|||||
 原著論文
 |||||

感性評価データの主成分分析に関する考察[†]

中森 義輝*¹ 領家 美奈*² 河野 小夜子*³

対象を直感的に評価することによって得られたいわゆる感性データに対するファジィ主成分分析について、既存の方法とは異なる2つのアプローチを検討する。1つはデータ自身のファジィ化、もう1つは荷重パラメータのファジィ化である。ともに評価者間の評価の違いをある意味で保存しつつ、評価におけるあいまい性を反映した主成分得点をファジィ数で表現しようとするものである。前者は評価した対象を評価のあいまい性を考慮して分析するためのものであり、後者は新たに得られたクリスプな評価データからファジィ主成分得点を予測するためのものである。数値例として、地域環境の感性評価データの分析例を紹介する。

キーワード：感性評価データ、主成分分析、ファジィ主成分モデル、環境評価

1 はじめに

ファジィ主成分分析は主として和多田淳三氏とそのグループによって発展させられてきた。藪内賢之氏の学位論文[1]にこれまでに提案されている2つの手法が整理されている。

最初の手法は、分析対象をファジィ群と解釈することで、分析対象の持つ特徴を要約する方法である[2][3]。例えば、多くの情報産業企業の営業利益率、規模、成長率などの属性データが与えられたとき、各企業の情報産業部門の売上比率をデータの荷重（情報産業というファジィ群のメンバシップ値）とした主成分分析を定式化し、情報産業に焦点を当てた総合評価を実行するものである。

2つ目の手法は、データがファジィ数で与えられた場合の主成分分析手法である[4]。例えば、上記の情報産業企業の属性データが5年分与えられているとき、それらのデータから属性値の可能性分布をファジィ数で表現する。その可能性を主成分に反映させるために、主成分分析における通常の固有値問題を含む線形計画問題を定式化し、それを解いてファジィ主成分得点を導出するものである。

本稿が対象とするデータは、複数の評価者が、複数

の対象を、複数の評価規範により主観的に評価した3相データである。複数の評価者を「5年分のデータ」、複数の対象を「複数の情報産業企業」、複数の評価規範を「営業利益率、規模、成長率などのいくつかの属性」と対応付ければ、上記の2番目の手法を適用することが原理的には可能である。

ここで取り扱うデータは対象のいくつかの側面を主観的に、例えば5段階で評価した値であり、クリスプな数値とは言え、評価者の価値観や状況に依存した「うつろいやすい」値である。例えば、「居住地域の近くにある川や池で釣った魚を食べることができるか」という質問に「まったく食べられない」から「問題なく食べられる」までの5段階で答えるようなデータである。嗜好を尋ねているわけではないから、評価者はできるだけ客観的に答えようとするが、環境に対する感受性の強弱などにより、大きな分散を持ったデータセットを得ることになる。このようなデータを、ここでは感性データと呼ぶ。

感性データセットの特徴を従来の多変量解析手法によって抽出しようとするとき、評価者に関する平均データを用いる方法が最も容易であるし、それなりの情報を含んでいる。しかし、人間の感性による対象の評価に内在する情報をより有効に利用するために、評価の個人差やあいまいさの広がりモデル化する手法を開発することは重要である。ここでは、和多田・藪内の手法とは異なる発想によるモデリングを試みる。データに内在するあいまいさを数量化する1つの試みであるが、発想（思想）の異なるモデルの優劣を比較することは、特に予測すべき外的基準のないケースでは困難である。

ここでは分析対象あるいは評価者に重みを付けられない問題を扱っているので、和多田・藪内の第1の手

[†] Consideration on Principal Component Analysis for Subjective Evaluation Data

Yoshiteru NAKAMORI, Mina RYOKE, Sayoko KAWANO

*1 北陸先端科学技術大学院大学 知識科学研究科

School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology

*2 筑波大学大学院 ビジネス科学研究科

School of Business Science, University of Tsukuba

*3 株式会社 ノルド社会環境研究所

NORD Institute for Society and Environment

法は適用できない。第2の手法は前述のように適用可能であるが、本研究ではデータ空間における評価者の意見の相違を保存するような主成分あるいは荷重パラメータを求めることに主眼を置いている。和多田・藪内の第2の手法はある評価規範を導入してファジィ荷重を一意的に求めることができる反面、線形計画法に基づくため、意見の相違を保存するという考え方ではない。一方、本研究では、主成分分析においては対象の比較を行うことが主題であるとし、相対的ファジィネスを導出すればよいという立場に立っている。

次節において、研究の背景と取り扱うデータ構造を記述する。ついで、ファジィ主成分得点を求めるために、感性データをファジィ化する方法と、主成分モデルの荷重パラメータをファジィ化する方法の2つの方法を検討する。前者の方法は評価対象を分析するために用いられる。一方、後者の方法は新しい評価データが得られたときに、総合評価を行うために用いられるモデルを提供する。主成分分析モデルを総合評価モデルとして用いるための工夫が本稿の主要な提案である。また、評価者の感性・考え方の違いを図示する方法を提案する。数値例として住民が地域環境を感覚的に評価したデータの分析を行う。

2 研究の目的とモデル構造

2.1 研究の目的

評価対象を $m=1, 2, \dots, M$ 、評価項目を $n=1, 2, \dots, N$ 、評価者を $k=1, 2, \dots, K$ で表す。例えば、

(評価対象) 受験生 1、受験生 2、…

(評価項目) 学業成績、人間性、将来性、…

(評価者) 試験官 A、試験官 B、…

というような3相構造のデータを扱う。

評価者 k のデータベクトルを

$$\mathbf{y}_{mk} = (y_{m1k}, y_{m2k}, \dots, y_{mNk})^t \quad (1)$$

とすると、これは例えば、試験官 k の受験生 m の個別評価ベクトルを表している。試験官 k による受験生 m の総合評価を

$$z_{mk} = a_{1k}y_{m1k} + a_{2k}y_{m2k} + \dots + a_{Nk}y_{mNk} \quad (2)$$

のような線形加重和で求めることにすれば、加重ベクトル

$$\mathbf{a}_k = (a_{1k}, a_{2k}, \dots, a_{Nk})^t \quad (3)$$

自身も絶対的なものではないし、多くの場合「暗黙的」である。実際、合否判定においては各試験官の個別評

価には立ち入らないで、各試験官の「暗黙的」な総合評価値を試験官に関して平均するなどして、受験生の順位を決定することが行われている。

上述ような判定法は様々な場面で多用されているが、入学試験などのように客観性が強く求められる場合は加重ベクトルを試験官の間で統一することがしばしば行われる。その際に用いることができる手法の1つが主成分分析である。試験官に関して平均したデータから主成分分析により加重ベクトルを決定できるが、評価のあいまい性やゆらぎを考慮したファジィ主成分得点を求めることが、ここでの目的である。ここで、

- (a) 評価者の評価の散らばりの差異を「ある意味で」保存した加重ベクトルのメンバシップ関数を求め（線形計画法では差異を保存できない）、
- (b) 対象のファジィ主成分をファジィ集合論における拡張原理により計算し、全評価者による主成分得点のメンバシップ関数を求める

という方法が考えられる。

同様な発想に基づいて、ファジィ回帰分析[5]とファジィ数量化理論Ⅰ類[6]が検討されているが、それらにおいては、外的基準が存在するため最小2乗法が適用でき、データ空間からパラメータ空間への写像が求められるため、これを用いて上記の目的を「ある程度」達成することができる。

しかし、本研究においては外的基準（総合評価値）の存在を想定していないため、異なるアプローチが必要となる。「あいまい性」の絶対量を測る基準が存在しないことから、ファジィネスの相対的な値を伴った主成分得点を求めることを目的とする。

2.2 モデルの構造

ファジィ主成分得点を求める方法は3通り考えられる。

1. 感性データをファジィ化する。
2. 加重パラメータをファジィ化する。
3. 感性データと加重パラメータの両方をファジィ化する。

最後の方法は数学的に取り扱いにくいし、また、後で明らかになるように同じ情報を重複して用いなければならないことから、最初の2つの方法を検討する。

【平均モデル】どちらの方法も、感性データを評価者に関して平均したデータ、すなわち、評価対象と

評価項目を行と列のインデックスとして持つ評価データ行列を用いて、主成分モデルを構築することから始める。評価項目間分散共分散行列の固有値問題を解いて、平均主成分モデルの荷重パラメータを同定する。

【評価対象の分析】第1の方法では、これが最終モデルであり、別途ファジィ化した感性データを平均モデルに入力し、ファジィ主成分を求める。この方法は極めて簡易な方法であり、対象によってどの主成分においてどの程度評価が散らばるかを概観することができる。ただし、感性データのファジィ化においては、データの取りうる可能性を重視するか、あるいは分散を重視するか、など視点を定める必要がある。

【総合評価モデル】第2の方法では、平均モデルのパラメータをファジィ化して、ファジィ写像として主成分モデルを構築する。ファジィ化の方針は、平均モデルのパラメータを中心として、評価者個人のパラメータベクトルを意見の違いをできるだけ保存するように同定し、これらの情報を用いてファジィパラメータを求める。このモデルにクリスプな評価データを入力すれば、ファジィ主成分(総合評価)を計算することができる。この方法によるモデルを本稿では**ファジィ主成分モデル**と呼ぶ。

ここで、データあるいはパラメータのファジィ化において、分散共分散情報を用いるか、あるいは可能性分布の観点を導入するかで、ファジィ主成分の広がり方が異なってくる。本稿では、田中英夫氏流のデータの可能性を重んじる方法でファジィ化を行う。これは1つの思想ではあるが、例として示す環境評価においては、行政の立場と住民の立場とで意見のわかれるところである。データの可能性を考慮することが重要な場合と、逆に不都合な場合があり、ケースによって使い分けが必要である。

3 データ構造と平均モデル

3.1 データ構造

一般に、入手できる感性評価データは前述のような完全な3相になっていない場合が多い。例えば、全試験官が全受験生を試問するようなことは時間的制約から実施されることはまれである。そこでより現実的な設定として以下のようなデータ構造を想定する。

評価者集合を $E = \{1, 2, \dots, K\}$ 、評価対象集合を

$O = \{1, 2, \dots, M\}$ とする。 E_m を対象 m を評価した評価者の集合、 O_k を評価者 k が評価した対象の集合とし、

$$E = \bigcup_{m=1}^M E_m; \quad E_m \neq \phi, \forall m \quad (4)$$

$$O = \bigcup_{k=1}^K O_k; \quad O_k \neq \phi, \forall k \quad (5)$$

とする。特別なケースとして

- すべての評価者がすべての対象を評価:

$$E_m = E, \forall m$$

- 各評価者は1つの対象のみを評価:

$$|O_k| = 1, \forall k$$

などを含んでいる。ただし、 $|\cdot|$ は集合の要素数を表す。

対象 m を評価した評価者のデータベクトルを

$$\mathbf{y}_{mk} = (y_{m1k}, y_{m2k}, \dots, y_{mNk})^t, \quad k \in E_m \quad (6)$$

とする。すなわち、すべての評価項目について評価値が与えられているものとする。ただし、評価値は5段階評価などの「あいまいな」整数値を想定する。

3.2 平均主成分得点

対象 m についての評価者平均ベクトルを

$$\mathbf{y}_m = (y_{m1}, y_{m2}, \dots, y_{mN})^t \quad (7)$$

とする。ただし、

$$y_{mn} = \frac{1}{|E_m|} \sum_{k \in E_m} y_{mnk}, \quad |E_m| > 0 \quad (8)$$

と定義する。平均データの分散共分散行列を

$$S = \{s_{nn'}\}_{N \times N} \quad (9)$$

とする。ただし、

$$s_{nn'} = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M (y_{mn} - y_n)(y_{mn'} - y_{n'}) \quad (10)$$

$$y_n = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y_{mn} \quad (11)$$

である。

ここで、

$$\mathbf{y}_0 = (y_1, y_2, \dots, y_N)^t \quad (12)$$

とにおいて、 $\mathbf{y}_{mk} - \mathbf{y}_0$ 、 $\mathbf{y}_m - \mathbf{y}_0$ を改めて $\mathbf{y}_{mk}$ 、 $\mathbf{y}_m$ とおく。したがって以降では

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \mathbf{y}_m = \mathbf{0} \quad (13)$$

が成立していることに注意する。

分散共分散行列の固有値・固有ベクトルを求める。

$$S\mathbf{a}_p = \lambda_p \mathbf{a}_p, \quad p=1, 2, \dots, N \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{a}_p = (a_{p1}, a_{p2}, \dots, a_{pN})^t \quad (15)$$

$$\|\mathbf{a}_p\| = 1, \quad \forall p \quad (16)$$

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_N \geq 0 \quad (17)$$

とする。

以上から、平均データによる対象 m の第 p 主成分得点は

$$z_{pm} = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}_m \quad (18)$$

によって与えられる。上述のように、 $\mathbf{y}_m$ は実際は評価者および対象に関する平均ベクトル $\mathbf{y}_0$ を引いたものであるから、 $\mathbf{y}_0$ が主成分軸によって張られる空間の原点に写像される。

4 ファジィデータの写像

4.1 感性データのファジィ化

ここでは評価者に関する平均データベクトル $\mathbf{y}_m$ をファジィ化し、ファジィ集合 Y_m を導入する。まず、つぎの分散共分散行列を計算する。

$$T_m = \frac{1}{|E_m|} \sum_{k \in E_m} (\mathbf{y}_{mk} - \mathbf{y}_m) (\mathbf{y}_{mk} - \mathbf{y}_m)^t \quad (19)$$

ただし、 T_m は正定値行列になっているものとする。つぎに、 c_m を後で定める正の実数とし、

$$D_{Ym} = c_m \times T_m \quad (20)$$

とおく。つぎの多次元メンバシップ関数により、ファジィ集合 Y_m を定義する。

$$\mu_{Ym}(\mathbf{y}) = \exp\{-(\mathbf{y} - \mathbf{y}_m)^t D_{Ym}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_m)\} \quad (21)$$

パラメータ c_m はつぎのように設定することができる [7]。すなわち、ある実数 $h \in (0, 1)$ を設定して、

$$\min_{k \in E_m} \{\mu_{Ym}(\mathbf{y}_{mk})\} \geq h \quad (22)$$

を満たす最小の c_m を求める。その値は

$$c_m = \frac{\max_{k \in E_m} \{(\mathbf{y}_{mk} - \mathbf{y}_m)^t T_m^{-1} (\mathbf{y}_{mk} - \mathbf{y}_m)\}}{-\log h} \quad (23)$$

である。これは、データの可能性をどれだけ取り入れ

るかという分析者の考え方を反映する方法である。

【注意 1】上記のデータのファジィ化の意味するところを、1次元データの場合について解説する。図 1 に示すように 5 つ (見やすくするため 5 つとしている) のデータが平均の周りに散らばっており、一番左のデータが最も中心から遠いとする。1次元であるから (21) 式で与えられる $\mu_{Ym}(\mathbf{y})$ は左右対称の釣鐘形をしており、これをデータの可能性分布であるとみなす。このとき、一番左のデータの可能性を h_1 としたのが上の図であり、 $h_2 (> h_1)$ としたのが下の図である。中心から最も離れたデータの生起する可能性をどのように見積もるかによって、メンバシップ関数の広がりやが規定される。このような広がりやを、分散共分散行列 T_m を c_m 倍することにより達成しようという考え方である。

4.2 ファジィ主成分

拡張原理を適用すれば、対象 m のファジィ第 p 主成分 Z_{pm} のメンバシップ関数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mu_{Zpm}(z) &= \max\{\mu_{Ym}(\mathbf{y}) \mid z = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}\} \\ &= \exp\left\{-\frac{(z - \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}_m)^2}{\mathbf{a}_p^t D_{Ym} \mathbf{a}_p}\right\} \end{aligned} \quad (24)$$

これはつぎの最適化問題を解くことによって求めることができる [7][8]。

図 1：可能性分布とみなしたメンバシップ関数

$$\begin{aligned} & \text{minimize } (\mathbf{y} - \mathbf{y}_m)^t D_{Ym}^{-1} (\mathbf{y} - \mathbf{y}_m) \\ & \text{subject to } z = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y} \end{aligned}$$

【注意 2】上で求められたファジィ第 p 主成分のメンバシップ関数はつぎのように解釈できる。すなわち、個人のデータベクトルの第 p 主成分軸への正射影は

$$z_{pmk} = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}_{mk} \quad (25)$$

であるが、これを評価者に関して平均すれば

$$z_{pm} = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}_m \quad (26)$$

となり、分散は $\mathbf{a}_p^t T_m \mathbf{a}_p$ で与えられる。これを c_m 倍した値が $\mathbf{a}_p^t D_{Ym} \mathbf{a}_p$ である。

【注意 3】データの変動が無いか、あるいは非常に小さい場合はファジィ集合 Y_m を次式で定義する。

$$\mu_{Ym}(\mathbf{y}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{y} = \mathbf{y}_m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (27)$$

この場合は

$$\mu_{Z_{pm}}(z) = \begin{cases} 1, & z = \mathbf{a}_p^t \mathbf{y}_m \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

となる。

【注意 4】ガウス分布によるモデリングでは

$$z_{pm} = a_{p1}y_{m1} + a_{p2}y_{m2} + \cdots + a_{pN}y_{mN} \quad (29)$$

において、 y_{mn} がガウス分布 $N(\mu_{mn}, \sigma_{mn}^2)$ に従い互いに独立ならば、 z_{pm} がガウス分布

$$N\left(\sum_{n=1}^N a_{pn}\mu_{mn}, \sum_{n=1}^N a_{pn}^2\sigma_{mn}^2\right)$$

に従うことから、主成分得点の分布を計算することができる。ただし、後で用いるデータは、カイ 2 乗検定の結果、独立性の仮定が満たされていないことが判明している。この事実を無視して z_{pm} の分布を強引に図示しても、本稿の結果と似通ったものが得られることを付記しておく。

4.3 相対的ファジィネス

以上の方法により、図 2 に示すように対象の主成分得点の相対的なファジィネスを表現することが可能である。ただし、第 1—第 2 主成分平面におけるファジィ主成分得点のメンバシップ関数は次式で定義する。

$$\begin{aligned} \mu_{Z_{1m} \times Z_{2m}}(z_1, z_2) &= \mu_{Z_{1m}}(z_1) \times \mu_{Z_{2m}}(z_2) \\ &= \exp\left\{-\frac{(z_1 - \mathbf{a}_1^t \mathbf{y}_m)^2}{\mathbf{a}_1^t D_{Ym} \mathbf{a}_1} - \frac{(z_2 - \mathbf{a}_2^t \mathbf{y}_m)^2}{\mathbf{a}_2^t D_{Ym} \mathbf{a}_2}\right\} \end{aligned} \quad (30)$$

図 2：ファジィ主成分得点のイメージ図

なお、図 2 においては

$$\{(z_1, z_2) \mid \mu_{Z_{1m} \times Z_{2m}}(z_1, z_2) \geq \alpha\} \quad (31)$$

という α -レベル集合を示している。

【注意 5】図 2 における楕円は主成分得点のファジィネスを表現しているのであるが、その大きさは決して絶対的なものではなく、4.1 節における主観的な判断の結果である。しかし、楕円の大きさはファジィネスの相対的な大きさを表していると考えられる。これが、本稿における「相対的ファジィネス」の意味である。

5 地域環境の分析

居住地域に隣接する水辺空間に関するアンケートデータを提案手法により分析する。アンケート調査は 2001 年 11 月に石川県小松市および石川郡鶴来町の住民を対象に直接配布方式で実施したものである。ここでは、その中からデータを抜粋して用いる。

5.1 感性評価データ

以下は本稿で数値実験のために用いる評価項目のリストである。

- ($n=1$) ヨシや水草などの植物をみかける
- ($n=2$) 水遊び（水泳、ボートなど）ができる
- ($n=3$) 水辺でバーベキューやキャンプができる
- ($n=4$) 護岸整備がよくなされている
- ($n=5$) 水が澄んでいる

表 1 に分析に用いるデータを示している。参考ために

表1：水辺の主観評価データ

m	k	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$	水質	快適
1	1	1	5	5	2	2	3	3
1	2	1	1	1	5	2	3	4
1	3	1	4	1	3	1	2	3
1	4	1	2	5	5	5	4	4
1	5	5	2	2	2	1	2	2
1	6	3	1	1	5	1	3	3
1	7	4	5	5	5	3	2	4
1	8	5	5	5	3	5	5	5
1	9	5	1	5	5	1	2	3
1	10	1	3	1	5	3	3	4
1	11	1	4	4	4	1	2	1
1	12	5	5	5	1	1	2	3
1	13	3	2	2	4	3	3	3
1	14	2	1	1	5	1	1	4
1	15	2	5	5	2	1	1	1
1	16	3	2	2	5	1	2	3
2	17	2	2	5	4	1	3	3
2	18	2	2	4	4	4	3	3
2	19	5	1	5	5	2	3	3
2	20	4	5	4	3	3	3	3
2	21	3	2	2	3	3	3	3
2	22	4	2	2	2	3	4	3
2	23	5	3	5	4	3	5	3
2	24	2	4	4	4	2	2	3
3	25	5	1	2	5	4	3	3
3	26	1	3	3	3	4	3	3
3	27	4	1	4	4	4	3	4
3	28	4	2	4	5	4	2	3
3	29	2	1	1	5	2	3	3
3	30	1	2	4	5	4	3	4
3	31	3	5	4	4	2	4	5
3	32	1	1	3	4	3	3	3
3	33	3	1	5	3	4	3	3
3	34	2	2	2	5	5	3	3
3	35	2	1	2	2	2	3	3
3	36	2	2	4	5	1	1	3
3	37	2	2	4	4	2	3	2
3	38	3	5	5	4	2	3	3
4	39	5	5	5	5	2	3	3
4	40	3	1	1	5	3	3	3
4	41	2	5	1	4	1	2	2
4	42	5	4	1	5	3	3	3
5	43	5	4	1	1	2	2	2
5	44	4	5	1	5	1	2	3
5	45	2	5	1	5	3	3	4
5	46	4	4	2	3	4	2	2
5	47	5	5	1	4	2	2	4
5	48	5	5	1	5	2	3	3
5	49	4	1	1	4	2	2	2
5	50	5	2	1	5	1	3	4
5	51	4	3	4	2	2	2	3
5	52	5	5	1	2	1	1	2
6	53	2	1	1	5	1	2	2
6	54	5	1	1	1	2	1	2
6	55	1	1	1	1	1	2	2
6	56	4	4	3	4	2	2	3
6	57	2	2	1	4	3	2	2
6	58	4	4	1	5	1	2	3
6	59	1	1	1	5	1	1	2
6	60	4	1	1	4	1	1	4
6	61	4	1	1	5	1	2	2
6	62	5	1	1	1	1	1	3
6	63	2	1	1	1	1	1	2
6	64	2	2	1	1	1	1	1
7	65	4	5	1	5	1	2	3
7	66	4	4	1	2	1	1	2
7	67	1	1	1	5	1	1	2
7	68	5	1	1	5	1	1	1
7	69	5	2	1	2	3	2	3
7	70	5	1	2	5	1	2	2
7	71	4	4	1	4	2	2	3
7	72	5	4	1	3	2	3	3
7	73	2	1	1	3	2	2	3

(水質) 水質は良好である

(快適) 水辺空間は快適である

という水質および水辺の快適性についての感覚的評価値も示している。

評価対象は以下の地点の近くの水辺である。地名の後の括弧内の数字は水質を表す生物化学的酸素要求量 (BOD ; mg/l , 1999年平均) である。 BOD 値が大きいほど汚染度が大きいことを意味する。

($m=1$) 白山合口堰提 ($BOD=0.5$)($m=2$) 美川大橋 ($BOD=0.6$)($m=3$) 辰口橋 ($BOD=0.7$)($m=4$) 能美大橋 ($BOD=0.8$)($m=5$) 鶴ヶ島橋 ($BOD=0.9$)($m=6$) 御幸橋 ($BOD=4.5$)($m=7$) 浮柳新橋 ($BOD=5.2$)

なお、各評価者は1つの地点のみを評価しており、

$$|O_k|=1, \quad k=1, 2, \dots, K (=73)$$

という特別なケースである。

5.2 データのファジィ化による分析

評価者に関する平均データを表2に示す。(9)式の分散共分散行列は

$$S = \begin{pmatrix} 0.460 & 0.080 & -0.224 & 0.432 & -0.107 \\ 0.080 & 0.409 & 0.175 & -0.166 & 0.214 \\ -0.224 & 0.175 & 1.361 & -0.096 & 0.368 \\ 0.432 & -0.166 & -0.096 & 0.989 & 0.421 \\ -0.107 & 0.214 & 0.368 & 0.421 & 1.662 \end{pmatrix}$$

であり、 S の固有値・固有ベクトルは以下のように計算される。

$$\lambda_1 = 2.035, \quad \mathbf{a}_1 = (-0.048, 0.132, 0.469, 0.252, 0.835)^t$$

$$\lambda_2 = 1.504, \quad \mathbf{a}_2 = (-0.368, 0.131, 0.633, -0.636, -0.206)^t$$

$$\lambda_3 = 0.834, \quad \mathbf{a}_3 = (0.350, -0.123, 0.608, 0.528, -0.462)^t$$

$$\lambda_4 = 0.476, \quad \mathbf{a}_4 = (-0.535, -0.829, 0.031, 0.158, 0.036)^t$$

$$\lambda_5 = 0.030, \quad \mathbf{a}_5 = (0.674, -0.513, 0.087, -0.478, 0.215)^t$$

平均データによる対象 $m=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$ の第1、第2主成分得点 (z_{1m}, z_{2m}) は以下のように与えられる。

$$(z_{11}, z_{21}) = (0.347, 0.835), \quad (z_{12}, z_{22}) = (1.091, 0.999)$$

$$(z_{13}, z_{23}) = (1.320, 0.499), \quad (z_{14}, z_{24}) = (0.312, -0.817)$$

$$(z_{15}, z_{25}) = (-0.474, -0.597), \quad (z_{16}, z_{26}) = (-1.503, -0.092)$$

表2：評価者に関する平均データ

評価地点	評価項目	ヨシや水草 $n=1$	水遊び $n=2$	キャンプ $n=3$	護岸整備 $n=4$	水が澄む $n=5$	水質良好	快適性	BOD 値
白山合口堰堤	$m=1$	2.688	3.000	3.125	3.813	2.000	2.500	3.125	0.5
美川大橋	$m=2$	3.375	2.625	3.875	3.625	2.625	3.250	3.000	0.6
辰口橋	$m=3$	2.500	2.071	3.357	4.143	3.071	2.857	3.214	0.7
能美大橋	$m=4$	3.750	3.750	2.000	4.750	2.250	2.750	2.750	0.8
鶴ヶ島橋	$m=5$	4.300	3.900	1.400	3.600	2.000	2.200	2.900	0.9
御幸橋	$m=6$	3.000	1.667	1.167	3.083	1.333	1.500	2.333	4.5
浮柳新橋	$m=7$	3.889	2.556	1.111	3.778	1.556	1.778	2.444	5.2

表3：パラメータ c_m の値

h	0.005	0.01	0.05	0.10	0.25	0.50
c_1	1.91	2.19	3.37	4.39	7.29	14.6
c_2	1.27	1.46	2.24	2.92	4.84	9.69
c_3	1.58	1.82	2.80	3.64	6.05	12.1
c_4	2.43	2.80	4.30	5.60	9.29	18.6
c_5	1.63	1.88	2.89	3.76	6.24	12.5
c_6	2.08	2.39	3.67	4.78	7.93	15.9
c_7	1.51	1.74	2.67	3.48	5.77	11.5

$$(z_{17}, z_{27}) = (-1.093, -0.826)$$

つぎに、(19)式で定義した分散共分散行列 $T_1, T_2, \dots, T_7$ を計算し、(20)式で定義した行列 D_{ym} を求める。ここで、 c_m の値はいくつかの h に対して表3のように計算されている。

表3から $h=0.01$ を採用し、(31)式で $\alpha=0.8$ 、 $\alpha=0.5$ とした集合を図示すれば図3を得る。なお、パラメータの正負、絶対値を勘案して、第1主成分軸は水質を中心とした総合点、第2主成分軸は自然が残されている程度を表すものと解釈した。

6 ファジィ主成分モデル

加重パラメータをファジィ化することによって

$$Z_p = A_{p1}y_1 + A_{p2}y_2 + \dots + A_{pN}y_N \quad (32)$$

というファジィ主成分モデルを構築する。ここで、 Z_p は第 p 主成分を表すファジィ数、 A_{pn} は評価項目 n の加重を表すファジィ数、 y_n は評価項目 n のクリスプな評価値を表している。このようにモデル化することにより、モデル構築に用いなかった新しい評価ベクトルに対して主成分得点をファジィ数で出力することが可能になる。

6.1 モデルの同定

ファジィベクトル

$$A_p = (A_{p1}, A_{p2}, \dots, A_{pN})^t \quad (33)$$

のメンバシップ関数を以下のように同定する。

$$\mu_{Ap}(a) = \exp\{-(a - a_p)^t D_{Ap}^{-1} (a - a_p)\} \quad (34)$$

ここに、メンバシップ関数の中心は分散共分散行列 S の固有ベクトル

$$a_p = (a_{p1}, a_{p2}, \dots, a_{pN})^t \quad (35)$$

によって定義している。

一方、広がりを担当する D_{Ap} は以下のように定める。まず、以下のベクトルを定義する。

図3：データのファジィ化による分析
上図： $\alpha=0.8$ 、下図： $\alpha=0.5$

$$b_k = \frac{1}{|O_k|} \sum_{m \in O_k} (y_{mk} - y_m) \quad (36)$$

$$b = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K b_k \quad (37)$$

評価者 k 独自の加重パラメータ

$$a_{pk} = (a_{p1k}, a_{p2k}, \dots, a_{pNk})^t \quad (38)$$

を次式によって定義する。

$$a_{pk} = a_p + (b_k - b) \quad (39)$$

これは、評価者 k が評価した全対象に対する評価の散らばりを考慮したものであって、

$$\frac{1}{K} \sum_{k=1}^K a_{pk} = a_p \quad (40)$$

が成立している。

ここで、 $\{a_{pk}\}$ の分散共分散行列は、以下のように p について共通の行列になっている。

$$\begin{aligned} R &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (a_{pk} - a_p) (a_{pk} - a_p)^t \\ &= \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (b_k - b) (b_k - b)^t \end{aligned} \quad (41)$$

そこで、 D_{Ap} を D_A と書き、

$$D_A = R \quad (42)$$

と定義する。例えば $N=2$ 、 $K=7$ 場合、評価者の荷重パラメータの位置関係、メンバシップ関数の α -レベル集合は図4のようになる。

図4：荷重のメンバシップ関数のイメージ図

【注意6】(39)式は2つの要求を満たすべく定義されている。すなわち、(40)式が成立することと、データの散らばりをできるだけ反映するようにパラメータの散らばりを定めることである。7節の例で扱うような $|O_k|=1, \forall k$ の場合、(8)式から $b=0$ となるから、(39)式は

$$\begin{aligned} a_{pk} &= a_p + b_k \\ &= a_p + (y_{mk} - y_m), \quad m \in O_k \end{aligned} \quad (43)$$

となる。したがって、この場合、2つ目の要求が完全に満たされている。

6.2 評価者の位置関係

評価の違いによる評価者の位置関係を主成分平面で見するために、第 p 主成分軸上の評価者 k の位置を次式で定義することを試みる。

$$w_{pk} = a_p^t a_{pk} \quad (44)$$

第1—第2主成分平面において

$$w_k = (w_{1k}, w_{2k}) \quad (45)$$

をプロットすれば、例えば図5のようになる。図5から、評価を行う際の個性をうかがい知ることができる。

【注意7】ここで、 $|O_k|=1, \forall k$ の場合について(44)式の意味を解説する。 $k \in E_m$ として、 a_{pk} の定義式(39)式の両辺に左から a_p^t を乗じて以下を得る。

$$\begin{aligned} a_p^t a_{pk} &= 1 + a_p^t (y_{mk} - y_m) \\ &= 1 + (z_{pmk} - z_{pm}) \end{aligned} \quad (46)$$

ただし、 z_{pmk} は評価者 k のデータ y_{mk} を平均モデルに入力して得られる第 p 主成分得点であり、 z_{pm} は

図5：評価者の位置関係のイメージ図

平均データ $\mathbf{y}_m$ を平均モデルに入力して得られる第 p 主成分得点である。したがって、 w_{pk} は平均データの平均モデルによる第 p 主成分得点を 1 としたときの、評価者 k のデータの平均モデルによる第 p 主成分得点の相対的大きさを表している。

6.3 ファジィ主成分

クリスプな評価ベクトル $\mathbf{y}$ が与えられたとき、ファジィ主成分得点のメンバシップ関数は、拡張原理を適用して次式によって求めることができる。

$$\begin{aligned}\mu_{Z_{pm}}(z) &= \max\{\mu_{Ap}(\mathbf{a}) \mid z = \mathbf{a}'\mathbf{y}\} \\ &= \exp\left\{-\frac{(z - \mathbf{a}_p'\mathbf{y})^2}{\mathbf{y}'D_A\mathbf{y}}\right\}\end{aligned}\quad (47)$$

上式はつぎの最適化問題を解くことによって得られる。

$$\begin{aligned}\text{minimize} \quad & (\mathbf{a} - \mathbf{a}_p)'D_A^{-1}(\mathbf{a} - \mathbf{a}_p) \\ \text{subject to} \quad & z = \mathbf{a}'\mathbf{y}\end{aligned}$$

この場合においても、 $\mathbf{y} = \mathbf{y}_m$ に対して、図 6 に示すように対象 m の主成分得点の相対的なファジネスを表現することが可能である。ただし、第 1—第 2 主成分平面におけるファジィ主成分得点のメンバシップ関数は次式で定義する。

$$\begin{aligned}\mu_{Z_{1m} \times Z_{2m}}(z_1, z_2) &= \mu_{Z_{1m}}(z_1) \times \mu_{Z_{2m}}(z_2) \\ &= \exp\left\{-\frac{(z_1 - \mathbf{a}_1'\mathbf{y}_m)^2 + (z_2 - \mathbf{a}_2'\mathbf{y}_m)^2}{\mathbf{y}_m'D_A\mathbf{y}_m}\right\}\end{aligned}\quad (48)$$

なお、図 6 においては

$$\{(z_1, z_2) \mid \mu_{Z_{1m} \times Z_{2m}}(z_1, z_2) \geq \alpha\} \quad (49)$$

という α -レベル集合を示している。

ただし、この方法はファジィネスが評価ベクトルの

図 6：ファジィ主成分得点のイメージ図

長さに依存するという問題がある。以下において、この点の修正を試みる。

6.4 あいまい性の数量化に関する考察

第 p —第 q 主成分平面におけるファジィ主成分得点の α -レベル集合は

$$(z_p - \mathbf{a}_p'\mathbf{y})^2 + (z_q - \mathbf{a}_q'\mathbf{y})^2 = \mathbf{y}'D_A\mathbf{y} \times (-\log \alpha) \quad (50)$$

という円によって表される。ただし、 $0 < \alpha < 1$ とする。

拡張原理を用いる可能性線形モデルの 1 つの特長は、説明変数の絶対値が増加すれば可能性も広くなることである。回帰モデルの場合は納得できるが、5 段階評価において、5 が 3 に比べてあいまいさが大きいとするのは不自然である。むしろ、3 が最もあいまいであるとも考えることもできる。

そこで、評価データベクトルの長さという要因を除去することを考える。まず

$$(z_p - \mathbf{a}_p'\mathbf{y})^2 + (z_q - \mathbf{a}_q'\mathbf{y})^2 = \frac{\mathbf{y}'D_A\mathbf{y}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}} \times (-\log \alpha) \quad (51)$$

のように円の大きさを修正することが考えられる。しかし、ファジィネスの相対値を表示することが目的であるから、以下のような円を描くことを提案する。

まず、行列 D_A の最大と最小の固有値をそれぞれ $\lambda_{\max}(D_A)$, $\lambda_{\min}(D_A)$ とすれば

$$\lambda_{\min}(D_A) \leq \frac{\mathbf{y}'D_A\mathbf{y}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}} \leq \lambda_{\max}(D_A) \quad (52)$$

であることに注意する。第 p —第 q 主成分平面における評価ベクトル $\mathbf{y}$ のファジィ主成分得点を

$$(z_p - \mathbf{a}_p'\mathbf{y})^2 + (z_q - \mathbf{a}_q'\mathbf{y})^2 = r^2 \quad (53)$$

という円によって表すこととし、半径 r を

$$\frac{r^2 - r_{\min}^2}{r_{\max}^2 - r_{\min}^2} = \frac{\lambda - \lambda_{\min}(D_A)}{\lambda_{\max}(D_A) - \lambda_{\min}(D_A)} \quad (54)$$

を満たすように求める。ただし、

$$\lambda = \frac{\mathbf{y}'D_A\mathbf{y}}{\mathbf{y}'\mathbf{y}} \quad (55)$$

であり、 $r_{\max}$, $r_{\min}$ は最大および最小半径で、設計パラメータである。

【注意 8】ここで、評価ベクトル $\mathbf{y}$ はモデリングに用いたデータの平均ベクトル $\mathbf{y}_0$ を引いたものであることを、再度注意しておく。ところで、 λ の値が大

きくなるということは、評価ベクトル $\mathbf{y}$ の方向は意見が散らばる可能性が大きいことを意味する。これが本稿の主要な提案である。

7 地域環境の評価モデル

ここで再び居住地域に隣接する水辺空間に関するアンケートデータを使用して提案手法を例示する。

7.1 荷重のファジィ化による分析

まず、評価者 k 独自の荷重パラメータ

$$\{\alpha_{pk}; k=1,2,\dots,73\}$$

を(39)式によって計算する。主成分 p に依存しないそれらの分散共分散行列 D_A はつぎのように求められる。

$$D_A = \begin{pmatrix} 1.761 & 0.154 & 0.348 & -0.152 & 0.061 \\ 0.154 & 1.991 & 0.600 & -0.308 & 0.008 \\ 0.348 & 0.600 & 1.463 & -0.151 & 0.124 \\ -0.152 & -0.308 & -0.151 & 1.666 & 0.024 \\ 0.061 & 0.008 & 0.124 & 0.024 & 1.020 \end{pmatrix}$$

各評価者は1つの地点のみを評価しており、

$$|O_k|=1, k=1,2,\dots,K(=73)$$

であるから、

$$D_A = \frac{\sum_{m=1}^M |E_m| \cdot T_m}{\sum_{m=1}^M |E_m|} \quad (56)$$

という関係が成立している。すなわち、 D_A は T_m の $|E_m|$ による加重平均で与えられ、データ数が多い地点の分

散を重視していることになる。

(44)式によって w_{pk} を計算し、 E_1 に属する16人について

$$\mathbf{w}_k = (w_{1k}, w_{2k}), k \in E_1$$

を図示すれば図7のようになる。

図7は、例えば水質について、評価者4, 8は高得点を与え、評価者3, 5は低い点数を与える傾向にあることを示唆している。また、水遊びやキャンプができる、すなわち自然が残されている点については、評価者1, 12, 15は高得点を、逆に2, 6, 14は低い点数を与える傾向にある。

7.2 ファジィ総合評価

さて、 D_A の最大、最小固有値は

$$\lambda_{\max}(D_A) = 2.664, \lambda_{\min}(D_A) = 0.927$$

と計算され、

$$r_{\max} = 0.5, r_{\min} = 0.05$$

と設定する。モデルに評価者についての平均データ $\mathbf{y}_m$ ($m=1,2,\dots,7$)を入力した場合のファジィ主成分得点は図8ように与えられる。

図8は図3とかなり異なっているが、図3においては評価の散らばりを主成分の散らばりに反映させようとしたものであり、図8は各地点の平均評価ベクトルのファジィネスをモデル化したものである。後者においては、あいまい度の計算において評価ベクトルを基準化するという考え方に立っている。

美川大橋付近 ($m=2$) を評価した評価ベクトル

$$\mathbf{y}_{21} = (2, 2, 5, 4, 1), \mathbf{y}_{22} = (2, 2, 4, 4, 4)$$

図7：評価者の位置関係

図8：評価地点の平均ファジィ主成分得点

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_{23} &= (5, 1, 5, 5, 2), \quad \mathbf{y}_{24} = (4, 5, 4, 3, 3) \\ \mathbf{y}_{25} &= (3, 2, 2, 3, 3), \quad \mathbf{y}_{26} = (4, 2, 2, 2, 3) \\ \mathbf{y}_{27} &= (5, 3, 5, 4, 3), \quad \mathbf{y}_{28} = (2, 4, 4, 4, 2) \end{aligned}$$

をモデルに入力すれば図9を得る。図中の2と示したものが8人の平均データを用いた場合であり、 $2k$ ($k=1, 2, \dots, 8$) と示したものがそれぞれの評価者のデータを入力した場合である。

さらに、いくつかの可能な(極端な)入力ベクトルに対するファジィ主成分得点を図10、図11に示す。

図10を見れば、評価ベクトル $(1, 1, 1, 1, 1)$ から $(5, 5, 5, 5, 5)$ までは1つの直線上に乗っていることが読み取れる。本稿ではデータの分散共分散行列から分析を開始しているため、その直線は軸と45度で交わっていない。評価ベクトル $(4, 4, 1, 4, 3)$ と $(4, 4, 1, 4, 5)$ のあいまい度が小さいのは、それらが D_A の最小固有値

に対応する固有ベクトルとほぼ平行であるからである。その方向(実際は平均ベクトル $\mathbf{y}_0$ を引いた方向)には回答が散らばらない傾向にあることを示唆している。

逆に、評価ベクトル $(2, 1, 2, 5, 2)$ のあいまい度が大きいのは、 D_A の最大固有値に対応する固有ベクトルとほぼ平行であるからである。その方向には回答が散らばっていることを示唆している。つまり、このベクトルから平均ベクトルを引いたベクトルに比例するような回答が多いことを示している。評価地点が特定しにくいことを意味していると言ってもよい。本稿のデータ分析はあくまで提案手法の例示であるため、このような分析をそのまま地域の環境評価に関する新たな知見であるとすることはできない。実際には可能な限り広い範囲でデータ収集を行う必要があることは言うまでもない。

8 おわりに

本稿では、感性評価データを解析するための新しいファジィ主成分分析手法について考察を行った。ファジィ化の方法として、データをファジィ化する方法と、荷重パラメータをファジィ化する方法を検討した。ともに感性評価における評価値の評価者による散らばりをできるだけ忠実に主成分得点に反映させようとしたものである。ただし、反映の方法は異なる。

ところで、「パラメータの設定が極めて恣意的であり、それらを何らかの基準を導入して最適化できないか」という疑問が残る。しかし、「あいまいさ」の絶対値を考えることは不可能である。和多田・藪内の方法におけるファジィ固有値の広がりをも最小化するという問題設定も確固とした根拠があるわけではない。

図9：評価地点2における評価者8人によるファジィ主成分得点

図10：ファジィ主成分得点の例1

図11：ファジィ主成分得点の例2

そこで、本稿では**相対的ファジィネス**という概念を導入した。主成分分析の主要な目的は、低次元の主成分空間における対象の位置関係を見ることにあるが、これに位置のあいまい性を相対的に導入した。そして、そのあいまい性は評価データの散らばり方を反映したものとした。これにより、評価者の評価の仕方の特徴を見ることができた。入学試験や入社試験を公平に行うために試験官の組み合わせを考える際に用いることができるだろう。

最終的に提案したファジィ主成分モデルは評価ベクトルの長さの影響を除去したものとした。これにより、モデルパラメータのファジィネスを規定する分散共分散行列との関わりで主成分得点のファジィネスが求められている。

参 考 文 献

- [1] 藪内賢之：線形計画法に基づくファジィ多変量解析の研究。大阪工業大学博士論文，March，1998。
- [2] 和多田淳三・藪内賢之：ファジィ主成分分析による企業評価。龍谷大学経営学論文集，Vol. 33，No. 4，pp. 52-68，1993。
- [3] Y. Yabuuchi and J. Watada: Fuzzy principal

component analysis and its application. Journal of Biomedical Fuzzy Systems Association, Vol. 3, No. 1, pp.83-92, 1997.

- [4] Y. Yabuuchi, J. Watada and Y. Nakamori: Fuzzy principal component analysis for fuzzy data. Proc. 6th IEEE Int. Conf. on Fuzzy Systems, Barcelona, Spain, July 1-5, 1997.
- [5] 中森義輝・領家美奈：感性評価データに対するファジィ回帰モデル。日本ファジィ学会誌，第12巻，第1号，pp.127-132，2000。
- [6] 中森義輝・領家美奈：感性評価データのファジィ数量化。日本ファジィ学会誌，第13巻，第5号，pp.514-521，2001。
- [7] 田中英夫：可能性回帰分析。日本ファジィ学会誌，Vol.5，No.6，pp.1260-1272，1993。
- [8] 田中英夫・石渕久生：ソフトデータ解析。朝倉書店，1995。

(2002年8月8日 受付)

(2003年5月4日 採録)

[問い合わせ先]

〒923-1292 石川県能美郡辰口町旭台1-1
北陸先端科学技術大学院大学 知識科学研究科
中森 義輝
TEL：(0761) 51-1755
FAX：(0761) 51-1149
E-mail：nakamori@jaist.ac.jp

著 者 紹 介

なかもり よしてる
中森 義輝 [正会員]

北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科

1979年 京都大学大学院工学研究科数理工学専攻博士課程修了。工学博士。甲南大学理学部応用数学科勤務を経て、1998年4月より北陸先端科学技術大学院大学教授。1984年10月より1985年11月まで、国際応用システム解析研究所研究員。1986年4月より環境庁国立環境研究所客員研究員。1992年9月より大連理工大学客員教授兼務。日本ファジィ学会、計測自動制御学会、環境科学会、IEEEなどの会員。

りょうけい みな
領家 美奈 [正会員]

筑波大学大学院ビジネス科学研究科

1998年 大阪大学大学院基礎工学研究科物理系専攻制御工学分野博士後期課程修了。博士(工学)。1998年4月より2002年9月まで北陸先端科学技術大学院大学助手。2002年10月から筑波大学大学院ビジネス科学研究科講師。この間2001年6月より2002年5月まで国際応用システム解析研究所研究員。1993年度日本ファジィ学会論文賞、1999年度システム制御情報学会賞奨励賞受賞。日本ファジィ学会、システム制御情報学会、環境科学会会員。

かわの きょこ
河野 小夜子 [非会員]

株式会社ノルド社会環境研究所

2000年3月 北陸先端科学技術大学院大学知識科学研究科知識システム基礎学専攻博士前期課程修了。2003年3月 同大学博士後期課程修了。在学中は地域環境システム・地域環境評価の研究に従事。2003年4月より株式会社ノルド社会環境研究所研究員として各種調査分析に従事。

Consideration on Principal Component Analysis for Subjective Evaluation Data

by

Yoshiteru NAKAMORI   Mina RYOKE   Sayoko KAWANO

Abstract :

The paper formulates new types of fuzzification in principal component analysis, which deal with subjective data obtained by evaluating objects intuitively. The first technique identifies fuzzy sets in the data space and the second one identifies fuzzy sets in the model parameter space. Both focus on preservation of differences between the feeling of evaluators, and give principal components with fuzzy numbers that reflect vagueness in evaluation. The first technique is mainly used for the analysis of objects by taking into account vagueness in evaluation, while the second one is mainly used for estimating fuzzy principal components, or comprehensive evaluation, for a new crisp data. The paper briefly shows a numerical example using the data obtained by evaluating local environment with linguistic expressions.

Keywords : Evaluation data, principal component analysis, fuzzy principal component model, evaluation of environment.

Contact Address : **Yoshiteru NAKAMORI**

*School of Knowledge Science, Japan Advanced Institute of Science and Technology
1-1 Asahidai, Tatsunokuchi, Ishikawa 923-1292, Japan*

TEL : (0761) 51-1755

FAX : (0761) 51-1149

E-mail : nakamori@jaist.ac.jp