原著論文

ファジィランダム多目的線形計画問題に 対する可能性測度を用いた 分散最小化モデルに基づく対話型意思決定[†]

片桐 英樹*・坂和 正敏*・加藤 浩介*・大崎 修嗣*

本論文では、目的関数の係数がファジィランダム変数である多目的線形計画問題に対して、可能性測度を用いた分散最小化モデルを提案し、意思決定者の満足解を導出するための対話型意思決定について考察する。まず、意思決定者の人間としての判断のあいまい性を考慮して、各目的関数に対するファジィ目標を導入し、その目標が達成される可能性の度合いを目的関数とする多目的計画問題として再定式化する。次に、可能性の度合いが確率的に変動することに着目し、確率計画法に基づいて、可能性の分散を最小化するモデルを提案する。さらに、意思決定者が対話を通して満足解を導出するための対話型アルゴリズムを構築し、最後に農業生産計画問題を数値例として示す。

キーワード：多目的線形計画問題、ファジィランダム変数、可能性測度、分散最小化モデル、対話型意思決定

1. はじめに

不確実性を伴う状況下での意思決定を行う手法として、これまで主に確率計画法とファジィ計画法の2つが考えられてきた。確率計画法では、Dantzig[1]やBeale[2]による2段階問題とCharnesとCooper[3]による機会制約条件計画問題が考えられ、期待値最適化モデル、分散最小化モデル、確率最大化モデルが提案されてきた。また、Kataoka[4]は、目的関数がある水準値よりも良い確率制約の下で、その水準値を最適化するモデルを考えている。このモデルは一般に片岡のモデルあるいは満足水準最適化モデル[5]と呼ばれる。

多目的問題については、Stancu-Minasian[6]が確率最大化モデルについて考察し、Teghem Jr.[7]によって、対話型意思決定手法が提案されている。

一方、ファジィ数値計画法についてもフレキシブル計画問題や可能性計画問題など様々なモデルが考えられている[8]。多目的計画についても、Zimmermann[9]によって導入され、ファジィ数の順序関係に基づく最適化[10]やSakawaによる対話型ファジィ満足化手法によって意思決定者の満足解を求める方法[11]などが

考えられている。

これらの研究においては、ランダム性とファジィ性が別々に扱われているが、現実の意思決定問題においてはそれら2つの不確実性が同時に存在する状況下も少なくない。例えば、数値計画問題において目的関数係数の値を考える場合、専門家が「確率0.6でだいたい100ぐらい」という形の情報をもつこともある。そのような確率的不確実性とあいまい性を同時に含む状況を表すための概念として、ファジィランダム変数[12]が注目され、近年になって、数値計画問題への応用が行われている[13-19]。

片桐らはファジィランダム変数係数を含む線形計画問題に対して、目的関数値がファジィ目標に達する可能性の期待値を最適化するモデルを考え、意思決定者の満足解を対話的に求める手法を提案した[19]。このモデルでは、シナリオに対する可能性のばらつきを考慮に入れていないため、リスク回避を好む意思決定者には適切な意思決定を行うモデルとは言えない場合がある。したがって、本論文では、可能性の期待値がある充足水準以上で可能性のばらつきを最小にする分散最小化モデルを考え、意思決定者の満足解を導出するための対話型意思決定手法を提案する。あいまいさが存在する状況下での意思決定においては、事象の生起する度合いを測る指標として可能性測度と必然性測度があるが、ここでは可能性測度を用いたモデルのみにについて考察する。

2節では、本論文で扱うファジィランダム変数について簡潔に触れ、後の議論のために、ファジィ性とラ

[†] Interactive Decision Making through the Variance Minimization Model Using a Possibility Measure for Fuzzy Random Multiobjective Linear Programming Problems
Hideki KATAGIRI, Masatoshi SAKAWA, Kosuke KATO and Syuuji OHSAKI

* 広島大学大学院工学研究科複雑システム工学専攻
Department of Artificial Complex Systems Engineering,
Graduate School of Engineering, Hiroshima University

ランダム性を含む概念としてよく知られているファジィ事象との違いについて述べる。3節では、ファジィランダム変数を目的関数の係数に含む多目的線形計画問題を定式化する。4節では、ファジィ数値計画における可能性計画と確率計画における分散最小化モデルに基づいた意思決定モデルを提案し、意思決定者との対話を通して満足解を導出する対話型アルゴリズムを構築する。5節では、目的関数の係数がファジィランダム変数である多目的計画問題の例として、農業生産計画問題を取り上げ、本提案手法の具体的な適用法について説明し、最後の6節ではまとめと今後の課題について述べる。

2. ファジィランダム変数とその応用

ファジィランダム変数は、Kwakernaak[12]によって最初に導入され、PuriとRalescu[20]によって数学的基礎が構築された。ファジィランダム変数の定義は、多値論理の立場より導出されたものとランダム集合[21]の拡張として導出されたもののに大別できる。主に前者の立場に基づくものとしては、Kwakernaakの定義を初めとして、Kruseら[22]、福田[23]の定義がある。一方、PuriとRalescuの定義は後者の立場に基づいており、他には、Wang[24]、LiとOgura[25]の定義がある。Kaufmanら[26]が導入しているハイブリッド数もファジィランダム変数の一種である。

ファジィランダム変数を数値計画問題に応用しようとする試みは、Wangら[13]によってなされ、目的関数の係数がファジィランダム変数である線形計画問題に対する解法や分布問題が考えられた。彼らはファジィランダム変数を含む線形計画問題に対するモデル化やその解法をまとめて、ファジィランダム線形計画法(fuzzy random linear programming)と名付けている[24]。その後、太田ら[15]は多目的線形計画問題において目的関数の係数がファジィ数を実現値とするシナリオ変数である場合を扱い、目的関数に対する満足度に関して楽観インデックスと悲観インデックスを用いた意思決定モデルを提案している。また、Luhandjula[16, 17]は、一次元上のファジィランダム変数のレベル集合に着目し、機会制約条件計画に基づいたモデルを提案している。さらにKatagiriら[18]は、線形計画問題の等式制約における右辺がファジィランダム変数である場合において、等式の両辺の差に対するファジィ目標を導入し、その目標が達成される可能性の度合いが確率的に変動することに着目して、確率計画問題として取り扱うアプローチを提案した。

ファジィランダム変数は、確率的不確実性とあいまい性の両方を同時に扱う概念の一つであるが、このよ

うなファジィ性とランダム性を共に含む概念の最初のものとしては、Zadehによって定義されたファジィ事象[27]がある。ファジィ事象は、例えば、サイコロを振る場合において「大きな目の出る」事象など、あいまいさを含む事象についての生起確率などを扱うための概念である。ファジィ事象では、確率変数の実現値がはっきりとわかったとしても、その値が集合に含まれるかどうかは漠然としている状況を扱っている。

Klirら[28]は、境界がはっきりしないというあいまい性をベグネス(vagueness)と呼び、多くの可能性のうちのどれであるか特定できないあいまい性をアンビグイティ(ambiguity)と呼んでいる。この意味では、ファジィ事象は確率変数の実現値に関するベグネスを扱ったものと解釈することができる。一方、ファジィランダム変数は、「確率0.8でだいたい10ぐらい」のように値そのものの不明確を扱う概念であり、確率変数の実現値に関するアンビグイティを扱う概念であると解釈できる。このようにファジィ事象やファジィランダム変数は確率変数に対して異なるあいまいさを扱った概念として解釈することができる。

3. ファジィランダム多目的線形計画問題

3.1 定式化

次のような多目的線形計画問題を考える。

$$\begin{aligned} \min \quad & \tilde{C}_i x, \quad i = 1, \dots, k \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

本論文では、係数に含まれるあいまいさと確率的不確実性を表すために、あいまいさが含まれる場合には“ $\sim$ ”，また確率的な不確実性が含まれる場合には“ $\sim$ ”をつけるものとする。ここで、 x は n 次元決定変数列ベクトル、 A は $m \times n$ 係数行列、 b は m 次元列ベクトルである。また、ベクトル $\tilde{C}_i = (\tilde{C}_{i1}, \dots, \tilde{C}_{in})$, $i = 1, \dots, k$ は次のメンバシップ関数で規定されるファジィランダム変数であるとする。

$$\mu_{\tilde{C}_{ij}}(t) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{|t - \bar{c}_{ij}|}{\alpha_{ij}} \right\}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, n \quad (2)$$

ただし、 $\bar{c}_{ij}$ はシナリオ $s_i = 1, \dots, S_i$ の下での実現値が c_{ijs_i} , $s_i = 1, \dots, S_i$ で表される確率変数とし、シナリオ s_i の生起確率を p_{is} とする。すなわち、 s_i 番目のシナリオが起こったときの実現値がベクトル $\tilde{C}_{is_i} = (\tilde{C}_{is_i1}, \dots, \tilde{C}_{is_in})$ で表されるという離散型ファジィランダム変数を考える。また、 α_{ij} , $i = 1, \dots, k$, $j = 1, \dots, n$ は広がりを表すパラメータであり正数とする。

全ての係数が対称三角型のファジィランダム変数で

図1 ファジィランダム変数係数の実現値を表すファジィ数 $\tilde{c}_{ij s_i}$

あるため、各目的関数値も拡張原理に基づく L - R ファジィ数の演算[29]により、次のメンバシップ関数で規定されるファジィランダム変数 $\tilde{Y}$ となる(図2参照)。

$$\mu_{\tilde{Y}_i}(y) = \max \left\{ 0, 1 - \frac{\left| y - \sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_j \right|}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j} \right\}, \quad i = 1, \dots, k \quad (3)$$

各目的関数に対して、意思決定者の人間としての判断のあいまい性を考慮すると、 i 番目の目的関数値を「だいたい g_i 以下にしたい」というあいまいな目標をもつものと考えることができる。したがって、各目的関数に対するファジィ目標を次の線形メンバシップ関数に規定されるファジィ集合 $\tilde{G}_i$ で与える。

$$\mu_{\tilde{G}_i}(y) = \begin{cases} 0, & y > g_i^0 \\ \frac{y - g_i^1}{g_i^1 - g_i^0}, & g_i^1 \leq y \leq g_i^0 \\ 1, & y < g_i^1, \end{cases} \quad i = 1, \dots, k \quad (4)$$

ここで g_i^0 , g_i^1 は、 g_i^0 より望ましくない y に対しては $\mu_{\tilde{G}_i}(y) = 0$, g_i^1 より望ましい y に対しては、 $\mu_{\tilde{G}_i}(y) = 1$ となるように定められる値である。 $\tilde{G}_i$ のメンバシップ関数は、図3で示されるように $g_i^1 \leq y \leq g_i^0$ において強意単調減少な線形関数になっている。

3.2 可能性測度と可能性計画

Zadeh[30]は、ファジィ集合を特性付けるメンバシップ関数が可能性分布とみなせることから、事象の起こりうる度合いを測る尺度として可能性測度および必然性測度を与えた。その後、Duboisら[31]は、可能性と必然性の概念に基づくファジィ数間の等号関係と大小関係に関する指標を用いて、それぞれ4種類の実行可

図2 目的関数を表すファジィランダム変数 $\tilde{Y}$

図3 ファジィ目標 $\tilde{G}_i$

能性とパレート最適性を提案している。また、それらの実行可能性とパレート最適性を多目的問題に拡張した研究もいくつか行われている[32, 33]。

さらに、Inuiguchiら[34]は、各目的関数に対する意思決定者の判断のあいまい性と、問題に含まれるファジィ係数のあいまい性の意味の相違を考慮してこれまで提案されてきた様々なファジィ数理計画モデルについて比較検討すると共に、あいまいさとしてベグネスを扱っているものをフレキシブル計画法、また、アンビグイティを扱っているもの(およびその両方を扱っているもの)を可能性計画法として分類した。

2節で述べたように、ファジィランダム変数は確率変数の実現値に関するアンビグイティを扱う概念と解釈できるため、本論文では可能性計画に基づいて、各目的関数がファジィ目標を満足する可能性の度合いを最大化することを考える。

4. 可能性測度を用いた分散最小化モデル

まず、目的関数を規定するメンバシップ関数 $\mu_{\tilde{Y}_i}$ は可能性分布とみなせるので、その分布の下でファジィ目標 $\tilde{G}_i$ が満たされる可能性の度合いは次の式で与えられる。

$$\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i) = \sup_y \min \left\{ \mu_{\tilde{Y}_i}(y), \mu_{\tilde{G}_i}(y) \right\} \quad (5)$$

したがって、意思決定者がファジィ目標が満たされる度合いを最大化したいと考えるならば、問題(1)に対して次の問題を考える。

$$\begin{aligned} \max \quad & \Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i), \quad i = 1, \dots, k \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b, \quad x \geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

この問題は、目的関数である可能性の度合いが確率的に変動するため、確率計画問題と考えることができる。これまでの研究において、片桐ら[19]は、ファジィランダム変数係数を含む多目的線形計画問題に対して、可能性の期待値を目的関数とする多目的問題を考え、意思決定者の満足解を対話的に求める手法を提案した。この問題においては、値のばらつきが考慮に入れられていないため、ある特定のシナリオに対する可能性の値が小さくなる恐れがある。したがって、各シナリオ間に十分な代替関係が存在しない場合には、値のばらつきが小さい意思決定が望まれるため、本研究では、可能性の期待値をある充足水準以上とする制約の下で分散を最小化するという次の問題を考える。

$$\begin{aligned} \min \quad & \text{Var} [\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i)], \quad i = 1, \dots, k \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b, \quad x \geq 0, \\ & E [\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i)] \geq \delta_i, \quad i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad (7)$$

ただし、 δ_i は意思決定者によって与えられる正数であり、 $\text{Var}[\cdot]$ 、 $E[\cdot]$ はそれぞれ分散と期待値を表す。ここで、ファジィ目標のメンバシップ関数の定め方として、

$$h_i^0 = \max_{s_i} \max_{x \in X} \sum_{j=1}^n c_{ijs_i} x_j \quad (8)$$

$$h_i^1 = \min_{s_i} \min_{x \in X} \sum_{j=1}^n c_{ijs_i} x_j \quad (9)$$

を計算し、 $g_i^0 \geq h_i^0$ 、 $g_i^1 \leq h_i^1$ を満たすようにパラメータ g_i^0 、 g_i^1 、 $i = 1, \dots, k$ を設定するものとする。ただし、 $X \triangleq \{x | Ax \leq b, x \geq 0\}$ である。このとき、(4)式で表される値は図4で示されるように線形関数の交点に対応しているため、(3)および(4)式を用いて計算すると次のような形で表せることが容易に示される。

図4 ファジィ目標が達成される可能性の度合い $\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i)$

$$\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i) = \frac{\sum_{j=1}^n \{\alpha_{ij} - \bar{c}_{ij}\} x_j + g_i^0}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0} \quad (10)$$

したがって、ファジィ目標が達成される可能性の期待値と分散は次のように計算できる。

$$E[\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i)] = \frac{\sum_{s_i=1}^{S_i} p_{is_i} \left[\sum_{j=1}^n \{\alpha_{ij} - c_{ijs_i}\} x_j + g_i^0 \right]}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0}$$

$$\begin{aligned} \text{Var} [\Pi_{\tilde{Y}_i}(\tilde{G}_i)] &= \text{Var} \left[\frac{\sum_{j=1}^n \{\alpha_{ij} - \bar{c}_{ij}\} x_j + g_i^0}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0} \right] \\ &= \frac{1}{\left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0 \right)^2} \text{Var} \left[\sum_{j=1}^n \bar{c}_{ij} x_j \right] \end{aligned}$$

さらに、 $\bar{c}_i$ の分散共分散行列を V_i とすると、 $\text{Var}[\bar{c}x] = x^T V_i x$ と表され、非負定値である。また、

$$\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0 > 0$$

より、分散の平方根をとって標準偏差を目的関数としても解くべき問題としては等価であるため、問題(7)は次の問題に変形される。

$$\begin{aligned} \min \quad & z_i(x), \quad i = 1, \dots, k \\ \text{s.t.} \quad & Ax \leq b, \quad x \geq 0, \\ & \sum_{j=1}^n \left\{ \sum_{s_i=1}^{S_i} p_{is_i} c_{ijs_i} + (\delta_i - 1) \alpha_{ij} \right\} x_j \\ & \leq (1 - \delta_i) g_i^0 + \delta_i g_i^1, \quad i = 1, \dots, k \end{aligned} \quad (11)$$

ただし、

$$z_i(x) = \frac{\sqrt{x^T V_i x}}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0}$$

である。このとき、分散共分散行列は次のように表される。

$$V_i = \begin{bmatrix} v_{11}^i & v_{12}^i & \cdots & v_{1n}^i \\ v_{21}^i & v_{22}^i & \cdots & v_{2n}^i \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_{n1}^i & v_{n2}^i & \cdots & v_{nn}^i \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, k$$

ここで、行列のそれぞれの要素は、

$$v_{jj}^i = V[\bar{c}_{ij}]$$

$$= \sum_{s_i=1}^{S_i} p_{is_i} \{c_{ijs_i}\}^2 - \left\{ \sum_{s_i=1}^{S_i} p_{is_i} c_{ijs_i} \right\}^2, \\ j = 1, \dots, n$$

$$v_{jl}^i = \text{Cov}[\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{il}]$$

$$= E[\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{il}] - E[\bar{c}_{ij}]E[\bar{c}_{il}],$$

$$j \neq l, \quad l, j = 1, \dots, n$$

とする。ただし、 Cov は共分散を表し、

$$E[\bar{c}_{ij}, \bar{c}_{il}] = \sum_{s_i=1}^{S_i} p_{is_i} c_{ijs_i} c_{ils_i}$$

である。

4.1 基準点に基づく対話型満足化手法

問題(11)には複数個の目的関数が存在するため、通常の単一目的の場合の最適解と同様に議論することはできない。 k 個の目的関数に対する意思決定者の全体としての満足度を統合関数 f を用いて表すと

$$f(z_1(\mathbf{x}), z_2(\mathbf{x}), \dots, z_k(\mathbf{x}))$$

となる。このとき、問題は次のような多目的意思決定問題となる。

$$\min_{\mathbf{x} \in X'} f(z_1(\mathbf{x}), z_2(\mathbf{x}), \dots, z_k(\mathbf{x}))$$

ただし、 X' は(11)の制約式を満たす $\mathbf{x}$ の集合である。ここで、例えば統合関数として最大オペレータを用いることによってミニマックス問題を考えることもできるが、一般の状況において、 k 個の目的関数の統合法としては、必ずしも満足できるものであるとはいえない。もし、意思決定者が統合関数の関数形を大域的に同定することができれば、通常の数理計画問題を解くことに帰着されることになるが、一般には、関数形の大域的な同定は非常に困難である。したがって、本研究では、意思決定者の陰に存在する統合関数を大域的に同定することなく、意思決定者との対話によって意思決定者の満足できる解を求めるという対話型手法を用いる。ここでは、Wierzbicki らの方法[35]に基づいて、目的関数である可能性の分散に対して基準点を設定し、その基準点にある意味において近いパレート解を求め、満足できなければ対話的に基準点を更新することによりパレート最適性の保証された満足解を求めることを考える。

それぞれの目的関数に対して意思決定者の志望水準を反映させるために、意思決定者により基準点 $\mathbf{z} = (z_1, \dots, z_k)$ を主観的に設定し、基準点との差の最大値を最小にするミニマックス問題を考えると、次のよう

に定式化される。

$$\min \max_{1 \leq i \leq k} \{z_i(\mathbf{x}) - \hat{z}_i\} \\ \text{s.t. } \mathbf{x} \in X' \quad (12)$$

ここで、便宜上、

$$z_i(\mathbf{x}) - \hat{z}_i = \frac{\sqrt{\mathbf{x}^t V_i \mathbf{x}} - \hat{z}_i \left(\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0 \right)}{\sum_{j=1}^n \alpha_{ij} x_j - g_i^1 + g_i^0} \triangleq \frac{N_i(\mathbf{x})}{Q_i(\mathbf{x})}$$

と定義する。

このときミニマックス問題(12)において、各目的関数の分子が凸関数、分母が線形となるため、分数関数全体としては準凸関数となる。したがって、Borde ら[36]による一般化分数計画問題に対する Dinkelbach 型のアルゴリズムを適用すると大域的最適解を求めることができる。

以上から、意思決定者との対話によって満足解を得るアルゴリズムは次のようになる。

[ファジィランダム多目的線形計画問題に対する対話型満足化手法]

手順 1 各目的関数に対して、 h_i^j , $i=1, \dots, k$, $j=0, 1$ を計算して、意思決定者に提示し、ファジィ目標を特性付けるメンバシップ関数のパラメータ g_i^j , $i=1, \dots, k$, $j=0, 1$ を決定する。

手順 2 意思決定者が可能性の期待値に対する充足水準 δ_i , $i=1, \dots, k$ を与える。

手順 3 初期の基準点 $\mathbf{z}_i$, $i=1, \dots, k$ を 0 に設定する。

手順 4 任意の実行可能解 $\mathbf{x}^0 \in X$ を求め、 $\lambda=0$ とする。

手順 5 $\mathbf{x}^\lambda$ に対して、

$$q^\lambda = \max_{1 \leq i \leq k} \left\{ \frac{N_i(\mathbf{x}^\lambda)}{Q_i(\mathbf{x}^\lambda)} \right\}$$

を計算し、次の問題を解く。

$$\min Z \\ \text{s.t. } \frac{1}{Q_i(\mathbf{x}^\lambda)} \{N_i(\mathbf{x}) - q^\lambda Q_i(\mathbf{x})\} \leq Z, \\ i = 1, \dots, k, \mathbf{x} \in X'$$

この問題の最適解を $\mathbf{x}^{\lambda+1}$ として手順 6 へ進む。

手順 6 $Z=0$ ならば、手順 7 へ進む。そうでなければ、 $\lambda \leftarrow \lambda+1$ として手順 5 へ戻る。

手順 7 意思決定者が現在の解に満足すれば、終了する。そうでなければ、基準点 $\mathbf{z}$ を更新して手順 4 へ戻る。

多目的計画法の一般的な理論により、このアルゴリズムによって得られた解は、問題(11)に対して少なくとも弱パレート最適性を満たしていることが知られている[37].

5. 数値例

ここでは数値例として、5種類の農作物を生産する農業生産計画問題を取り上げ、総利益の最大化と同時に総労働時間の最小化するための各作物の生産量を決定する次の2目的線形計画問題を考える.

$$\begin{aligned} \min \quad & \tilde{C}_i x, \quad i = 1, 2 \\ \text{s.t.} \quad & \left. \begin{aligned} x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 5x_5 &\leq 220 \\ 4x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 &\leq 265 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 + 2x_4 + 2x_5 &\leq 160 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 &\geq 50 \\ x_j &\geq 0, \quad j = 1, \dots, 5 \end{aligned} \right\} \quad (13) \end{aligned}$$

ここで、決定変数 $x_1, \dots, x_5$ は5種類の作物の生産量を表し、制約式はそれぞれ、農薬散布量、土地制約、水資源制約、最低の総生産量（総出荷量）に関する制約を表す。また問題(13)における目的関数の係数のファジィランダム変数で表され、各パラメータは表1で与えられるものとする。

表1より、5種類の農作物のおおまかな特徴は表2のようになる。

ただし、表2における変動とは、シナリオによる値のばらつきを表している。ここでは、利益の最大化と同時に労働時間の最小化を目的としているため、利益が大きくかつ労働時間も小さい農作物をできるだけ多く生産することが望ましい。ただし、値の変動が大きい農作物は、起こりうるシナリオにより得られる利益や費やす労働時間のばらつきが大きいため、本提案モデルにおける目的関数の意味では好ましくない農作物とみなされる。

この数値例に対して、提案した対話型アルゴリズムを適用し、意思決定者の満足解を導出する過程を表したのが次の表である。

まず、手順1にしたがって、 $h_1=50.000$, $h_1=820.000$, $h_2=-726.677$, $h_2=-50.000$ の計算結果を用いて、意思決定者はファジィ目標のパラメータを $g_i^j=l_i^j$, $i=1, 2$, $j=1, 0$ と設定した。次に、手順2にしたがって、意思決定者が可能性の期待値に対する充足水準を $\alpha_1=\alpha_2=0.5$ と定めたとする。さらに、手順3にしたがって、初期の基準点 $(\hat{z}_1, \hat{z}_2)=(0.000, 0.000)$ に対してミニマックス問題が拡張 Dinkelbach 型アルゴリズムによって解かれ、各目的関数値 $z_i(x)$, $i=1, 2$ と解 x が表3の第2列で表される値になった。この結果から、労働時間を

表1 ファジィランダム変数におけるパラメータの値

	$s_1=1$	$s_1=2$	$s_1=3$	α
c_{11s_1}	-1.0	-4.0	-7.0	1.0
c_{12s_1}	-3.0	-5.0	-7.0	1.0
c_{13s_1}	-5.0	-6.0	-7.0	1.5
c_{14s_1}	-6.0	-7.0	-8.0	1.5
c_{15s_1}	-5.0	-8.0	-11.0	2.0
p_{s_1}	0.2	0.5	0.3	
	$s_2=1$	$s_2=2$	$s_2=3$	α
c_{21s_2}	11.0	8.0	5.0	2.0
c_{22s_2}	6.0	5.0	4.0	1.5
c_{23s_2}	7.0	6.0	5.0	1.5
c_{24s_2}	9.0	7.0	5.0	1.0
c_{25s_2}	7.0	4.0	1.0	1.0
p_{s_2}	0.2	0.5	0.3	

表2 農作物の利益と労働時間に関する特徴

	利益 (変動)	労働時間 (変動)
作物1	小 (大)	大 (大)
作物2	やや小 (中)	やや小 (小)
作物3	中 (小)	中 (小)
作物4	やや大 (大)	やや大 (中)
作物5	大 (大)	小 (大)

表3 対話の様子

	1回目	2回目	3回目
$\hat{z}_1$	0.000	0.090	0.085
$\hat{z}_2$	0.000	0.080	0.080
$z_1(x)$	0.0818	0.0940	0.0850
$z_2(x)$	0.0817	0.0812	0.0810
x_1	0.000	0.000	0.000
x_2	5.343	12.456	5.082
x_3	15.222	29.314	16.060
x_4	16.858	14.845	16.714
x_5	13.040	0.000	12.704

多く必要とし、利益が小さい作物1の生産量は0になっていることがわかる。意思決定者は、利益に関するばらつきを犠牲にしても労働時間に関するばらつきを小さくしたいと考え、基準点を(0.090, 0.080)に更新した。この基準点に対してミニマックス問題を解いて得られた各目的関数値と解が表3の第3列に示されている。労働時間に関するばらつきを重視したために、作物2と3の生産量が増加し、逆に労働時間の変動が大きい作物5の生産量が減少していることがわかる。意思決定者は、労働時間に関するばらつきを表す0.0812に対して、利益に関するばらつきを表す0.0940が少し大きくなりすぎたと考え、基準点を(0.080, 0.085)に更新した。表3の第4列に示されているのがこのときの目的関数値と解である。利益に関するばらつきを重

視したために、作物2と3の生産量が減少し、作物5の生産量が増加していることがわかる。意思決定者はこの解に満足し、対話を終了した。

6. おわりに

本論文では、目的関数の係数にファジィランダム変数を含む線形計画問題に対して可能性の分散を最小化するモデルを提案し、定式化された問題が多目的非線形分数計画問題に帰着できることを示した。また、意思決定者の満足解を対話を通して導出するために、基準点法に基づく対話型意思決定手法を構築し、さらに対話において繰り返し解かれる問題が拡張 Dinkelbach 型のアルゴリズムで解けることを示した。

今後の課題としては、必然性測度を用いたモデルの提案や他の代表的な確率計画モデルである確率最大化モデルや満足水準最適化モデルに基づく対話型意思決定法を提案すること、また、制約式にもファジィランダム変数が含まれている場合の考察などが挙げられる。

参 考 文 献

- [1] G. B. Dantzig, Linear programming under uncertainty, *Management Science* **1**, pp. 197-206 (1955).
- [2] E. M. L. Beale, On optimizing a convex function subject to linear inequalities, *J. Roy. Statist. Soc.* **17**, pp. 173-184 (1955).
- [3] A. Charnes, W. W. Cooper, Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance constraints, *Operations Research* **11**, pp. 18-39 (1963).
- [4] S. Kataoka, A stochastic programming model, *Econometrica* **31**, pp. 181-196 (1963).
- [5] A. M. Geoffrion, Stochastic programming with aspiration or fractile criteria, *Management Science* **13**, pp. 672-679 (1967).
- [6] I. M. Stancu-Minasian, Overview of different approach for solving stochastic programming problems with multiple objective functions, *R. Slowinski and J. Teghem (eds.): Stochastic Versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, pp. 77-101 (1990).
- [7] J. Teghem, Jr., D. Dufrane, M. Thauvoye, STRANGE: an interactive method for multi-objective linear programming under uncertainty, *European Journal of Operational Research* **26**, pp. 65-82 (1986).
- [8] M. Inuiguchi, and J. Ramik, Possibilistic linear programming: a brief review of fuzzy mathematical programming and a comparison with stochastic programming in portfolio selection problem, *Fuzzy Sets and Systems* **111**, pp. 3-28 (2000).
- [9] H. J. Zimmermann, Fuzzy programming and linear programming with several objective functions, *Fuzzy Sets and Systems* **1**, pp. 45-55 (1978).
- [10] M. K. Luhandjula, Multiple objective programming problems with possibilistic coefficients, *Fuzzy Sets and Systems* **22**, pp. 135-145 (1987).
- [11] M. Sakawa, Interactive computer programs for fuzzy linear programming with multiple objectives, *International Journal of Man-Machine Studies* **18**, pp. 489-503 (1983).
- [12] H. Kwakernaak, Fuzzy random variable-1, *Information Sciences* **15**, pp. 1-29 (1978).
- [13] G.-Y. Wang, and Z. Qiao, Linear programming with fuzzy random variable coefficients, *Fuzzy Sets and Systems* **57**, pp. 295-311 (1993).
- [14] Z. Qiao, Y. Zhang and G. Wang, On fuzzy random linear programming, *Fuzzy Sets and Systems* **65**, pp. 31-49 (1994).
- [15] 太田英一, 山口俊和, 高野康浩, 係数間の関係を考慮したファジィ多目標線形計画法, 日本ファジィ学会誌 **6**(1), pp. 166-176 (1994).
- [16] M. K. Luhandjula, and M. M. Gupta, On fuzzy stochastic optimization, *Fuzzy Sets and Systems* **81**, pp. 47-55 (1996).
- [17] Luhandjula, Fuzziness and Randomness in an optimization framework, *Fuzzy Sets and Systems* **77**, pp. 291-297 (1996).
- [18] H. Katagiri, and H. Ishii, Linear programming problem with fuzzy random constraint, *Mathematica Japonica* **52**, pp. 123-129 (2000).
- [19] H. Katagiri and M. Sakawa, Multiobjective fuzzy random linear programming using E-model and possibility measure, *Proceedings of Joint 9th IFSA World Congress* **1**, pp. 2295-2300, (2001).
- [20] M. L. Puri, and D. A. Ralescu, Fuzzy random variables, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **114**, pp. 409-422 (1986).
- [21] G. Matheron, *Random Sets and Integral Geometry*, John-Wiley, New York, 1975.
- [22] R. Kruse, and K. D. Meyer, *Statistics with Vague Data*, D. Reidel Publishing Company, (1987).
- [23] 福田得夫, ある種のファジィ確率ベクトルについての一考察, 日本ファジィ学会誌, **10**(3), pp. 499-505 (1998).
- [24] G. Wang and Y. Zhang, The theory of fuzzy stochastic process, *Fuzzy Sets and Systems* **51**, pp. 161-178 (1992).
- [25] R. Li and Y. Ogura, Fuzzy random variables, conditional expectations and fuzzy valued martingales, *Journal of Fuzzy Mathematics* **4**(4), pp. 905-927 (1996).
- [26] A. Kaufman, and M. M. Gupta, *Introduction to Fuzzy Arithmetic: Theory and Applications*, Van Nostrand Reinhold Company, 1985.
- [27] L. A. Zadeh, Probability measure of fuzzy events, *Journal of Mathematical Analysis and Applications* **23**, pp. 421-427 (1968).
- [28] G. J. Klir and T. A. Folger, *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice Hall (1988).
- [29] D. Dubois, H. Prade, *Fuzzy Sets and Systems*, Academic Press, New York, (1980).
- [30] L. A. Zadeh, Fuzzy sets as a basis for a theory of

- possibility, *Fuzzy Sets and Systems* **1**, pp. 3-28 (1978).
- [31] D. Dubois and H. Prade, Ranking fuzzy numbers in the setting of possibility theory, *Information Sciences* **30**, pp. 183-224 (1983).
- [32] 坂和正敏, 矢野均, 高橋淳也, ファジィ係数を含む多目的線形計画問題に対するファジィ目標を考慮した解の概念に基づく対話型意思決定, 日本ファジィ学会 **3**(2), pp. 328-328 (1991).
- [33] M. Sakawa, H. Yano, Feasibility and Pareto optimality for multiobjective linear fractional programming problems with fuzzy parameters, *Information Sciences* **63**(1), pp. 33-53 (1992).
- [34] M. Inuiguchi, H. Ichihashi, H. Tanaka, Fuzzy programming: a survey of recent developments, in R. Slowinski and J. Teghem (Eds.), *Stochastic versus Fuzzy Approaches to Multiobjective Mathematical Programming under Uncertainty*, Kluwer Academic Publishers, pp. 45-68 (1990).
- [35] A. P. Wierzbicki, The use of reference objectives in multiobjective optimization, in: G. Frande and T. Gal (eds.), *Multiple Criteria Decision Making: Theory and Application*, Springer-Verlag, (1980).
- [36] J. Borde, and J.P. Crouzeix, Convergence of a Dinkelbach-type algorithm in generalized fractional programming, *Zeitschrift fur Operations Research* **31**, pp. 31-54 (1987).
- [37] 坂和正敏, 経営数理システムの基礎, 森北出版 (1991).
- (2002年3月31日 受付)
(2005年3月12日 採録)
- [問い合わせ先]
〒739-8527 東広島市鏡山1-4-1
広島大学大学院工学研究科複雑システム工学専攻
片桐 英樹
TEL: 0824-24-7709
FAX: 0824-22-7195
E-mail: katagiri-h@hiroshima-u.ac.jp

著者紹介

かたぎり ひでき
片桐 英樹 [正会員]

平成7年 阪大・基礎工・物性物理卒, 平成9年 同大大学院工学研究科博士課程前期了, 平成12年 同大大学院工学研究科博士課程後期了, 平成12年 広島大・工・第二類(電気系)計数管理工学講座助手, 平成13年 同大大学院工学研究科複雑システム工学専攻助手, 平成17年 同大大学院工学研究科複雑システム工学専攻助教授となり, 現在に至る。ファジィおよび確率システムにおける数理的意決定に関する研究に従事。

さか わ まさとし
坂和 正敏 [正会員]

昭和45年 京大・工・数理卒, 昭和50年 同大大学院工学研究科博士課程了, 昭和50年 神戸大・工・システム助手, 昭和56年 同助教授, 昭和62年 岩手大・工・教授を経て, 平成2年 広島大・工・第二類(電気系)計数管理工学講座教授, 平成13年 同大大学院工学研究科複雑システム工学専攻教授となり, 現在に至る。大規模システム, 多目的システム, ファジィシステムにおける意思決定手法とその応用に関する研究に従事。博士, 著書「数理計画法の基礎」, 「離散システムの最適化」(森北出版), 「ソフト最適化」, 「遺伝的アルゴリズム」(朝倉書店), *Fuzzy Sets and Interactive Multiobjective Optimization* (Plenum Press) 等。

かとう こうすけ
加藤 浩介 [正会員]

平成3年 阪大・基礎工・生物卒, 平成5年 同大大学院工学研究科博士課程前期了, 平成6年 同後期退学, 平成6年 広島大・工・第二類(電気系)計数管理工学講座助手, 平成13年 同大大学院工学研究科複雑システム工学専攻助手, 平成14年 同大大学院工学研究科複雑システム工学専攻助教授となり, 現在に至る。ソフトコンピューティング手法のシステム最適化への応用に関する研究に従事。

おおさき しゅうじ
大崎 修嗣 [正会員]

平成15年 広島大・院・工学研究科博士課程前期了, NECシステムテクノロジー株式会社入社, 現在に至る。博士課程前期では, ファジィランダム変数係数を含む多目的線形計画問題に対する可能性測度と必然性測度を用いた確率計画モデルに基づく対話型意思決定に関する研究に従事。

Interactive Decision Making through the Variance Minimization Model Using a Possibility Measure for Fuzzy Random Multiobjective Linear Programming Problems

by

Hideki KATAGIRI, Masatoshi SAKAWA, Kosuke KATO and Syuuji OHSAKI

Abstract :

This paper considers multiobjective linear programming problems involving fuzzy random variable coefficients and examines interactive decision making to derive a satisficing solution for a decision maker. After introducing a fuzzy goal for each objective function, a problem to maximize a degree of possibility that each objective function satisfies the fuzzy goal is formulated. By considering the fact that the degree of possibility varies randomly, a fuzzy random programming model to minimize the variance of the degree, which is based on the variance minimization model in stochastic programming, is proposed. In order to find a satisficing solution for a decision maker, an interactive algorithm based on the reference point method is constructed. Finally, a numerical example of a production planning problem in agriculture is provided to demonstrate the usefulness of the proposed model.

Keywords : Multiobjective linear programming problem, fuzzy random variable, possibility measure, variance minimization model, interactive decision making

Contact Address : **Hideki KATAGIRI**

*Department of Artificial Complex Systems Engineering, Graduate School of Engineering,
Hiroshima University*

1-4-1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, 739-8527, JAPAN

TEL : 082-424-7709

FAX : 082-422-7195

E-mail : katagiri-h@hiroshima-u.ac.jp