これは別の意味での拘束効果である。また界面き裂は一般に混合モード状態になるから、ディンプル破壊過程は純粋モード I とは異なったものになる。こうした問題を Gurson 材により解析した論文も数多い。

Aoki ら²⁴⁾は高強度高じん性材料である Wc-Co 合金の破壊解析を行っている。Co は延性破壊し、Wc はぜい性破壊する。Co 層を Gurson 材としてその形状を 3 通りに変化させて破壊解析を行った。平坦な形状では拘束が強く、変形初期はボイド発生が支配的である。その後成長支配に移ると応力三軸度が減少する。平坦でない形状ではマイクロボイドの挙動は発生、成長両方に支配されていることが確かめられた。

Connolly ら²⁵⁾も Wc-Co 合金の破壊解析を行っている。解析モデルとして、Wc-wt90%Co の平均弾性定数を持つ弾性体中に、Co 層を考え、それを貫くき裂が走っているモデルを用いている。Co の塑性変形のために、すべり線場モデルと J_2 流れ則、Gurson モデルを用いた。き裂先端の鈍化は、すべり線場理論によるものが最も鋭くなる。また初期ブランディングを考えないと、塑性域は最初き裂線に垂直方向に成長し次いでき裂線に沿って成長する挙動を示す。Co 層の数が増えると抵抗曲線は低下するが、Co 層のところでは同じ破壊抵抗を示すことが分かった。

Chowdhury ら²⁶⁾はセラミックス（硬い層）にはさまれた金属の薄層内のき裂を想定し、Gurson 材による解析を行った。介在物をき裂前方や界面近傍に想定し、そこでの介在物体積率 f_v を高くして解析を行った。ボイドの発生による損傷は主に界面に沿って生じることが分かった。金属層中央付近に介在物を置いても、界面近傍の介在物からの損傷が優先している。

Ghosal²⁷⁾はノッチの前方にヤング率が極めて大きい円形の介在物を置き、これに混合モード負荷を与えて大きなボイドの発生とき裂進展をシミュレーションを行った。介在物のはく離条件を考慮している。混合モード比を種々変えて解析を実施し、介在物から発生したボイドの変形、ノッチとボイド周辺での応力三軸度、ボイド率、相当塑性ひずみ当の分布について比較、検討している。介在物からの母材のはく離、すなわちボイドの発生は変形のごく初期に生じていることが分かった。これははく離条件としての臨界応力が小さいからであると結論している。ボイドとノッチ先端の破壊領域が合体した時点を延性破壊開始として、そのときの J 積分が混合モード比でどのように変化するかを調べた。

Aoki ら²⁸⁾は剛体と弾塑性体の界面に存在する 3 次元貫通き裂問題の解析を行った。弾塑性体を Gurson 材として解析している。応力三軸度、せん断応力などの分布を均質材と比較した結果、両者の違いは表面近傍で大き

くなることを示した。ボイド率のき裂縁に沿った分布を調べた。これより、もし低応力レベルでき裂が進展するなら表面から進展し、高応力レベルで進展するなら少し内部から進展することが推測できることを示した。

また Aoki ら²⁹⁾は Gurson 材により二種類の界面き裂問題を解析している。一つは降伏応力のみが異なり、その他の材料定数はすべて同じ二種類の材料の界面き裂問題であり、もう一つは加工硬化係数のみ異なる材料間の界面き裂問題である。同じ問題を J_2 流れ則によっても解析している。Gurson 材の解析ではき裂表面が荒れているが J_2 流れ側によるものは滑らかである。き裂先端応力勾配は、それぞれの材料の HRR 場の勾配と一致する。き裂先端応力場は三つに分類できる。K-field, HRR field と Damage Zone である。

Luo ら³⁰⁾は二層材料の界面き裂問題を解析した。弾塑性体一剛体、降伏応力の異なる弾塑性体同士、均質材のみ、の三種類の問題を解析し、応力三軸度、塑性せん断ひずみ等を比較した。弾塑性体同士の軟らかい材料の挙動は均質材の挙動と良く一致している。ボイド率も軟らかい材料中で最大となる。破壊は軟らかい材料の側で、界面に沿って進展する。弾塑性体一剛体の組み合わせでもそれは同じであった。しかし均質体では少し対称面上を進んだ後、やや上方に進展した。

5 混合モード問題

Aoki ら³¹⁾は (30) と同じ問題を混合モード負荷下で解析した。すなわち下半分が剛体で上半分が弾塑性体の界面き裂問題である。結果を均質材解析と比較している。き裂先端部で、破壊要素がノッチと合体したときを J_{IC} 値として、混合モードの影響を調べた。ノッチが先鋭化する場合、また混合モード比が大きくなるほど J_{IC} は低下する。ノッチが鈍化する場合は混合モード比が増えるほど J_{IC} 値は増加する。

Aoki ら³²⁾はまた 3 次元の界面き裂問題の解析を行っている。下半分の材料を剛体とし、上半分の材料を弾塑性体として界面き裂問題を解析した。負荷は引っ張りのみの場合と引っ張りとせん断を同時にかけた場合の二種類を考慮した。J 積分を計算し、J 積分の板厚方向分布では、均質材と比べて表面近傍での J 積分値が大きくなることを示している。これは混合モード負荷の場合更に顕著である。応力の板厚方向分布には J 積分に見られた傾向が更に顕著に表れている。

Ghosal ら³³⁾は Aoki ら³⁴⁾や Tohgo ら³⁵⁾の混合モード破壊解析、実験を踏まえて、ボイド合体を考慮した解析を行った。混合モード比は、 $\arctan(K_I/K_{II})$ で表し、 30° , 60° , 90° の三通りを解析した。材料定数として $f_v = 0.04$, $s_N = 0.1$, $e_N = 0.3$ を用いている。ノッチを考慮して解析し、ノッチ先端の変形を調べた。ボイド率分布、塑性ひずみ分布などを調べ、いずれも鈍化する側の分布が大きいことを示した。鈍化側ではディンプル破壊、先鋭化側ではせん断帯の形成による分岐型破壊が起こる。どちらかが優越したときその破壊形式になることを示した。

Bhattacharjee ら³⁶⁾は HY100 鋼の試験片に機械加工で

幅 0.16mm のノッチを導入し、四点曲げによりモード I と II の混合モード負荷をかけて破壊試験を行った。荷重—変位線は 5 段階に分かれた。一つは線形変形段階 (A)、塑性変形段階は、せん断変位が急増する時点の前後で二段階 (B, C) に分かれる。その後、き裂進展による荷重減少段階 (D)、最終破断段階 (E) となる Aoki ら³¹⁾の予測どおり、ノッチは先鋭化する部分と鈍化する部分に分かれている。しかし Aoki の予想と異なり、破壊はすべて先鋭化した部分から始まっていた。この破壊はボイドの発生と成長によるものであることが認められた。

Ghosal ら³⁷⁾はノッチとその前方に置いたボイドのモデルを作り、混合モードでの弾塑性解析を行い、破壊挙動を調べた。混合モードは遠方に K_I と K_{II} の重畳した変位場を与えた。混合モード比を 90° , 60° , 30° , 0° と 4 通りに変化させた。混合モードにより、ノッチの上方はシャープに、下方は鈍化する。モード II 成分が増加するとノッチは全体が先鋭化し、ボイドもそうなる。純粋モード II 以外ではボイド成長により破壊が生じた。モード II では、相当塑性ひずみが 1 を越えた要素を破壊要素と仮定して破壊解析を行っている。この状態ではせん断き裂の成長による破壊進展が生じた。ノッチ先端の開口変位 d は混合モード比に寄らず J 積分との関係でほぼ一本の曲線になる。これは d が局所的破壊パラメータとなる可能性を示唆している。

Sutton ら³⁸⁾は 2024-T3 アルミニウムを供試材としてモード I, II の混合モード破壊試験を実施し、き裂の進展方向を測定した。き裂先端の応力場を K_I , K_{II} で表現し、 K_I , K_{II} の大きさは FEM で決定した。また T-stress も FEM の解析結果より求めた。き裂近傍で、様々な応力成分の分布を調べ、き裂進展方向の携行と一致するものはどれかを検討し、 $\sigma_{mean}/\sigma_{eff} > Q_{crit}$ の場合 $\sigma_{mean}/\sigma_{eff}$ が最大の方へ進展し、逆の場合は σ_{eff} が最大の方へ進展することを確かめた。ここで Q_{crit} とは材料により決まる定数であり、この材料では約 1.0 である。

6 延性—ぜい性遷移

延性—ぜい性遷移の現象を、Gurson 材と他のぜい性破壊条件を組み合わせて解析している。

Mathur ら³⁹⁾はシャルピー試験片を対象に、ボイドによる延性破壊と、臨界応力クライテリオンによるぜい性破壊の両方を扱うモデルにより、破壊解析を実施した。試験片は、温度の違いを降伏応力の違いで表現した三通りの試験片を 3 次元モデルにより解析している。降伏応力はそれぞれ $\sigma_0 = 325\text{MPa}$, 250MPa , 175MPa とされ、これらは温度としては、 -100° , -75° , 50°C にそれぞれ相当するものである。3 次元解析のためかなり粗い要素分割となっている。高温状態 (降伏応力小) ではディンプル破壊が生じ、低温ではぜい性破壊、中間状態では延性破壊とぜい性破壊が交互に生じる結果となった。

また Gao ら⁴⁰⁾は Gurson モデルを粘塑性問題へ拡張し、時間依存型変形解析を行った。き裂前方に一層分だけ介在物を分布させて破壊解析を行った。温度を変えた解析を行い、高温ではボイド合体の破壊が支配的となり、

低温になるとへき開破壊が支配的になる現象を再現した。T-stress の影響も調べ、負の T-stress が大きいと、へき開よりもボイド合体が支配的になることが分かった。また T-stress が大きいほどき裂進展速度が遅くなり、また抵抗曲線が上昇することも分かった。高温側ではき裂はジグザグに進展するが、低温ではへき開が支配的なため真っ直ぐ進展することを確かめた。

7 モデルの検討

Gurson モデルの拡張、またこれを利用した理論的考察なども数多く行われている。

Zhang ら⁴¹⁾は Thomason らの plastic limit-load モデルを Gurson-Tvergaard モデルに組み込むことにより、ボイド形状、応力三軸度を考慮した破壊シミュレーションが可能となることを示した。塑性変形の進行につれてボイド形状がどのように変化するかを追跡しつつ、Gurson 材解析を行っている。 f_0 が小さいときは応力三軸度の変化に対してほぼ一定値を取るが、 f_0 が大きくなると応力三軸度により大きく変化することが示されている。

Schluter ら⁴²⁾はボイドの成長モデルとして Rice-Tracy モデル、その拡張など何種類かを検討している。相当塑性ひずみと応力三軸度との関係を Failure Curve として表現した。次いで検証のためにノッチ付き丸棒試験片の引張り試験を実施している。ノッチからのき裂の発生を観察してノッチ先端からき裂発生位置までの臨界距離 l_c を測定し、 $l_c = 57$ ミクロンの結果を得た。また臨界ボイド寸法は応力三軸度にあまり影響されないこと、Failure Curve は修正 Rice-Tracy モデルが最も良く実験と一致すること等の結論を得た。

Kuna ら⁴³⁾は空孔の配列として、Cubic Primitive Lattice, BCC, Hexagonal Lattice の三通りを想定して FEM による 3 次元大変形解析を行い、応力三軸度の違いによる応力—ひずみ関係、ボイド合体挙動等を調べた。Mises 材と Gurson 材の両方の解析を行い両者を比較している。その結果、Gurson 材が良くボイドの挙動を表現していることを確認した。 f_0 が小さいと空孔の配列による差異は小さいが、 f_0 が大きくなると大きな影響をもつことが分かった。

Zhang ら⁴⁴⁾はボイドの発生、成長、合体の条件式を、Gurson モデルと Thomason の plastic limit load criterion を用いて規定した。 f_c はもはや重要な量ではなく、材料定数でもないとして、ボイドの合体条件式に必要な二つのパラメータ α と β を提案している。またこれらを用いて三点曲げ試験片の破壊解析を行った。J- Δa 関係は要素寸法が異なると大きな変動を示すが、J 積分値と Δa とをそれぞれ要素寸法で基準化すると抵抗曲線が重なる。この要素寸法を基準寸法と考えればそれをパラメータとする抵抗曲線が記述できるものとしている。

Eisele ら⁴⁵⁾は Rousselier によるダメージモデルでディンプル破壊シミュレーションを実施した。ボイド率が臨界値 f_c になると破壊すると仮定する。丸棒試験片で f_0 , f_c , l_c , D などのパラメータを同定し、破壊力学試験片を解析したところ、実験とよく一致する荷重—開口変位関

係等を得た。浅いき裂問題を解析し、31mmのき裂新展解析を行った。また応力三軸度の指標となる q -courseについて、き裂進展中の変化、初期き裂長さの影響等について考察した。

Sun ら⁴⁶⁾は熱による材料の挙動の変化を表現するために、Macherauch と Vohringer のモデル、および Pan らのモデルを用いて、これと Gurson 解析を結合した。ひずみ速度を変えた引張り試験によりくびれの発生を実験的に観察した後、数値解析を行い、臨界ポイド率 f_c はひずみ速度に対して独立な値であることを確かめた。また応力三軸度を変えたセルモデルを解析して一組のパラメータは応力三軸度に対しても独立であることが分かった。

Grange ら⁴⁷⁾は Gurson モデルを、異方性問題と粘塑性問題に拡張し、酸素含有量の異なる Zircaloy-4 の薄板の延性破壊シミュレーションを行った。数値解析のパラメータとして、異方性係数、粘性係数、 f_n , f_c , メッシュ寸法などをすべて実験との詳細な比較により、実験と一致するよう決定した。ここではポイドの合体項を表す係数は d として扱われている。これらの数値を用いて、酸素含有量の異なる材料の延性破壊を定量的にシミュレーションできた。また有孔板も解析し、穴の相互作用も定量的にシミュレーションしている。

8 動的破壊解析

この節で紹介する論文のうち、はじめの5編の研究はすべて Tvergaard-Needleman または Needleman-Tvergaard により行われたものである。以下ではこれらを T-N または N-T と表す。

T-N⁴⁸⁾は Prakash and Clifton の実験を基に数値解析モデルを作り、衝撃荷重による延性破壊シミュレーションを行った。構成方程式としては、Gurson の式を粘塑性体に拡張した Pan らの式を使用している。これを用いると構成式が温度の関数となり、温度の影響を調べることができる。ポイド発生は応力支配型とひずみ支配型の両方を考え、き裂の前方に高い f_N 値をもった応力支配型の領域を配置した。き裂前方には $f_N = 0.12$ で応力支配によるポイド発生領域が配置されている。それ以外の領域では $f_N = 0.02$ とされている。延性破壊は概ねこの応力支配型で発生したポイドを連結する形で進行する。き裂先端に最も近い位置のポイドと連結することが一般的である。

N-T⁴⁹⁾は数値解析結果の要素寸法依存性を調べることを目的として、上の問題と同じ問題を解析した。要素サイズとして0.008mm, 0.004mm, 0.002mmのサイズの正方形要素を用いて解析した。また f_N 値を大きくした介在物をき裂前方に等間隔で配置したモデルも解析した。これらの目的は、材料の挙動に対する寸法基準 (length scale) がどのように影響するかを確かめることにある。結論として、基準寸法を規定するような介在物などを想定すれば要素サイズ依存性は現れないことが分かった。き裂進展はこうした基準寸法によって規定されている。

T-N⁵⁰⁾は上の二つの論文と同じ問題を同じ手法でへき開破壊条件を付け加えて解析している。へき開破壊は要

素内の応力がそれぞれの要素の臨界応力を超えたときに起こるものと仮定した。温度を五通りに変化させて解析した。低温になるほどへき開破壊の割合が増加する結果を得た。個々のへき開破壊の長さ (寸法) を基準寸法と考え、二通りの長さを想定して解析した。基準寸法が長くなるとへき開破壊の割合は激減する。

N-T⁵¹⁾は動的せん断負荷を受ける試験片の破壊解析を行い、へき開一延性遷移条件について考察した。空孔の発生による軟化を二つの軟化係数を用いて解析し、軟化係数による影響も調べた。この解析では、負荷速度が速くなるほど、延性破壊の進展につれて主応力は急速に低下する。しかしへき開破壊の場合には速度の増加につれて応力は増加しつづける。この結果は実験結果をよく説明している。

N-T⁵²⁾はここで自分達の論文の総括を行っている。低温ではへき開破壊が主になり、高温では延性破壊が主になる。この遷移温度は負荷速度に依存し、負荷速度が大きくなるほど遷移温度が低下する。そうならば、一定温度条件では、延性一ぜい性遷移は負荷速度に依存するはずである。問題は、こうした現象をちゃんと数値シミュレーションできるか、であるとして自分達の過去の論文からデータを検証している。こうした解析により、bcc 金属の延性一ぜい性遷移は大変よくシミュレーションすることができたと結論している。

Miao ら⁵³⁾は延性材料を対象として定常的なき裂進展時のき裂先端の応力、変位場の理論的解析を行った。弾塑性構成式としては Gurson の関数を用いている。得られた荷重一変位線図は五段階 A-E に分類できる。A は応力一定の塑性場、B は扇形塑性場、C と E は特異性のない塑性場、D は弾性除荷領域である。この解に基づいて延性破壊進展条件、Tearing Modulus 等について検討している。

9 塑性加工問題への応用

その他の例としては、塑性加工問題への Gurson 材の適用が興味深い問題である。

Lee ら⁵⁴⁾は塑性加工問題へ Gurson モデルを適用している。材料が圧縮により成形する過程を数値解析した。圧縮により、平均応力が負になるとポイドが閉じて J_2 理論に基づく弾塑性解析を行う。また変形の過程で平均応力が正になると Gurson 解析を行う。このように、塑性加工の過程での流れ則の変更を行いつつ解析して行く。加工硬化率、硬化則、流れ則などを变化させた14通りの解析を実施している。ポイドは成形された肩の部分近傍に大きく発生する。またその第2報⁵⁵⁾では、第1報に報告した解析結果に基づき、局所化の条件について検討している。McClintock, その積分形, Freudenthal, Cockcroft, Oyane, Rice and Tracy, Thomason などなどの諸理論と比較した。 J_2 理論による解析では局所化は起きなかった。それぞれの理論には一長一短あるが、局所化条件で数値解析と一致するものはなかったと結論している。

10 ま と め

以上みてきたように、Gurson 材の応用・利用は幅広

い問題にわたり、多数の有益な結果が得られている。大きく分けるとその利用法は二つに大別できる。

ひとつは実験との定量的な比較を主に目指すものである。そこでは Gurson モデルに対する種々のパラメータを、実験と一致するように定めてから数値解析に取りかかる手法が用いられている。これによって実際の破壊過程に伴う変位、変形がよく再現されている。また Local Approach では基準寸法と等しい寸法の要素をき裂前方に配置し、延性破壊はこの中でのみ生じるものと仮定している。これは拘束問題に対する実用的な対応として有効な方法であり、実用的には拘束問題はこの手法で解決されたといつてよい。しかし定量的な一致を目指すことからいくつかの問題も生じている。たとえば多くの論文では数値解析を2次元問題として取り扱っており、これを本来は3次元である実験結果と比較していることはひとつの問題であろう。荷重-変位関係を考えると、定量的には平面ひずみ2次元解析結果は3次元解析に比べて荷重を過大評価し、平面応力解析では過小評価することが知られている。2次元解析が実験と一致するようパラメータを定めると、もしそのパラメータを用いて3次元解析をすればそれは実験と一致しないことになる。したがってここで同定したパラメータを用いて、より複雑な構造の破壊解析をする時、定量的評価が可能かどうかの問題が残る。また多くの論文ではパラメータ同定のために、パラメータを変化させた数多くの解析を行い、その中から実験と一致するものを探す手法を用いている。しかしこれは手数もかかり、また解析者の主観も入る余地があり、必ずしも合理的な方法とはいえない。青木ら^{56)~58)} また Corigliano ら⁵⁹⁾ は Kalman Filter を用いて式(5)、(6)の A 、 B の値を逆問題として決定する方法を提案している。これはパラメータ決定プロセスの合理的な方法として有益であろう。

もうひとつの方法は、必ずしも定量的な比較を目的とせず、得られた結果を定性的に評価するものである。パラメータの同定には主眼が置かれず、むしろ延性破壊機構をより詳細に理解するために、ミクロな延性破壊過程のより精密なモデル化とそれによる破壊シミュレーションが行われている。たとえば図1に示した筆者らの実験をシミュレーションするには図3のモデルでは表現が不可能であり、図2のようなモデル化が不可欠であることは明らかである。これは図1の結果が、実際の材料中に介在物が非均一に分布していることを考慮しないと解釈できない現象であるからである。ここで紹介した論文で、そのような非均一分布をモデル化したものは Tvergaard-Needleman 達による一連の論文の他はあまり多くない。延性破壊機構のミクロな側面の理解のためには、こうしたモデルの開発がさらに必要であろう。こうした非均一分布を考慮することは新たな数値解析パラメータを導入することになり、実験と比較することによるパラメータ同定はますます困難になる。しかしこの場合は、数値モデルが現実の材料構造をどこまでモデル化できているかを議論することが重要であり、定量的な比較は必ずしも

必要ではないと思われる。すなわち定性的な議論で十分である。今後、この分野の研究の発展を期待したい。

Gurson 材解析の問題のひとつである、要素寸法依存性については、多くの論文で基準寸法を定め、これを要素寸法としている。材料の強度が寸法依存性を有する以上、基準寸法の考え方は必要であり、それが有限要素法解析に利用されることは理解できる。しかしこの要素寸法が実験と一致するよう定められ、その値を「基準寸法としての材料定数である」⁴⁶⁾との記述も見られるのには違和感を覚える。数値解析を実験結果と一致させるための要素寸法をもって材料定数と断言することは早計過ぎるきらいがある。ただ定量的評価を目指すなら、要素寸法の決定が必要であり、Local Approach の一部として使われることは問題がないものと思われる。定性的評価を目指すなら、き裂先端近傍では同じ寸法の要素を用いて結果の相対的な比較を行えばよい。

以上、Gurson 材モデルに基づく解析結果を概観したが、この方法が破壊現象の理解のために有効であることは明らかである。今後計算機の進歩とあいまって更により現実的な問題が、より実際に近いモデルを用いて解析されるであろう。モデルの細部の改良も進むであろう。今後のそうした進歩、発展に期待したい。

参 考 文 献

- 1) A. L. Gurson, Trans. ASME, J Eng Mat Tech, **99**, 2 (1977).
- 2) J. Chiristoffersen and J. W. Hutchinson, J. Mech. Phys. Solids, **27**, 465 (1979).
- 3) D. Pierce, R. J. Asari and A. Needleman, Acta Met. **30**, 1087 (1982).
- 4) 青木 繁, 岸本喜久雄, 木村篤史, 坂田 勝, 日本機械学会論文集, **A-51**, 824 (1985).
- 5) 東郷敬一郎, 岡本芳秀, 大塚昭夫, 日本機械学会論文集, **A-53**, 2107 (1987).
- 6) 北川 浩, 松下尚史, 日本機械学会論文集, **A-51**, 2120 (1985).
- 7) 宮本 博, 菊池正紀, 藪 裕昭, 藤井淳司, 材料, **35**, 1004 (1986).
- 8) V. Tvergaard, Int. J. Frac., **17**, 389 (1988).
- 9) C. C. Chu and A. Needleman, Trans. ASME, J. Engng. Mater. Tech., **99**, 249 (1980).
- 10) F. M. Beremin, Metallurgical Transactions, **14A**, 2277 (1983).
- 11) F. Murdy, Nuclear Engineering and Design, **105**, 65 (1987).
- 12) M. Kikuchi, Nucl. Eng. Design, **174**, 41 (1997).
- 13) A. Needleman and V. Tvergaard, J. Mech. Phys. Solids, **35**, 151 (1987).
- 14) M. Kikuchi, Key Eng. Mat., **183**, 875 (2000).
- 15) L. Xia, CF. Shih and JW. Hutchinson, J. Mech. Phys., **43**, 389 (1995).
- 16) C. Betegon, C. Rodriguez and F. J. Belzunce, Fatigue Fracture, **20**, 633 (1997).
- 17) Ma FS, Int. J. Fracture, **69**, 341 (1995).
- 18) DZ. Sun, M. Sester and W. Schmitt, J. Phys IV, vol.6, C6,

- 431 (1996).
- 19) R. Narasimhan, AJ. Rosakis and B. Moran Int. J. Fracture, **56**, 1 (1992).
- 20) C. Ruggieri, TL. Panontin and RH. Dodds, Int. J. Fracture, **82**, 67 (1996).
- 21) ZL. Zhang and B. Skallerud, J. Phys. IV, vol.6, C6, 173 (1996).
- 22) MJ. Dong, C. Berdin, AS. Beranger and C. Prioul, J. Phys. IV, vol.6, C6, 65 (1992).
- 23) MJ. Dong, C. Prioul and D. Francois, Met. Mat. T A, **28**, 2255 (1997).
- 24) S. Aoki, Y. Moriya, K. Kishimoto and S. Schmauder, Engng. Fract. Mech., **55**, 275 (1996).
- 25) P. Connolly and PE. McHugh, Fatigue Fracture, **22**, 77 (1999).
- 26) SR. Chowdhury and R. Narasimhan, MAT SCI E A, **191**, 27 (1995).
- 27) AK. Ghosal and R. Narasimhan, MECH MATER, **25**, 113 (1997).
- 28) S. Aoki and XF. Luo, Engng. Fract. Mech., **42**, 87 (1992).
- 29) S. Aoki, K. Kishimoto and N. Takeuchi, Int. J. Fracture, **55**, 363 (1992).
- 30) XF. Luo and S. Aoki, Int. J. Fracture, **57**, 365 (1992).
- 31) S. Aoki and N. Ishii, MODEL SIM M, V2, 3A, 473 (1994).
- 32) S. Aoki N. Ishii and XF. Luo, INT J PRES, **63**, 327 (1995).
- 33) AK. Ghosal and R. Narasimhan, J MECH PHYS, **42**, 953 (1994).
- 34) S. Aoki, K. Kishimoto, M. Sakata and H. A. Richard, J. Mech. Phys. Solids, **35**, 195 (1990).
- 35) K. Tohgo and H. Ishii, Engng. Fract. Mech., **41**, 529 (1992).
- 36) D. Bhattacharjee, J. F. Knott, ACT MET MAT, **42**, 1747 (1994).
- 37) AK. Ghosal and R. Narasimhan, Int. J. Fracture, **77**, 281 (1996).
- 38) MA. Sutton, W. Zhao, ML. Boone, AP. Reynolds and DS. Dawicke, Int. J. Fracture, **83**, 275 (1997).
- 39) KK. Mathur, A. Needleman and V. Tvergaard, MODEL SIM M, V2, 3A, 617 (1994).
- 40) X. Gao, CF. Shih, V. Tvergaard and A. Needleman, J MECH PHYS, **44**, 1255 (1996).
- 41) ZL. Zhang and E. Niemi, Int. J. Fracture, **70**, 321 (1995).
- 42) N. Schluter, F. Grimpe, W. Bleck and W. Dahl, COMP MAT SC, **7**, 27 (1996).
- 43) M. Kuna, DZ. Sun, Int. J. Fracture, **81**, 235 (1996).
- 44) ZL. Zhang, C. Thaulow and J. Odegard, Engng. Fract. Mech., **67**, 155 (2000).
- 45) U. Eisele, M. Seidenfuss and JM. PitardBouet, J PHYS IV, V6, C6, 75 (1996).
- 46) DZ. Sun, W. Brocks and W. Schmitt, MATERIAL SC, **30**, 223 (1994).
- 47) M. Grange, J. Beesson and E. Andrieu, Int. J. Fracture, **104**, 273 (2000).
- 48) V. Tvergaard and A. Needleman, J MECH PHYS, **40**, 447 (1992).
- 49) A. Needleman and V. Tvergaard, Engng. Fract. Mech., **47**, 75 (1994).
- 50) V. Tvergaard and A. Needleman, Int. J. Fracture, **59**, 53 (1993).
- 51) A. Needleman and V. Tvergaard, INT J SOL S, **32**, 2571 (1995).
- 52) A. Needleman and V. Tvergaard, Int. J. Fracture, **101**, 73 (2000).
- 53) Y. Miao and WJ. Drugan, Int. J. Fracture, **72**, 69 (1995).
- 54) JH. Lee and Y. Zhang, J ENG MATER, **116**, 69 (1994).
- 55) JH. Lee and Y. Zhang, J ENG MATER, **118**, 169 (1996).
- 56) 青木 繁, 天谷賢治, 佐橋 真, 中村俊雄, 材料, **45**, 305 (1996).
- 57) 青木 繁, 天谷賢治, 照井文彦, 日本機械学会論文集, A-**64**, 445 (1998).
- 58) 青木 繁, 天谷賢治, 野口智弘, P. Stahle, K. G. Sundin, 日本機械学会論文集, A-**67**, 1 (2001).
- 59) A. Corigliano, S. Mariani and B. Orsati, Int. J. Fracture, **104**, 349 (2000).