原著論文

不明、矛盾を含み従属関係のある 複数観測の結合結果の真理性[†]

間瀬 重昭

複数の観測において、各観測は不明や矛盾を含み、かつ各観測間には正従属、独立あるいは負従属の関係がある場合を取りあげ、これら複数の観測を統合した結果の真理性を、個々の観測の真理性から求める。個々の観測の真理性はその観測の真、矛盾、不明、偽の度合いの組で表されるとし、これら度合いはメンバシップ関数を根拠集合の概念 [1] により定めるのと同様の考え方にもとづいて定める。複数観測の真理性は、これらメンバシップグレードで規定したファジィ集合の積演算の組み合わせとして求める。その際積演算は一般確率演算則に従うものとする。2つの観測および繰り返し観測に対する真理性を導き、そうして得られた真理性の性質などについて考察を加える。

キーワード：確信度、矛盾度、不明度、従属関係

1 はじめに

必ずしもすべてが明かではないある対象に対する複数 (基本的には2つ) の観測を統合した結果の真理性、または信用度を個々の観測の真理性から求める問題を取りあげる。ここでいう観測は、ある対象についての証拠または判断、解釈などを一般化していったものとする。したがってここで得られる結果は、そのような複数の証拠とか何人かの意見を統合した結論の信用の度合いを求めるという問題にも適用できる。

この種の問題に対しては Dempster, Shafer の理論 [2]、その他にもとづく証拠理論あるいはベイズ推定や確率論理 [3] などによる方法が提案、議論されているが、本報告の特徴は矛盾や不明を陽な形でとりあげ、さらには各観測または証拠の間の従属関係を考慮にいられている点にある。

最初に単一の観測の信用度合いをどう表すかという問題を取りあげる。ある対象に関して何らかの事実を伝える観測は、その内容が正しい (真) か、間違っている (偽) か、そのいずれかがわからない (不明) かであるとする。さらに同時に真であり、かつ偽であるという矛盾も存在しうるとする。そしてこの観測の信用度あるいは真理性は、観測の真、偽、不明、および矛盾の度合いの組で表すものとする。

以下では、ファジィ集合を規定するメンバシップ関数を定める問題に対して、既報 [1] において根拠集合なる概念を想定して提示した考え方を、上述の各度合いを定めるために転用する。

2つの観測結果を統合した結果の真理性は、上述の形で表した個々の観測の真理性に関する論理積演算の組み合わせとして構成する。その際積演算は、観測間で想定される従属関係に対応して定まる一般確率演算則 [1] にもとづいて実行する。その従属関係としては、正従属、独立、負従属の3つの場合を取りあげる。その上で2つの観測や繰り返し観測の結合結果の真理性のもつ性質、数値例について考察する。

2 単一の観測の真理性の定め方

ここに示す観測の信用度の定め方は、既報 [1] の考え方にならった一つの概念的決定過程に従うものであり、具体的な決定手順を示すものではない。

対象 x に関する観測 A において、この観測は対象 x が、観測結果に関して区分けされた全体集合 X のどこに位置づけられるかを示すものと考え、その位置づけ (観測結果) A が正しいかどうかの度合いについて考える。一般に A はファジィ集合とみなされる。観測 A は真であるか、偽であるか、あるいは真偽が不明であるかとし、これらの判定をそれぞれ $x \in A^a$, $x \in A^n$, $x \in A^u$ に対応させて表す。たとえば「対象 x の観測 A は真である」は、 $x \in A^a$ と表す。ここに X は3つのファジィ集合、 A^a , A^n , A^u に分割された形となる。

例えばある人 x の背の高さに関する判断 (観測) において、考えうる人の集合を背が高い、高くない、わ

[†] Credibility of a Combined Result of Mutually Dependent Observations with Uncertainty and Contradiction
Shigeaki MABUCHI

* 大阪学院大学
Osaka Gakuin University

からないの3つのグループに分けたとき、背が高いという判断Aに対して背が高い人の集合は A^a である。一方背が低いという判断Bは、背が高いということとを真とした場合、 $B^a = A^n$; $x \in A^n$ と表せる。

次に対象 x に関する観測Aが真である度合いの定め方を、われわれ自身の判断過程を仮想的に想像しながら考える。これは既報[1]において、メンバシップ関数を条件付き確率と解釈して定めたのと同じ考え方にそったものである。つまり観測Aの真である度合いは、 $x \in A^a$ である度合いを表すメンバシップ関数 $\mu_{A^a}(x)$ によって与えられるとしたことに対応する。

対象 x についての観測Aが真であるか否かを考えるとき、われわれはその判断のための材料ないしは参照事項を集め、これにもとづいて決めると想定する。この判断材料とか事項の集まりを根拠集合 $G_A(x)$ と呼ぶ。これは対象 x と観測Aに関連して定まるものではあるが、全体集合 X とは異なる集合であることに注意する。

これら事項のうち観測が真であることを支持する事項が $G_A(x)$ のなかで相対的に多ければ、観測が真である度合いは大きいと考える。そこで根拠集合のうち観測が真であることを支持する事項を集め、この集まりを肯定集合 $G_{A^a}(x)$ とする。そしてこの集合の大きさを、必要に応じて各要素事項の重みも考慮して、 $g(G_{A^a}(x))$ と表す。

このとき観測Aが真である度合い $P(A^a|x)$ は、肯定集合の根拠集合に対する相対的大きさとして

$$P(A^a|x) = g(G_{A^a}(x)) / g(G_A(x)) \quad (1)$$

と表し、これを観測Aの真である確信度と呼ぶ。ここで $g(G_A(x))$ は上の意味での根拠集合の大きさを表す。また真である確信度 $P(A^a|x)$ は、比率表現による確率で、議論の対象 x が与えられたという条件のもとでの条件付き確率と解釈して(メンバシップ関数の確率解釈)このように表した。したがって P は x に関する確率分布ではない。

次に根拠集合のうち、観測Aが偽であることを支持する要素の集まり $G_{A^n}(x)$ を否定集合、観測Aが真か偽かそのいずれを支持するかが判然としない要素の集まり $G_{A^u}(x)$ を不明集合とする。観測Aが偽である度合い $P(A^n|x)$ 、その真偽が不明である度合い $P(A^u|x)$ は、それぞれ偽である確信度、不明度と呼び、真である確信度の場合と同様に定める。

ここで各度合いを決める際にみられるわれわれの判断の不安定さやあいまいさは、不明集合を考えることでそのなかに取り込まれて表されているとみなして、これらの集合はクリस्प集合であるとする。

これら集合の間では

$$\begin{aligned} G_{A^a}(x) \cup G_{A^u}(x) \cup G_{A^n}(x) &= G_A(x), \\ (G_{A^a}(x) \cup G_{A^u}(x)) \cap G_{A^n}(x) &= \emptyset \end{aligned} \quad (2)$$

が成立すると仮定する。

さらにわれわれはしばしば矛盾を含んだ考えをすることを考慮して、

$$G_{A^c}(x) = G_{A^a}(x) \cap G_{A^n}(x) \quad (3)$$

は必ずしも空ではないとし、これを矛盾集合と呼ぶ。矛盾度 $P(A^c|x)$ も上と同様に定められる。

このようにして対象 x に関するある事実について伝える観測Aが真(A^a)か、偽(A^n)か、不明(A^u)か、あるいは矛盾を含む(A^c)かの議論は、根拠集合の上でのクリस्प集合に関する議論に写される。さらにこの根拠集合を構成している部分集合の組($G_{A^a}(x)$, $G_{A^c}(x)$, $G_{A^u}(x)$, $G_{A^n}(x)$)を介して、真である確信度、矛盾度、不明度、偽である確信度の組($P(A^a|x)$, $P(A^c|x)$, $P(A^u|x)$, $P(A^n|x)$)が得られる。

(例) x : 半年後の景気動向、 A : ある経済評論家の意見とする。いまその意見つまり観測結果Aが「景気はよくなる」だとする。半年後の景気動向 X は、よくなるか、よくなるか、どちらかわからないである。これら3つの場合は、この観測結果Aに対しては、それぞれ A^a , A^n , A^u に対応する。観測Aが当たっていれば A^a だし、間違っていれば A^n 、どちらか不明なら A^u である。

根拠集合 $G_A(x)$ は、例えば各種経済指標、関連諸政策、政局の動きなど景気動向観測のための一般的材料や、この評論家の判断を支える論拠、その判断能力に関する参考資料といった個別的材料などを集めたものである。 $G_A(x)$ のうち、意見Aが真であることを支持すると思われる事項の集まりが $G_{A^a}(x)$ であり、この意見が偽と思われる根拠の集まりが $G_{A^n}(x)$ である。

またある政策が好景気につながるという理屈も成り立つ($G_{A^a}(x)$ の要素)し、そうでないという理屈も成り立つ($G_{A^n}(x)$ の要素)のであれば、これは G_{A^a} と G_{A^n} の共通部分で、矛盾集合 $G_{A^c}(x)$ の一要素である。ある政局の動きは景気動向に影響があるのは確かだが、プラス要因かマイナス要因かわからないということであれば、これは不明集合 $G_{A^u}(x)$ の要素である。

$P(A^a|x)$ はこの評論家の意見が真である度合いを与える。 $P(A^n|x)$ などについてもこれに準じて解釈する。

ここまでの議論および以降で、 $G_A(x)$ や $P(A^a|x)$ などの引き数 x は、常に観測の対象として与えられていると考える。したがって特に明示する必要がない限り、以降では省略して G_A や $P(A^a)$ などと記す。

さて以上の結果(2)、(3)により次式が成立すること

図1 (6)のベン図的表現。斜線部分はCに対応。

がわかる。

$$\begin{aligned} P(A^{al}) + P(A^u) + P(A^{nl}) - P(A^c) &= 1, \\ P(A^c) &= P(A^a \cap A^n). \end{aligned} \quad (4)$$

さらに $\ominus$ で集合の差を表すとして

$$G_{A^{al}} = G_{A^a} \ominus G_{A^c}, \quad G_{A^{nl}} = G_{A^n} \ominus G_{A^c}$$

とおけば、根拠集合 $G_A(x)$ は互いに素な4つの部分集合 $G_{A^{al}}, G_{A^c}, G_{A^u}, G_{A^{nl}}$ に分割される。ここで

$$\begin{aligned} P(A^{al}) &= P(A^a) - P(A^c), \\ P(A^{nl}) &= P(A^n) - P(A^c) \end{aligned}$$

である。 $P(A^{al})$ ($P(A^{nl})$) はAが真(偽)である確信度の下限值、または下限確信度を与える。

さらには $G_{A^{au}}, G_{A^{nu}}$ を

$$G_{A^{au}} = G_{A^a} \cup G_{A^u}, \quad G_{A^{nu}} = G_{A^n} \cup G_{A^u},$$

と定義して

$$\begin{aligned} P(A^{au}) &= P(A^a \cup A^u) = P(A^a) + P(A^u), \\ P(A^{nu}) &= P(A^n \cup A^u) = P(A^n) + P(A^u) \end{aligned}$$

とすれば、これらはそれぞれAが真および偽である上限確信度といえる。

観測Aの真である下限確信度、矛盾度、不明度、偽である下限確信度の組 $(P(A^{al}), P(A^c), P(A^u), P(A^{nl}))$ を、以下ではあらためて真理度と呼ぶこととする。ここでさらに次式が成立することがわかる。

$$P(A^{al}) + P(A^c) + P(A^u) + P(A^{nl}) = 1 \quad (5)$$

3 2つの観測の結合結果の真理度

個々の観測の真理度を前節のように定めたとき、同じ対象 x に関する2つの観測結果A、Bを統合して得た結合結果の真理度は、それら観測のいわば多数決方式できまると考え、以下の規則により定められるとする。その際不明は真でも偽でもない中立とみなす。なおここおよび以下では、真、偽はいずれも下限確信としての真、偽をいうものとする。

- ・観測A、Bの一方が真であれば、他方が偽でない限り、真が優位とみなして結合結果の真理値は真。
- ・上と同様に観測AかBの一方が偽であれば、他方が真でない限り結合結果は偽。
- ・観測A、Bの一方が真で他方が偽のとき、または両方が矛盾のとき、結合結果は矛盾。
- ・観測A、Bがともに不明のときは、結合結果は不明。
- ・観測A、Bの一方が不明で他方が矛盾のとき、不明(中立)の傾向が比較優位とみて、結合結果は不明。

注) 上記規則中最後の場合において、一方が不明の場合の結合結果も矛盾とみなすことも考えられるが、矛盾をそのように拡大解釈しないほうが、矛盾について焦点のあった考察ができると考えてこのように定めた。これは後述する諸結果からみても、上記の理由に照らして妥当な判断であると考えられる。///

結合結果をZと表し、その真、矛盾、不明、偽の各度合いをそれぞれT、C、U、Fで表す。このときこれらの値は上の規則のもとで、以下のように集合演算の形で表した論理積演算の組み合わせによって与えられる。

$$\begin{aligned} P(Z^{al}) &:= T = P(A^{al} \cap B^{al}) + P(A^{al} \cap B^c) \\ &\quad + P(A^{al} \cap B^u) + P(A^c \cap B^{al}) \\ &\quad + P(A^u \cap B^{al}) \\ P(Z^c) &:= C = P(A^c \cap B^c) + P(A^{al} \cap B^{nl}) \\ &\quad + P(A^{nl} \cap B^{al}) \\ P(Z^u) &:= U = P(A^u \cap B^u) + P(A^c \cap B^u) \\ &\quad + P(A^u \cap B^c) \\ P(Z^{nl}) &:= F = P(A^{nl} \cap B^{nl}) + P(A^{nl} \cap B^c) \\ &\quad + P(A^{nl} \cap B^u) + P(A^c \cap B^{nl}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$+P(A^u \cap B^{nl})$$

図1は(6)のベン図的表現で、根拠集合 $G_A \times G_B$ の、 T 、 C 、 U 、 F に対応する部分集合による分割を示したものである。

ここでこれら積演算は一般確率演算則に従うものとする。一般確率演算においては、これら積演算は

$$P(A \cap B) = \gamma_{AB} P(A) P(B)$$

で与えられる。ここで γ_{AB} は集合 G_A と G_B の従属関係によってきまる従属度指数である。 $\infty > \gamma_{AB} > 1$ のとき正従属、 $\gamma_{AB} = 1$ のとき独立、 $0 \leq \gamma_{AB} < 1$ のとき負従属という。

また G_A が G_B に全、正従属とは、 G_B のすべての要素について G_B ならば G_A 、すなわち $G_B \subseteq G_A$ であるという関係が成り立っていることをいう。このとき G_B に条件付けられた G_A の条件付き確率 $P(A | B)$ が1となる。なお G_B の一部の要素のみについて G_B ならば G_A 、すなわち $G_A \cap G_B \neq \emptyset$ という関係がある場合は、 G_A が G_B に部分、正従属という。

なお以降では簡単のため、たとえば

$$(P(A^{al}), P(A^c), P(A^u), P(A^{nl})) \text{ を } (a, a^c, a^u, a^f)$$

のように略記する。 B についても同様。

(6)で16個ある従属度指数のうち少なくとも9個の値を与えないと、2つの観測の結合結果の真理値を具体的に定めることができない。そのときに何らかの系統的な与え方をしない限り、一般性のある議論が困難で

ある。そこで以下では1つの目安となる傾向を見いだすために、正従属、独立、負従属で特にその典型的な場合を取りあげて考察する。ここで仮定するその具体的な従属関係と演算結果は次の通りである。

i) 正従属の場合 [4]

このとき以下に示す2つの場合が考えられ、それぞれに対して後に示す演算結果が得られる。

i-a) G_{Aal} が G_{Bal} に全、正従属

この場合

$$P(A^{al} | B^{al}) = \frac{g(G_{Aal} \times G_{Bal})}{g(G_A \times G_{Bal})} = 1$$

で、 $\gamma_{Aal Bal} = 1/a$; $a \geq b$ であり、 $\gamma_{Ac Bal} = \gamma_{Au Bal} = \gamma_{Anl Bal} = 0$ が成立する。

さらに、2つの観測の不明集合と矛盾集合の間には特定の関連はほとんど存在しないと考えて、これらの間には独立性が成り立っていると仮定し、

$$\gamma_{A^c B^c} = \gamma_{A^u B^c} = \gamma_{A^c B^u} = \gamma_{A^u B^u} = 1 \quad (7)$$

とおく。この結果、観測A、Bの結合結果にかかわる積演算は表1 aに示す通りとなる。

i-b) G_{Bal} が G_{Aal} に全、正従属

この場合 $P(B^{al} | A^{al}) = 1$ で、 $\gamma_{Aal Bal} = 1/b$; $b \geq a$ である。この場合、i-a)に対応する諸結果は、i-a)においてAとB、aとbを交換することによって得られる。その結果、表1 aは表1 bの形に書きかえられる。

ii) $G_A^\diamond$ と G_{B^*} が独立 [5]

この場合は $\gamma_{A^\diamond B^*} = 1$ が、すべての $G_A^\diamond$ と G_{B^*} の組に対して成立するので

$$P(A^\diamond \cap B^*) = P(A^\diamond) P(B^*) \quad (8)$$

表1 a 全、正従属 $G_{Bal} \Rightarrow G_{Aal}$ の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	b	$\gamma_{Aal B^c} a b^c$	$\gamma_{Aal Bu} a b^u$	$a(1 - \gamma_{Aal B^c} b^c - \gamma_{Aal Bu} b^u) - b$
a^c	0	$a^c b^c$	$a^c b^u$	$a^c(b + b^f)$
a^u	0	$a^u b^c$	$a^u b^u$	$a^u(b + b^f)$
a^f	0	$(a^f + a - \gamma_{Aal B^c} a) b^c$	$(a^f + a - \gamma_{Aal Bu} a) b^u$	$(a + a^f)(b + b^f) - a(1 - \gamma_{Aal B^c} b^c - \gamma_{Aal Bu} b^u)$

表1 b 全、正従属 $G_{Aal} \Rightarrow G_{Bal}$ の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	a	0	0	0
a^c	$\gamma_{Ac Bal} a^c b$	$a^c b^c$	$a^c b^u$	$a^c(b + b^f - \gamma_{Ac Bal} b)$
a^u	$\gamma_{Au Bal} a^u b$	$a^u b^c$	$a^u b^u$	$a^u(b + b^f - \gamma_{Au Bal} b)$
a^f	$b(1 - \gamma_{Ac Bal} a^c - \gamma_{Au Bal} a^u) - a$	$(a + a^f) b^c$	$(a + a^f) b^u$	$(a + a^f)(b + b^f) - b(1 - \gamma_{Ac Bal} a^c - \gamma_{Au Bal} a^u)$

となる。

iii) 負従属の場合 [5]

G_{Aal} と G_{Bal} の負従属は、以下のiii-a)～iii-b)に示す4通りの正従属の場合に置き換えられる。

iii-a) G_{Aal} が G_{Bnl} に全、正従属

この場合 $P(A^{al}|B^{nl})=1$ で、 $\gamma_{AalBnl}=1/a; a \geq b^f$ であり、 $\gamma_{AcBnl}=\gamma_{AuBnl}=\gamma_{AnlBnl}=0$ となる。

またi-a)と同様、不明集合と矛盾集合については独立の関係が成り立っていて、(7)を仮定できるとする。この結果各積演算は表2 aに示す通りとなる。

iii-b) G_{Bnl} が G_{Aal} に全、正従属

この場合 $P(B^{nl}|A^{al})=1$ で、 $\gamma_{AalBnl}=1/b^f; b^f \geq a$ であり、 $\gamma_{AalBal}=\gamma_{AalBc}=\gamma_{AaBu}=0$ となる。

またi-a)と同様、(7)が仮定できるとする。この結果表2 bを得る。

iii-c) G_{Bal} が G_{Anl} に全、正従属

この場合はiii-a)、表2 aで A と B 、 a と b を交換したものと同じである。

iii-d) G_{Anl} が G_{Bal} に全、正従属

この場合はiii-b)、表2 bで A と B 、 a と b を交換したものと同じである。

(例の続き) 2章の(例)において2つの観測がある場合の従属関係について、次の2つの場合を取りあげる。

a) 同じ対象について同じ評論家が「よくなる」と再度判断(これを観測Bとする)したとき、これら観測A、Bにおいては全、正従属あるいは同値の関係が成立す

るといえる。

b) 同じ対象について別の評論家が「よくなる」と判断(観測C—偽となる判断)をしたとする。このとき一般的材料の部分については、観測A、Cの間に正従属の関係が成り立つとみられるが、個別的材料部分では、結論に至る論拠などについて、ある事態に対して互いに逆の解釈が成り立つなど、AとCで同じ材料から逆の結論を得たとすれば、これは負従属の関係となる。全体としては支持材料の相対的大きさによって、部分、正従属か部分、負従属かが決まる。

次の節では以上3種の従属関係に対して(6)の具体的な形を導き、考察する。

4 複数観測の真理度に関するいくつかの性質と数値例

4.1 正従属の場合 [4]

4.1.1 一般事項

一つの対象に対する繰り返し観測をするとき、これら観測結果は通常正の従属関係にあるとして、3章のi-a)、i-b)の結果を適用して、この繰り返し観測の真理度を調べる。

(G_{Aal} が G_{Bal} に全、正従属する場合)

この従属関係を $B \rightarrow A$ と略記する。ここで繰り返し観測結果の表記のことも考慮して、簡単のために

$$a(\gamma_{AalBc}b^c + \gamma_{AalBu}b^u) = \delta_{ab} (\geq 0) \quad (9)$$

とおく。ここで表1 aより

表2 a 負従属 ($G_{Bnl} \Rightarrow G_{Aal}$) の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	$a(1 - \gamma_{AalBc}b^c - \gamma_{AalBu}b^u) - b^f$	$\gamma_{AalBc}ab^c$	$\gamma_{AalBu}ab^u$	b^f
a^c	$a^c(b + b^f)$	a^cb^c	a^cb^u	0
a^u	$a^u(b + b^f)$	a^ub^c	a^ub^u	0
a^f	$(a + a^f)(b + b^f)$ $- a(1 - \gamma_{AalBc}b^c - \gamma_{AalBu}b^u)$	$(a + a^f - \gamma_{AalBc}a)b^c$	$(a + a^f - \gamma_{AalBu}a)b^u$	0

表2 b 負従属 ($G_{Aal} \Rightarrow G_{Bnl}$) の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	0	0	0	a
a^c	$a^c(b + b^f - \gamma_{AcBnl}b^f)$	a^cb^c	a^cb^u	$\gamma_{AcBnl}a^cb^f$
a^u	$a^u(b + b^f - \gamma_{AuBnl}b^f)$	a^ub^c	a^ub^u	$\gamma_{AuBnl}a^ub^f$
a^f	$(a + a^f)(b + b^f)$ $- b^f(1 - \gamma_{AcBnl}a^c - \gamma_{AuBnl}a^u)$	$(a + a^f)b^c$	$(a + a^f)b^u$	$b^f(1 - \gamma_{AcBnl}a^c - \gamma_{AuBnl}a^u) - a$

$$a - b - \delta_{ab} \geq 0 \quad (10)$$

でなければならない。

このとき 2 つの観測 A, B の結合結果の真理度は (6) と表 1 a より

$$\begin{aligned} T &= \min(a, b) + \delta_{ab} = b + \delta_{ab} \\ C &= a^c b^c + a - b - \delta_{ab} \\ U &= (a^c + a^u)(b^c + b^u) - a^c b^c \\ F &= a^f + (a^c + a^u)(b + b^f) \\ &= 1 - a - (a^c + a^u)(b^c + b^u) \end{aligned} \quad (11)$$

と表される。

観測 A, B をそれぞれ O_1, O_2 と表し、 $O_2 \rightarrow O_1$ なる従属関係のもとで

$$\begin{aligned} O_1 : (a, a^c, a^u, a^f) &= (T_1, C_1, U_1, F_1) \\ O_2 : (b, b^c, b^u, b^f) &= (T_2, C_2, U_2, F_2) \end{aligned} \quad (12)$$

とおく。またこれらの結果に対する (9) の δ_{ab} を δ_{12} と書くと、条件 (10) は

$$T_1 \geq T_2 + \delta_{12} \quad (13)$$

である。このようにおいたとき (11) は

$$\begin{aligned} T &= T_2 + \delta_{12}, \\ C &= C_1 C_2 + T_1 - T_2 - \delta_{12}, \\ U &= (C_1 + U_1)(C_2 + U_2) - C_1 C_2, \\ F &= 1 - T_1 - (C_1 + U_1)(C_2 + U_2) \end{aligned} \quad (14)$$

と書ける。 δ_{12} は (9) でわかるように T_1, C_2, U_2 にかわり、本来 $\delta(T_1, C_2, U_2)$ と書くべきだが、表記の簡単のため上のように略記した (後述する $\delta_{i-1, i}$ についての説明参照)。

繰り返し観測を n 回続け、各観測の間に

$$O_n \rightarrow (\cdots \rightarrow (O_3 \rightarrow (O_2 \rightarrow O_1)) \cdots) \quad (15)$$

なる関係が成り立っているとする。ここで $O_3 \rightarrow (O_2 \rightarrow O_1)$ は、観測 1 は観測 2 に、観測 1, 2 の結合したものは観測 3 に全、正従属することを示している。(15) の結合結果を $(T(n), C(n), U(n), F(n))$ と記す。ただしここおよび以下でつけた観測の番号は必ずしも時間経過の順番を表すものでなく、所定の従属関係が満足されるように各観測を並べたものとする。

なお

$$O_3 \rightarrow (O_2 \rightarrow O_1) = (O_3 \rightarrow O_2) \rightarrow O_1$$

なる結合律は、両辺の計算をすれば明らかなように、一般には成り立たない。

また (15) の従属関係のもとで、繰り返し観測に対し

て条件 (10) を順次適用していけば、次の関係が得られる。

$$T_i + \delta_{i-1, i} \geq T_{i+1} + \delta_{i, i+1}, \quad i=1, \dots, n-1; \delta_{01} = 0$$

ここではこれが成り立つものとする。

このとき n 回繰り返しの場合の真理度の一般表現は煩雑になるので、5 回繰り返しの場合について書けば次のように表される。

$$\begin{aligned} T(5) &= \min_{i=1, \dots, 5} (T_i + \delta_{i-1, i}) = T_5 + \delta_{45} \\ C(5) &= C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 + \Delta_{12} C_3 C_4 C_5 + \Delta_{23} C_4 C_5 \\ &\quad + \Delta_{34} C_5 + \Delta_{45} \\ U(5) &= D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 - C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 \\ &\quad + \Delta_{12} (D_3 D_4 D_5 - C_3 C_4 C_5) \\ &\quad + \Delta_{23} (D_4 D_5 - C_4 C_5) + \Delta_{34} (D_5 - C_5) \\ F(5) &= 1 - T_4 - \delta_{34} - D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 \\ &\quad - \Delta_{12} D_3 D_4 D_5 - \Delta_{23} D_4 D_5 - \Delta_{34} D_5 \end{aligned} \quad (16)$$

ただし $D_i \equiv C_i + U_i$, $\Delta_{i, i+1} = T_i + \delta_{i-1, i} - T_{i+1} - \delta_{i, i+1}$ である。

3 回以降の結合結果においては、 $\delta_{i-1, i}$ は $j < i$ である T_j, C_j, U_j に依存しているが、特に雑な観測とか信頼のおけない判断などでない限り、一般に C_i, U_i は比較的小さく、かつ T_i よりも小さな値とみつめられる。したがって繰り返し観測の結合結果を概観するためには、(16) のような表記が見通しをつけやすい。

(G_{Bal} が G_{Aal} に全、正従属する場合)

この従属関係を $A \rightarrow B$ と略記する。この従属関係の場合は i-b) により次のようになる。

$$b(\gamma_{A^c Bal} a^c + \gamma_{A^u Bal} a^u) = \delta_{ba} (\geq 0)$$

とおくと、表 1 b より

$$b - a - \delta_{ba} \geq 0$$

である。2 つの観測 A, B の結合結果の真理度は表 1 b を参照して

$$\begin{aligned} T &= \min(a, b) + \delta_{ba} = a + \delta_{ba} \\ C &= a^c b^c + b - a - \delta_{ba} \\ U &= (a^c + a^u)(b^c + b^u) - a^c b^c \\ F &= b^f + (a + a^f)(b^c + b^u) \\ &= 1 - b - (a^c + a^u)(b^c + b^u) \end{aligned} \quad (17)$$

となる。

(12) などの記法に従えば、2 回の観測 O_1, O_2 に対し

$$\begin{aligned}
T &= T_1 + \delta_{21}, \\
C &= C_1 C_2 + T_2 - T_1 - \delta_{21}, \\
U &= (C_1 + U_1)(C_2 + U_2) - C_1 C_2, \\
F &= 1 - T_2 - (C_1 + U_1)(C_2 + U_2)
\end{aligned} \quad (18)$$

を得る。ただしここで $T_2 \geq T_1 + \delta_{21}$ でなければならない。
以下

$$(\cdots((O_1 \rightarrow O_2) \rightarrow O_3) \rightarrow \cdots) \rightarrow O_n \quad (19)$$

として5回観測の場合の結合結果を示せば

$$\begin{aligned}
T(5) &= T_5 - \Delta_{54} = T_1 + \delta_{21} + \delta_{32} + \delta_{43} + \delta_{54} \\
C(5) &= C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 + \Delta_{21} C_3 C_4 C_5 + \Delta_{32} C_4 C_5 \\
&\quad + \Delta_{43} C_5 + \Delta_{54} \\
U(5) &= D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 - C_1 C_2 C_3 C_4 C_5 \\
&\quad + \Delta_{21} (D_3 D_4 D_5 - C_3 C_4 C_5) \\
&\quad + \Delta_{32} (D_4 D_5 - C_4 C_5) + \Delta_{43} (D_5 - C_5) \\
F(5) &= 1 - T_5 - D_1 D_2 D_3 D_4 D_5 - \Delta_{21} D_3 D_4 D_5 \\
&\quad - \Delta_{32} D_4 D_5 - \Delta_{43} D_5,
\end{aligned} \quad (20)$$

ただし $\Delta_{i,i-1} = T_i - T_1 - \delta_{21} - \delta_{32} - \cdots - \delta_{i,i-1}$ であり、 $T_5 \geq \cdots \geq T_1$ の傾向にあるので、 T_5 は $T_i (i=1, \dots, 5)$ のなかでは最大の値とみてよい。なおここで $\Delta_{i,i-1}$ は、(16)における $\Delta_{i,i+1}$ とは、添え字の順番を逆順とすることで区別していることに注意。

これら繰り返し観測の結合結果については概括的に次のようにいえる。

$\delta_{i,i-1}$ (したがって $\Delta_{i,i-1}$) には、 T_i と $j \leq i-1$ である C_j, U_j, T_j がかわっているが、各 T_i はほぼ同じ大きさで、ただし傾向的には $T_1 < T_2 < \cdots < T_n$ であり、 C_i, U_i は T_i よりも小さく、したがって $\delta_{i+1,i}$ は T_i よりも小さく、また $\Delta_{i+1,i}$ も T_i よりも小さいとみつめられる。さらに矛盾集合、不明集合と肯定集合 (の下限確信度に対応する部分) は独立の関係に近く、関連する従属度指数の値は1に近いとみられる。

したがって観測数 n が増すにつれ、それらの結合結果は、一般的傾向として

$$\begin{aligned}
T &: \text{漸増} (= T_n - \Delta_{n,n-1}) \\
C &: \text{減少} (\sim \Delta_{n,n-1}) \\
U &: \text{減少} (\sim \Delta_{n-1,n-2} U_n) \\
F &: \sim 1 - T_n - \Delta_{n-1,n-2} D_n
\end{aligned} \quad (21)$$

のようにみつめられる。

4回以上の繰り返し観測の場合は、(15)、(19)以外にも $G \rightarrow A$ と $A \rightarrow B$ の従属関係のさまざまな組み合わせのタイプがあり得る。例えば $(O_3 \rightarrow (O_2 \rightarrow O_1)) \rightarrow O_4$ など。繰り返し数が増えると組み合わせのタイプの種類も激増するが、それらの場合における結合結果は、

(14)や(18)の形のさまざまな組み合わせになる。そのおおまかな傾向は(16)、(20)および(21)などを参照することにより、例えば $B \rightarrow A (A \rightarrow B)$ の場合には T_i は漸減 (増) 傾向にあるなど

$$\begin{aligned}
\min_i T_i < T < \max_i T_i, \quad F \sim 1 - T - D_n \Delta, \\
C \sim \Delta, \quad U \sim U_n \Delta
\end{aligned}$$

$$\text{where } \Delta = \Delta_{n-1, n-2}, \text{ or } \Delta_{n-2, n-1}$$

のようになると類推される。

なお、上に述べたような一定の従属関係が、多くの観測の間ですっと保たれ続けることは実際には少ないであろう。特に近似的にせよ、全、正の従属関係が常に成立することはむしろ少なく、通常はおおむね部分、正従属の関係、それもいつも一定の関係でなく変動的であることが多いと考えられる。したがって上記の結果は1つの典型として、実際の場合のある目安を与えるものとする。

(2回の観測の結果で真の下限確信度が偽の下限確信度より優るための条件)

これは $B \rightarrow A$ の場合では(11)より

$$a + b + (a^c + a^u)(b^c + b^u) + \delta_{ab} > 1$$

で与えられる。($A \rightarrow B$ の場合に対しては、 δ_{ab} を δ_{ba} に置き換える。)これから $a + b > 1$ がその十分条件であることがわかる、すなわち少なくとも2つの観測の真である下限確信度の合計が1より大きくなっていれば、その結合結果の真が偽の度合いをうわまわる。

4.1.2 いくつかの特別な場合

(同値: $G_{A \rightarrow B} \Rightarrow G_{B \rightarrow A}$ かつ $G_{A \rightarrow B} \Leftarrow G_{B \rightarrow A}$ の場合)

この場合 $\gamma_{A \rightarrow B} = 1/a = 1/b$; $a = b$ で、

$$\gamma_{A \rightarrow B} = \gamma_{A \rightarrow B} = \gamma_{A \rightarrow B} = 0,$$

$$\gamma_{A \rightarrow B} = \gamma_{A \rightarrow B} = \gamma_{A \rightarrow B} = 0,$$

さらに(7)が成り立つとすれば表3の関係を得る。

この場合で、 n 回繰り返し観測 ($O_i, i=1, \dots, n$) を統合した結果の真理度 ($T(n), C(n), U(n), F(n)$) は

$$\begin{aligned}
T(n) &= T_1 = \cdots = T_i = \cdots = T_n \\
C(n) &= \prod_{i=1}^n C_i \\
U(n) &= \prod_{i=1}^n D_i - C(n) \\
F(n) &= 1 - T_i - \prod_{i=1}^n D_i
\end{aligned} \quad (22)$$

で、これは上の一般的な場合(16)あるいは(20)で、すべての Δ_{ij}, δ_{ij} を0とおいた場合に一致する。この場合 n が大きくなると $C(n), U(n)$ は0に、 $F(n)$ は1-

表3 同値 $G_{AaL} \Leftrightarrow G_{BaL}$ の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	$a (= b)$	0	0	0
a^c	0	$a^c b^c$	$a^c b^u$	$a^c (b + b^f)$
a^u	0	$a^u b^c$	$a^u b^u$	$a^u (b + b^f)$
a^f	0	$(a + a^f) b^c$	$(a + a^f) b^u$	$(a + a^f) (b + b^f) - a$ $(= (a + a^f) (b + b^f) - b)$

T_i に近づく。

特に各観測の真理度がほぼ同じ場合、これを (T_0, C_0, U_0, F_0) とおくと

$$\begin{aligned} T(n) &\simeq T_0, \quad C(n) \simeq C_0^n, \\ U(n) &\simeq D_0^n - C_0^n, \quad F(n) \simeq 1 - T_0 - D_0^n \end{aligned} \quad (23)$$

となる。

（全く同じ観測の繰り返しの場合）

この場合、

$$\begin{aligned} G_{AaL} \cap G_{BaL} &= G_{AaL} = G_{BaL}, \\ G_{Ac} \cap G_{Bc} &= G_{Ac} = G_{Bc}, \\ G_{Au} \cap G_{Bu} &= G_{Au} = G_{Bu}, \\ G_{A^fL} \cap G_{B^fL} &= G_{A^fL} = G_{B^fL} \end{aligned}$$

かつ

$$a = b, \quad a^c = b^c, \quad a^u = b^u, \quad a^f = b^f$$

で、これらに対する積演算のみが非負として残り、その他の積演算はすべて 0 となるので、

$$(T, C, U, F) = (a, a^c, a^u, a^f) = (b, b^c, b^u, b^f)$$

となる。すなわち何回観測を繰り返しても、結果は当然ながら変わらない。

以上をまとめれば、大体似たような観測を多数回繰り返した場合、それらの総合結果として得られる真の度合いは各観測のうちで少なくとも最小の真の度合いよりは大きな値となる。特に(19)のタイプの観測の統合では、各観測中最大の真の度合いに近い値となる。その他のタイプでは総合結果の真の度合いは T_i の最大と最小の中間の値となる。

総合結果の偽の度合いは、真の度合いの補数値（1 マイナス真の度合い）から矛盾度、不明度を減じた値に近い値である。そして矛盾度、不明度は観測回数が増えるにつれ、減少していく傾向にある。

この結果については次のような解釈ができる。同じ

ソースからの複数の観測や証言では、通常その真の部分に正の従属（または相関）関係があると考えられ、そのような観測、証言が繰り返されてもその信用度が特段に増すことはない（各観測、証言のうちで最小の信用度よりは大きな信用度程度）。また繰り返される観測、証言に含まれる矛盾や不明が互いに無関係であれば、繰り返された観測、証言の結果の矛盾や不明は減少する。ここでは同じことを何回も繰り返されると、嘘も本当のように思えてくるというような心理的效果は表してはいず、極めて冷静な受けとめ方を表しているといえる。

特に(15)のタイプまたは部分的にこのタイプを含む複数観測においては、真の度合いの低い観測が混じると、全体の真の度合いをそれだけ低下させることとなり、いわば、”悪貨は良貨を駆逐する”形になる。

また下の数値例からもわかることだが、2つの観測において両者の真の度合いがほぼ等しいとき、結合結果の矛盾度は最小となる。逆に両観測の真の度合いの差が大きいほど結合結果の矛盾度は大きくなる。

4.1.3 数値例

この数値例は、 $A \rightarrow B$ と $B \rightarrow A$ の従属関係の場合を組み合わせた結果を与える。

ある対象について1つの証拠Aと別の証拠Bが与えられたとして、これら2つの証拠の結合したものを想定し、証拠Aの真の下限確信度 a を変化させた場合の結合証拠の真理度を試算する。ただし2つの証拠ともにそれ自体のなかでは矛盾はないとする。すなわち(5)により

$$a^c = b^c = 0, \quad a + a^u + a^f = 1, \quad b + b^u + b^f = 1 \quad (24)$$

である。また簡単のために $\delta_{ab} = 0$ とおく。これはここでは $\gamma_{AaL Bu} = \gamma_{Au BaL} = 0$ とおいたことに等しい。

（例1）証拠Bが真であることにあまり確信がもてない場合の数値例として $b = 0.2$, $a^u = 0.2$, $b^u = 0.2$ (したがって $b^f = 0.6$) とおく。

$0 \leq a \leq b \leq 0.2$ のとき

$$T=a, C=0.2-a, U=0.04, F=0.76,$$

$0.2 < a \leq 0.8$ のとき

$$T=0.2, C=a-0.2, U=0.04, F=0.96-a.$$

(例2) ここでは証拠Bの真の下限確信度を0.6にあげ、証拠A, Bともにその不明の度合いを0.1として $b=0.6$, $a^u=b^u=0.1$ ($b^f=0.3$) とおく。

$0 \leq a \leq b=0.6$ のとき

$$T=a, C=0.6-a, U=0.01, F=0.39,$$

$0.6 < a \leq 0.9$ のとき

$$T=0.6, C=a-0.6, U=0.01, F=0.99-a.$$

(数値例の考察)

この単純化した例の場合、一方が他方に依存する関係にある2つの証拠の結合結果の真(偽)の度合いは、その度合いが小さいほうの証拠の真(偽)の度合いに等しいこと、矛盾度は、両証拠の真の度合いの差に正比例することが示される。なお $a+b > 1$ は $T > F$ の、また $\min(a, b) > 0.5$ は $T > C$ の十分条件であることがわかる。

ここで次のようなことがいえる。あるオピニオンリーダーの確信度の低い判断と、それにつられたこのオピニオンリーダーの信奉者の強い意見が提示されたとする。これら2つの意見を統合する場合、後者の意見を見捨てるのがよく、両者を同列に扱って結論を出すのは正しくない。同列に扱えるのは、両者の意見が独立と考えられる場合である(4.2参照)。

4.2 独立の場合 [5]

(6)、(8)により、この場合の結合結果の真理度は以下のように表される。

$$\begin{aligned} T &= a+b-ab-ab^f-a^fb \\ C &= a^cb^c+ab^f+a^fb \\ U &= (a^c+a^u)(b^c+b^u)-a^cb^c \\ F &= a^f+b^f-a^fb^f-ab^f-a^fb \end{aligned} \quad (25)$$

(25)から明らかなように、真、偽ともにその度合いは確率和(代数和)に相当する値よりも観測A, Bの間の相互矛盾の分だけ小さくなっている。

また、2回の観測の結果で真の下限確信度が偽の下限確信度より優るための条件は

$$a+b-ab > a^f+b^f-a^fb^f \quad (26)$$

で、2つの観測A, Bのいずれかが真である($A^{al} \cup B^{al}$)

度合いが、その観測のいずれかが偽である($A^{nl} \cup B^{nl}$)度合いよりも大きいことである。(26)は

$$\begin{aligned} a+b &> 1-a(b^c+b^u)-b(a^c+a^u) \\ &\quad - (a^c+a^u)(b^c+b^u) \end{aligned}$$

とも書き換えられ、正従属の場合同様 $a+b > 1$ が十分条件であることがわかる。

1つの対象に対する繰り返し観測において、互いに独立な多数回観測の結合結果の一般式は煩雑なものとなり、なんらかの単純化をはかれないと明快な結論は得にくい。このことから今回は3回以上の繰り返し観測の結合結果については省略する。

次に独立の場合に対しても数値例を示す。

(数値例) 比較のために、設定条件は4.1.3節の正従属の場合と同じとし、数値的にも数値例の対応する番号どうして同じ値とする。

(例1) $b=0.2$, $a^u=0.2$, $b^u=0.2$, $0 \leq a \leq 0.8$,

$$\begin{aligned} T &= 0.4a+0.04, C=0.4a+0.16, \\ U &= 0.04, F=0.76-0.8a \end{aligned}$$

(例2) $b=0.6$, $a^u=b^u=0.1$, $0 \leq a \leq 0.9$.

$$\begin{aligned} T &= 0.7a+0.06, C=0.54+0.3a, \\ U &= 0.01, F=0.39-0.4a \end{aligned}$$

(数値例の考察)

2つの証拠の真(偽)の度合いがともに小さいか、あるいは両者の間に明らかな差があるとき、結合結果の矛盾度が真(偽)の度合いをうわまわる。

結合結果の真の度合いは、(26)が満たされるとき偽の度合いに優ることがこれら数値例でも示され、ある証拠と対立する反証があるとき、証拠が反証に対し明らかに優位にならないと証拠の有効性が認められないという常識的結論が導かれる。

4.3 負従属の場合 [5]

4.3.1 一般的事項

(G_{Aal} が G_{Bnl} に全、正従属する場合)

iii-a)の結果にもとづき、2つの観測の結合結果の真理度を調べる。 δ_{ab} を(9)のように定めると、表2 aより

$$a-b^f-\delta_{ab} \geq 0 \quad (27)$$

でなければならない。

このとき2つの観測A, Bの結合結果の真理度は表2 aより

$$\begin{aligned}
T &= a - b^f + (a^c + a^u)(b + b^f) \\
C &= a^c b^c + (a + a^f)(b + b^f) - a + b^f + \delta_{ab} \\
U &= (a^c + a^u)(b^c + b^u) - a^c b^c \\
F &= (a + a^f)(b^c + b^u) - \delta_{ab}
\end{aligned} \quad (28)$$

となる。

観測 A, B を 4.1.1 の場合と同様に、それぞれ O_1, O_2 と表し (12) のようにおく。また δ_{ab} を δ_{12} とおくと、条件 (27) は

$$T_1 \geq F_2 + \delta_{12} \quad (29)$$

である。このようにおいたとき (28) は

$$\begin{aligned}
T &= T_1 - F_2 + D_1 E_2, \\
C &= C_1 C_2 + E_1 E_2 - T_1 + F_2 + \delta_{12}, \\
U &= D_1 D_2 - C_1 C_2, \quad F = E_1 D_2 - \delta_{12}
\end{aligned} \quad (30)$$

と書ける。ただし、ここで $E_i \equiv T_i + F_i$ とおいてある。

(G_{BnL} が G_{AaL} に全、正従属する場合)

(27) が成り立たない場合、特に $a < b^f$ の場合は iii-b) による。その場合

$$\delta_{ba} = b^f (\gamma_{A^c BnL} a^c + \gamma_{A^u BnL} a^u)$$

とおいて、表 2 b より

$$b^f - a - \delta_{ba} \geq 0$$

でなければならない。

このとき 2 つの観測 A, B の結合結果の真理度は表 2 b より

$$\begin{aligned}
T &= (a^c + a^u)(b + b^f) - \delta_{ba} \\
C &= a^c b^c + (a + a^f)(b + b^f) + a - b^f + \delta_{ba} \\
U &= (a^c + a^u)(b^c + b^u) - a^c b^c \\
F &= (a + a^f)(b^c + b^u) + b^f - a
\end{aligned} \quad (31)$$

となる。

または、上と同様の書き換えを行えば、

$$F_2 \geq T_1 + \delta_{21}, \quad (32)$$

$$\begin{aligned}
T &= D_1 E_2 - \delta_{21}, \\
C &= C_1 C_2 + E_1 E_2 + T_1 - F_2 + \delta_{21}, \\
U &= D_1 D_2 - C_1 C_2, \quad F = E_1 D_2 + F_2 - T_1
\end{aligned} \quad (33)$$

となる。

繰り返し観測を n 回続けたとき、3 回以降の観測においては、それまでの観測とそれに続く観測の間に負従属の条件が満たされることは考えにくい。つまり負

従属の関係にある 2 回の観測の結合結果に、さらに負従属となる 3 回目の観測というものは考えにくい、あったとしても極めて特殊な場合と考えられる。

例えば 1 回目が 1 つの事実に対するある解釈とし、2 回目がその事実に対する反対解釈、あるいは反論とする。これら 2 つの解釈は負従属の関係にあると考えられるが、この結合結果に対してさらに負従属となる第 3 の解釈は考えにくい。

以上のことから負従属の場合における繰り返し観測の結合は 2 回までで、3 回以上はあまり意味ないといえる。この場合については部分、負従属といった状況は考えられようが、一般的扱いは厄介でもあり、ここでは取りあげない。

(2 回の観測 A, B で真の下限確信度が偽の下限確信度より大きくなる条件)

この条件は (28)、(31) より

$$\begin{aligned}
b - a^f + \delta_{ab} &> 0, \quad \text{when } a \geq b^f \\
b - a^f - \delta_{ba} &> 0, \quad \text{when } a < b^f
\end{aligned}$$

である。

4.3.2 いくつかの特別な場合

($G_{AaL} \Leftarrow G_{BnL}$ かつ $G_{AaL} \Rightarrow G_{BnL}$ の場合)

この場合

$$\begin{aligned}
\gamma_{AaL BnL} &= 1/a = 1/b^f; \quad a = b^f, \\
\gamma_{A^c BnL} &= \gamma_{A^u BnL} = \gamma_{AnL BnL} = 0, \\
\gamma_{AaL Bc} &= \gamma_{AaL Bu} = \gamma_{AaL BaL} = 0.
\end{aligned}$$

である。さらに不明集合と矛盾集合の独立の条件 (7) が成り立つとすれば表 4 の関係を得る。

これから

$$\begin{aligned}
T &= (a^c + a^u)(b + b^f), \\
C &= a^c b^c + (a + a^f)(b + b^f), \\
U &= (a^c + a^u)(b^c + b^u) - a^c b^c \\
F &= (a + a^f)(b^c + b^u)
\end{aligned}$$

を得る。これは、一般に $a + a^f > a^c + a^u, b + b^f > b^c + b^u$ となっていることを考えれば、結合結果の真、偽の度合いはほとんどの場合小さく、矛盾度の方が大きくなることを示している。これが極端になった場合が次のさらに特別な場合である。

(真と偽の度合いが互いに一致し、矛盾、不明もそれぞれ一致する観測の場合)

この場合、

表4 負従属で $G_{Aal} \Leftrightarrow G_{Bnl}$ の場合の積演算

	b	b^c	b^u	b^f
a	0	0	0	$b^f (=a)$
a^c	$a^c(b+b^f)$	$a^c b^c$	$a^c b^u$	0
a^u	$a^u(b+b^f)$	$a^u b^c$	$a^u b^u$	0
a^f	$(a+a^f)(b+b^f)-a$ $(=(a+a^f)(b+b^f)-b^f)$	$(a+a^f)b^c$	$(a+a^f)b^u$	0

$$a=b^f, a^c=b^c, a^u=b^u, a^f=b$$

で、

$$(T, C, U, F) = (0, 1-a^u, a^u, 0) \\ = (0, 1-b^u, b^u, 0)$$

となり、ほとんど矛盾のみの結果となる。

4.3.3 数値例

ある事実について1つの証拠Aとその反証Bが与えられた場合、これら証拠、反証の間の関係は負従属になると考えられる。ここではそのような想定のもとで、正従属、独立の場合と同じ数値例について試算する。またその他の設定条件もそれらの場合と同じとする。

(例1) $b=0.2, a^u=0.2, b^u=0.2$.

$0 \leq a \leq b^f=0.6$ のとき

$$T=0.16, C=a+0.04, U=0.04, F=0.76-a,$$

$0.6 < a \leq 0.8$ のとき

$$T=a-0.44, C=1.24-a, U=0.04, F=0.16.$$

(例2) $b=0.6, a^u=b^u=0.1$.

$0 \leq a \leq b^f=0.3$ のとき

$$T=0.09, C=a+0.51, U=0.01, F=0.39-a,$$

$0.3 < a \leq 0.9$ のとき

$$T=a-0.21, C=1.11-a, U=0.01, F=0.09.$$

(数値例の考察)

結合結果の真の度合いは、一方の真の度合いが他方の偽の度合いを十分うまわらないと大きくならない。同様に一方の偽の度合いが他方の真の度合いを十分うまわらないと結合結果の偽の度合いは大きくならない。またこれらのうちどちらかが一方的にならないと結合結果の矛盾度が小さくならない。両者が一致したときこの矛盾度は最大となる。これらの傾向は(28)、(31)から一般的にもいえることがわかる。つまり1つ

の主張に対し反論があるとき、一方が相対的に明らかに強くない限り明確な結論が得られないということになる。これらは全体的に独立の場合と似た傾向だが、幾分独立の場合より強調された形で現れている。

5 まとめ

ある対象についての観測、またはそれに関する証拠の信用度合いが、複数回観測することによってどうなるかを調べた。

ある観測または証拠が矛盾や不明を含む場合の信用度を、その観測の(真、矛盾、不明、偽)の度合いの組として表し、これを真理度と呼び、個々の観測の真理度から2つの観測結果を結合した結論の真理度を、各観測の間に正従属、独立、負従属の関係がある場合について求めた。正従属の場合については3回以上の繰り返し観測の真理度も調べた。

その結果として複数の観測、証拠または意見をまとめた結論の信用度合いを、提案した計算方法によって、個々の観測、証拠または意見の信用度合いから定めることができる。さらにその信用度合いに関する諸性質、例えばどのような場合に結合結果の真の度合いが偽の度合いや矛盾度より大きくなりうるかなどを明らかにした。

また2回観測の結合結果において、各観測の間での正、負従属、独立なる3つの関係によって、結合結果に差異があることが明かとなった。繰り返し観測の場合もこのことがいえて、各観測間の関係に配慮することなく、例えばすべて独立としていくつかの観測や判断をまとめた場合、誤った結果を導く危険性があることを示している。

以下得られた結果の要約を示す。

真の間に全、正従属という関係がある場合、多数回観測の真の度合いが同じように大きくないと、結合結果の真の度合いは大きくなりにくい。つまり互いに依存関係にある証拠のなかに確信度の低いものが混じると、それらの統合結果の確信度が低くならざるを得ないことを意味する。

矛盾と不明の間は互いに独立といえるとき、矛盾度、不明度は観測回数が増えるにしたがい減少する傾向にある。2つの観測においては両者の真の度合いがほぼ等しいときに、結合結果の矛盾度は最も小さくなる。これは、正従属関係にあるほぼ同じ確信度の証拠とか意見を統合した結果の矛盾はほとんどないことを示す。

独立の場合では、2回観測の場合、これら観測が有効となるためには、2つの観測の真の度合いが同じように大きい (これらの和が1以上) ことが要求される。

負従属の場合、一般的に複数観測の矛盾度が大きくなる傾向にある。2つの観測において、一方の観測の真 (偽) の度合いが他方の偽 (真) の度合いを大きくうわまわらないと、結合結果の真 (偽) の度合いは小さく、矛盾度は大きい。特に一方の真の度合いと他方の偽の度合いとが一致するとき結合結果の矛盾度は最大となる。いずれにしても証拠と反証の確信度の一方が他方を十分うわまわらないと矛盾が目立ち、確たる結論は得られにくい。

以上の結果は、2つあるいはそれ以上の観測や証拠、意見などを、これらが依存関係にある場合、独立で対等関係にある場合、対立関係にある場合という3つの場合においてまとめる際に、その統合結果の信用度合いに関して1つの目処を得るために利用できる。

参 考 文 献

- [1] S.Mabuchi, An interpretation of membership functions and the properties of general probabilistic operators as fuzzy set operators. (II). Extension to three-valued and interval-valued fuzzy sets, *Fuzzy Sets and Systems* **92** 31-50 (1997)
 - [2] G.Shafer, A Mathematical Theory of Evidence, Princeton University Press (1976)
 - [3] J.Pearl, Probabilistic Reasoning in Intelligent Systems: Networks of Plausible Inference, Morgan Kaufmann Publishers (1988)
 - [4] 間瀬重昭、不明、矛盾を含む複数観測の結合結果の真理度計算の一方法、第16回ファジィシステムシンポジウム、227-230 (2000)
 - [5] 間瀬重昭、不明、矛盾を含む複数観測の結合結果の真理度計算の一方法—独立と負従属の場合、第11回ソフトウェアワークショップ講演論文集、64-67 (2001)
- (2002年3月34日受付)
(2003年4月26日採録)

[問い合わせ先]

〒564-8511 大阪府吹田市岸部南2-36-1

大阪学院大学 経営科学部

間瀬重昭

TEL : 06-6381-8434

FAX : 06-6382-4363

E-mail : sigmab@pure.ne.jp

著 者 紹 介

まぶちしげあき
間瀬重昭 [正会員]

1956年阪大・工・通信工学卒、同年日本楽器製造 (現ヤマハ) 株式会社入社、主として電子楽器の基本回路の研究、開発に従事。1962年から株式会社大和技術研究所、ついで1964年から工業技研株式会社勤務を経て、1967年より神戸商船大学航海学科電子応用工学助教授、1977年同教授、その後1979年の大学改組に伴い輸送科学科 (オペレーションズ・リサーチ担当)、ついで1990年再改組により輸送情報システム工学課程教授。1995年より大阪学院大学経営科学部教授。工学博士。電子情報通信学会、計測自動制御学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会各会員。

Credibility of a Combined Result of Mutually Dependent Observations with Uncertainty and Contradiction

by

Shigeaki MABUCHI

A method is proposed and discussed to evaluate credibility of a combined result of plural observations with uncertainty and contradiction for the cases of positive dependence, negative dependence and independence among the observations.

In this paper credibility of an observation is described by 4-tuple grades, i.e., grades of truth, contradiction, uncertainty and false in the observation.

These grades are determined in the same manner as membership functions are determined based on a concept of ground set [1].

Then the credibility of plural observations is evaluated by the combination of fuzzy set products, where the fuzzy sets are characterized by the above mentioned grades, and the set products are determined using general probabilistic set operations.

Credibilities for a pair of observations and repeated plural observations are derived and their properties are discussed.

Key words : certainty grade, contradiction grade, uncertainty grade, dependence relation.

Contact Address : **Shigeaki MABUCHI**

Osaka Gakuin University 2-36-1, Kishibe-minami, Suita City, Osaka Prefecture

TEL : 06-6381-8434

FAX : 06-6382-4363

E-mail : sigmab@pure.ne.jp