原著論文

一対比較によるショケ積分の被積分関数（入力値）の同定について†

高萩 栄一郎*

本稿では、一対比較法を使ったショケ積分の被積分関数 f （入力値）の同定方法を提案する。AHP など で使われる一対比較で、程度を表すことばと一対比較値の対応表は、多くの場合、固定した値が設定される。まず、簡単な実験を行い、一対比較の対象により対応表のパラメータが異なることを示す。ショケ積分の入力値は、すべての評価項目で同じ評価単位を持たなくてはならない。そこで、入力値の同定者には、一対比較の回答の他に、理想点と満足点の要素を回答させる。対応表のパラメータを調節することにより、満足点と理想点の評価値をすべての評価項目で揃え、同じ評価単位を持つという条件を満足させる。最後に、評価対象がとりうる値の集合が有限離散集合の場合と Logit 回帰にあてはめた連続値の場合の同定例を示す。

キーワード：ショケ積分、評価単位、一対比較法、満足点、理想点

1. はじめに

ファジィ積分の研究において、ファジィ測度の同定の研究は盛んに行われている。しかし、ファジィ積分の入力値の研究は少ない。線型の回帰分析や加重和とは異なり、ショケ積分をはじめファジィ積分の場合の入力値間の条件は厳しい。そこで、本稿は、一対比較を使って、この条件を満たしたショケ積分の被積分関数（入力値）を求める方法を提案する。

本稿では、図1のように、 m 個の評価基準の入力値を求め、ショケ積分により総合評価値を求めるとき、各入力値を一対比較を使って同定する方法を考察する。

図1 概略

本研究のきっかけとなった課題は、ショケ積分を使ったデータ検索システムの各評価基準の入力値をどのように同定するかである。入力値 $f(i)$ は、利用者の希望条件とデータベースに記憶された値から求める。例えば、家賃の希望条件が70,000円で、あるレコードの家賃が71,000円の時、その入力値を求める。これは、図1のように、各評価基準の値が取りうる範囲を定義域 (Y^k) とし、AHPなどで用いられる一対比較法を用いて、入力値を求める関数 g^k (個別評価関数) を求めることである。

ある評価基準について、「満足する」というファジィ集合を考えれば、この個別評価関数は、そのメンバーシップ関数に対応する。一対比較法を用いてメンバーシップ関数を求める方法は、吉川[9]、中村[6]によると、比較評定法のなかの比率評定法に分類されている。AHPを利用している方法としては、例えば、竹田[7]では、AHPの一対比較法で、重要度を求め、メンバーシップ関数を同定している。また、中村[6]は、メンバーシップ関数の同定に一対比較を用いるとき、「固有ベクトルのスケーリングの問題が存在する」としている。

2節では、AHPの「ことばと一対比較値の対応表」(表1)で、「その中間」を含めて1間隔で等差的な数値を割り当てている。その数値差は状況に依存することを実験により示す。3節では、ショケ積分の入力値が満たさなくてはならない条件を考察し、4節では、2節の数値差を利用してショケ積分の入力値を計算する個別評価関数の同定方法を提案する。5節では、評価

† Identifying f in Choquet Integral (C) $\int f d\mu$ using Pairwise Comparison
Eiichiro TAKAHAGI

* 専修大学商学部
Snesu University, School of Commerce

基準の定義域が有限集合の場合の同定方法を具体例を使い説明する。6節では、評価基準の定義域が連続値の場合について、個別評価関数を線型の関数もしくはLogit曲線に近似にすることにより同定する。

1.1 記号・問題

評価基準の集合を $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ とする。たとえば、賃貸住宅の総合評価では $X = \{\text{家賃, 間取り, 駅からの時間}\}$ となる。 $f(k) \in [0, 1]$, $k = 1, \dots, m$ をショケ積分の被積分関数(入力値)とする。

ファジィ測度 μ は、一般的な定義に従い、

$$\mu(A) \in [0, 1], \forall A \in 2^X, \quad (1)$$

$$A \subseteq B \text{ ならば } \mu(A) \leq \mu(B), \quad (2)$$

$$\mu(\emptyset) = 0, \mu(X) = 1 \quad (3)$$

と定義する。本稿では、ファジィ測度 μ の同定については議論せず、所与とする。ショケ積分は、一般的な定義に従い、

$$(C) \int f d\mu \equiv \int_0^\infty \mu(\{x; f(x) > r\}) dr \quad (4)$$

で定義する。

各評価基準は、その評価基準が取り得る値の集合(定義域)を持つ。 k 番目の評価基準の定義域を $Y^k = \{y_1^k, y_2^k, \dots\}$ で表す。たとえば、家賃という評価基準の定義域は、 $Y^1 = \{y; 0 < y\}$ となり、間取りの定義域は、 $Y^2 = \{2K, 2DK, 1LDK, 3DK\}$ のようになる。

本稿の目的は、評価基準 k の定義域 Y^k から1つ要素を取り出し、その値から、被積分関数(入力値) $f(k)$ に変換する関数 g^k を求めることである。

$$g^k: Y^k \rightarrow [0, 1] \quad (5)$$

たとえば、間取りが2LDKのレコードの間取りの入力値は、 $f(2) = g^2(2LDK)$ となる。この g^k を k 番目の個別評価関数と呼ぶ。

すべての g^k を同定し、ある総合評価対象を決め、その k 番目の評価基準の値が $y \in Y^k$ のとき、

$$f(k) = g^k(y) \quad (6)$$

で入力値を定め、ショケ積分により総合評価値を求める。

2. 一対比較値は可変

表1のAHPの列は、AHPで使われることばに対する一対比較値である。一対比較値は、何倍よいのかを

表1 ことばと一対比較値の対応表
([2]のことばを利用)

ことば	AHP	等差 s:公差	等比 r:公比	回答値 c_{ij}
絶対的によくない	1/9	$1/(1+8s)$	$1/r^8$	-8
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
おなじくらい	1	1	1	0
(その中間)	2	$1+s$	r^2	1
若干よい	3	$2+s$	r^3	2
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
絶対的によい	9	$1+8s$	r^8	8

表す値である。たとえば、一対比較の対象(A)と(B)を比べて、「(A)が若干よい」と回答したとき、AHPでは、「(A)が(B)に比べて3倍よい」と回答したものとしている。AHPでは、通常、表1のAHPの列のように固定した値であるが、この値は、状況などにより、利用者が持っている値が異なるのではないかと考えた。そこで、中島[5]の考察やHarker[4]の実験をふまえ、2.1節の実験を行い、表右の等差的、等比的な間隔で、公差(s)や公比(r)が状況により異なることを示す。

2.1 実験

実験は、日本の道州面積(IA; 刀根[2])と関東地方の都県の面積(IB)に関する一対比較のアンケートを行った。

被験者: 専修大学の学生34名

実験間隔: IAの1週間後にIBの実験を行った。

実験方法:

- IAでは、道州の白地図を見せ、道州(北海道、本州、四国、九州)の面積の大きさについて一対比較を行った。
- IBでは、関東地方の都県の白地図を見せ、各都県(東京、神奈川、千葉、埼玉)の面積の大きさについての一対比較を行った。
- 回答は、図2のような用紙に、左右の2項目のみを考え、該当する部分に○をつけるように指示した。「よい」は、「大きい」に読み替えるように指示した。

c_{ij} をある被験者、ある一対比較の代替案 i と j の回答値(表1)とする。図2の回答から c_{ij} の値を読み取る。本州を2、四国を3、九州を4とすると、図2の ㊦ から $c_{23} = 8$ 、 ㊧ から $c_{34} = -2$ とする。

	左の項目が絶対的によい (中間)	左の項目が非常によい (中間)	左の項目がよい (中間)	左の項目が若干よい (中間)	左右同じくらいよい (中間)	右の項目が若干よい (中間)	右の項目がよい (中間)	右の項目が非常によい (中間)	右の項目が絶対的によい (中間)	
北海道										本州
北海道										四国
北海道										九州
本州										四国
本州										九州
四国										

図2 日本の道州の面積の一对比較

2.2 実験結果と考察

各人のそれぞれの一对比較の回答値(c_{ij})から次の手順で、真の面積の割合にもっとも当てはまる s と r を求めた。ただし、真の面積の大小関係と回答の一对比較から求めた面積の大小関係が異なる一对比較の回答は、集計から除外した。等差的な場合と等比的な場合で求め方はほとんど同じであるので、*は、 s または r とする。

- (1) s または r を固定して、一对比較値を求める。

$$\text{等差的 } a_{ij} = \begin{cases} 1 + sc_{ij} & \text{if } c_{ij} \geq 0 \\ \frac{1}{1 - sc_{ij}} & \text{other cases} \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{等比的 } a_{ij} = r^{c_{ij}} \quad (8)$$

- (2) a_{ij} から一对比較行列 A を作成し、固有値法でウェイト $w_1, \dots, w_n$ (n は一对比較の対象の数, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$) を求める。
- (3) 真のウェイト (面積の割合, $w_1^+, \dots, w_n^+$, $\sum_{i=1}^n w_i^+ = 1$) と (2) で求めたウェイトの差異の二乗和を求める。

$$d(*) = \sum_{i=1}^n (w_i - w_i^+)^2 \quad (9)$$

- (4) (1) の s または r を変化させて、最小の $d(*)$ となる s または r を探す。

図3と4は、日本の道州と関東の都県の面積について、各サンプルのもっとも当てはまる s, r を求め、その度数分布図である。4つの度数分布表から明らかに、日本の道州の場合の方が s, r とも大きい。回答者は状況によって、公差(s)または公比(r)を変えていると推測される。IAの r の平均値1.34の「絶

図3 s の分布 (左 IA, 右 IB) 図4 r の分布 (左 IA, 右 IB)

対的」に換算した $1.34^8=10.4$ とIBの $1.17^8=3.51$ を考えると、それぞれの面積の最大の差異、-IAの12.3倍、IBの2.3倍-と関係があると考えられる。したがって、状況によって、 r (または s) は異なると考えられる。

また、Harkerの実験[4]結果と同じように、等差的に割り当てた方が当てはまりがよかった。

3. ショケ積分の入力値

[8]で指摘したように、ショケ積分の入力値 f (被積分関数) は次のような制約を満たしていなくてはならない。

- 入力値は間隔尺度であること。
- ショケ積分の入力値は、その定義により、他の評価基準の入力値と減算をしている。そのため、他の入力値との大小関係(順位)も重要である。

このような関係を[8]では、「評価単位が等しい」と呼んでいる。また、効用理論では、「strong commensurability」と呼ばれている。

一对比較で求めた(個別)評価値の尺度は比例尺度であることが知られている[4]。したがって、(個別)評価値は間隔尺度である。ファジィ積分の入力値にするにはさらに次の2つの条件が必要である。

■条件 I : 入力値の間隔の単位がすべての評価基準で同じであること すべての評価基準で同じ入力値の差

は同じ満足度の差を意味し、その差の $t(>0)$ 倍も t 倍の満足度の差をあらわす。この条件は、AHPなどでの加重平均でも満たさなくてはならない。たとえば、表2のケースⅠの単純平均(等重み)では、(イ)から(ロ)の評価基準Aの0.2の増大は、Bの0.2の減少で、同じ出力(単純平均値)となる。0.2の出力への影響は、等重みの場合、同じになる。

ケースⅢの場合、AとBの重みの比は2:1とする。(ハ)から(ニ)への0.1の増大で、(ニ)が同じ出力にするには、Bでは2倍必要になり、0.2の減少でなくてはならない。

表2 評価単位の問題

ケースⅠ	評価基準		単純 平均	シヨケ 積分値 順位	
	A	B			
データ(イ)	0.5	0.8	0.65	0.56	2
データ(ロ)	0.7	0.6	0.65	0.62	1
ケースⅡ	評価基準		単純 平均	シヨケ 積分値 順位	
	A	B			
データ(イ')	0.5	0.4	0.45	0.42	1
データ(ロ')	0.7	0.2	0.45	0.30	2
ケースⅢ	A(2)	B(1)	加重平均		
データ(ハ)	0.5	0.8	0.6		
データ(ニ)	0.6	0.6	0.6		

■条件Ⅱ：すべての評価基準で、同じ入力値であれば同じ満足度であること 加重和では、入力値は条件Ⅰが必要であったが、シヨケ積分の入力値では、この条件Ⅱも必要である。例えば、表2のケースⅠ、Ⅱでは、ケースⅡの評価基準Bの入力値が一律に0.4小さくなっている。この場合、ケースⅠでの平均値はともに0.65であり、ケースⅡでは、ともに0.45で同じである。表2右は、シヨケ積分をおこなったものである。ただし、ファジィ測度は、AとBは、等重みになるように、

$$\begin{aligned}\mu(\emptyset) = 0, \mu(\{A\}) = \mu(\{B\}) = 0.2, \\ \mu(\{A, B\}) = 1.0\end{aligned}\quad (10)$$

とした。評価基準Bの入力値を一律に0.4下げたことにより、ファジィ積分値の順位が変動している。シヨケ積分の場合、各評価基準の入力値の差とファジィ測度の積を用いる。例の場合のように、2入力($f(A)$, $f(B)$)の場合、

$$\begin{aligned}(f(A) - f(B))\mu(\{A\}) + f(B)\mu(\{A, B\}) \\ f(A) \geq f(B) \text{ の場合}\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}(f(B) - f(A))\mu(\{B\}) + f(A)\mu(\{A, B\}) \\ h(A) < h(B) \text{ の場合}\end{aligned}\quad (12)$$

となる。このように、 $\min(f(a), f(b))$ や $f(a)-f(b)$ の値を使っているので、 $f(a)$ や $f(b)$ の大小関係が重要になる。一律に入力値を増減させると、積をとるファジィ測度の値が異なることになる。したがって、同じ入力値であれば、同じ満足度でなくてはならない。

4. 提案手法

一対比較を利用して、ファジィ積分の各評価基準 k の入力値 $f(k)$ を求める個別評価関数 g^k を求める。本節では、 Y^k が有限集合であり、要素数が2から7程度で Y^k のすべての要素間で一対比較が可能な場合で説明する。その他の場合は、次節以降で説明する。

一対比較で求めたウエイト $w_i^*(\sum_i w_i^* = 1)$ を、そのまま $g^k(y_i^k) = w_i^*$ とすると、必ずしも3節の2つの条件を満たしていない。たとえば、 Y^1 と Y^2 で、要素の数が極端に異なる場合、和を1にする正規化により、要素の数が大きな評価基準の w^* の差は相対的に小さくなる。そこで、本章では、その2つの条件を満たすように、 $w^* = t_k > 0$ 倍し、 $g^k(y_i^k) = t_k w_i^*$ で求めるためのパラメータ t_k と2節で説明した s または r を同定する方法を考察する。

4.1 考え方

まず、一対比較の対象の集合 Y^k の中から次の2点の要素を選ぶ。

理想点(I) ほぼ理想的な要素。 y_I^k 、この個別評価関数の値を e_I (例えば、0.95または1.0) とする ($g^k(y_I^k) = e_I$)。

満足点(G) 理想的ではないが、満足できる要素 y_G^k 。この要素の個別評価関数の値を e_G (例えば、0.7または0.8) となるように同定する ($g^k(y_G^k) = e_G$)。

各評価基準の理想点の入力値、満足点の入力値は同じになるように、理想点、満足点の要素を選ぶ。

たとえば、賃貸住宅の総合評価で、満足点を正の評価と負の評価の境界点とする。正の評価とは、この評価基準で評価した場合、借りたいと思う物件であり、負の評価とは借りたくない物件になることである。家賃の満足点が6万であれば、6万より高い物件は借り

たくなる。すべて満足点の物件(6万, 12分,...)は、借りたいと思う最低の総合評価値の物件になる。

理想点は、たとえば、それ以上よい条件を求めない点とする。たとえば、家賃の理想点を4万としたら、まだ余裕があるので、もう少し他の条件がよい物件を探したほうがよいと思う点とする。

4.2 個別評価関数の求め方

k 番目の評価基準の個別評価関数 g^k を求める。一対比較の対象の要素を $y_1^k, \dots, y_n^k$ とする。ただし、その中に理想点 y_I^k , 満足点 y_G^k を含むように選ぶ。次に、この要素間の一対比較を行い、その回答値を c_{ij} とする。ある適当な $s > 0$ または $r > 1$ から始め、次の手順で各要素の入力値を求める。

- (1) s または r に基づき、一対比較の回答値(c_{ij})から、式(7)または(8)を用いて、 a_{ij} を求め、一対比較行列 A を作成する。 A の最大固有値、それに対応する固有ベクトル($w_1, \dots, w_n, \sum_i^* w_i = 1$)を求める。
- (2) (1)で求めた理想点のウェイトを w_I とし、 $t = e_I / w_I$ とし、各要素の w_i^* , $i = 1, \dots, n$ を求める。

$$w_i^* = w_i \times t, i = 1, \dots, n \quad (13)$$
- (3) $w_1^*, \dots, w_n^*$ のうち満足点の要素の入力値を w_G^* とし、満足値 e_G と比較する。

$$w_G^* > e_G \quad s \text{ または } r \text{ を増大させ, (1)へ.}$$

$$w_G^* < e_G \quad s \text{ または } r \text{ を減少させ, (1)へ.}$$

$$w_G^* = e_G \quad \text{このときの } s \text{ または } r \text{ を採用する.}$$

実際には、2分検索などで、満足点の入力値と満足値がほぼ一致する点を求める。 $w_G^* = e_G$ のときの w_i^* を入力値とする。

$$g^k(y_i^k) = w_i^*, i = 1, \dots, n \quad (14)$$

4.3 ファジィ積分の入力値の条件との関係

このようにして求めた各評価基準の理想点と満足点における満足度は等しい。すべての評価基準で、理想点の評価値(e_I)と満足点の評価値(e_G)は等しいので、それらの評価値の差($e_I - e_G$)も等しい。したがって、 w_i^* が間隔尺度であることと合わせて考えると、入力値間の間隔の単位はすべての評価基準で同じになり、条件Ⅰを満たす。また、満足点(または理想点)の満足度がすべての評価基準で同じことと条件Ⅰを合わせれば条件Ⅱも満たしていることがわかる。したがって、この提案手法で求めた入力値は、3節で示した条件を

満たしている。

4.4 同定者と一対比較の被験者が異なる場合

上記の議論では、理想点の要素、満足点の要素、その他の一対比較対象の要素の選択および一対比較の回答は、すべて同定者一人で行うことを前提している。しかし、アンケート調査などで一対比較対象の要素の選択などが難しい場合がある。その場合、要素の選択は事前にアンケート実施者が行い、被験者は、理想点と満足点の選択と一対比較を行う。

4.5 実際上の扱い

一対比較を行った結果、理想点以外の要素のウェイトが理想点の要素より高くなることもあり得る。実際上の扱いとしては、その理想点よりよい要素を理想点として扱うことにより対処できる。4.2節の(1)でそのような現象が生じたときは、(1)の時点で入れ替えることが可能である。

満足する要素のうち、最低の満足度の要素を1つだけ示すのが困難な場合がある。その場合、満足できるもの(正の評価の要素)をすべて列挙し、(1)のウェイトを計算した時点で、列挙した要素のうち、もっとの低い w_i の要素を満足点とすることができる。

全要素で「同じくらいよい」と回答した場合、本手法では同定不可能である。しかし、このような場合、満足点の要素が入っていれば、すべて満足点の値 e_G を与えることで対処できる。

一対比較の回答に欠損値が含まれている場合、Harkerの方法[3]で、ウェイトを求めることができる。欠損値が許される範囲は、すべての要素間の一対比較が間接的にされていれば、同定可能である。

4.6 求められない s が存在する

等差的に s を割り当てる場合、理想点、満足点の選び方および一対比較結果によっては、 s を求められない場合がある。例えば、A, B, C の3つの一対比較対象で、Aが理想点、Bが満足点とする。このときの一対比較の回答値が表3のようになったとし、 $e_I = 1.0$, $e_G = 0.7$ に、すなわち、 $w_A(s) = 1$, $w_B(s) = 0.7$ になるような $s > 0$ を求める。しかし、 s をいくら変化させても求めることはできない。

表3 s が求まらない一対比較の回答値 c_{ij}

	A	B	C
A	0	0	8
B		0	7
C			0

あてはまりの度合いは等差的のほうがよかったが(2.1節), このように求められない場合があるので, 実際に本手法を用いるときは, 等比的を用いた方がよいだろう.

5. 定義域が有限離散集合の場合

5.1 同定法

個別評価関数の定義域が有限離散集合でかつ, 要素の数が比較的少数(おおよそ7以下)の場合, 4.2節で示した方法でできる. 定義域 Y^k のすべての要素をそのまま, 一対比較対象の要素にする. もっともよい要素を理想点とし, それ以外の要素で, 満足できる要素のうち, もっとも満足度が低い要素を満足点の要素とする.

定義域の要素数が多い場合, すべての組み合わせで一対比較を行うことは事実上不可能である. 一対比較を行わず, 直接評価「とてもよい, よい, すこしよい, 普通, ..., とてもよくない」の7段階評価などを行うことが考えられる. しかし, ファジィ積分の入力値は, 評価単位がすべてそろっていないといけない. すなわち, 一対比較を行った評価基準と同様に比率に意味があること, 理想点と満足点が他の評価基準と揃っていることが必要である. 次のような方法を提案する.

- (1) 定義域の要素の中から, もっともよく知っている要素など基準となる要素を1つ選び, 基準点とする.
- (2) 一対比較は, この基準点とのみ行う. すなわち, 定義域の要素数-1回行う.
- (3) 理想点の値が e_I , 満足点の値が e_G になる r (または s)を調整しながら, 基準点の一対比較結果から欠損値を含む一対比較行列を作成する. この欠損値を含む一対比較行列から, Harkerの方法[3]などで, 各代替案の入力値を求める.

各要素の満足度は1回の比較で決まるので, 多重比較に比べて信頼度が低くなる. そのほか, 基準点を複数設けたり, 代替案によって基準点を変えるなど様々な方法が考えられる.

5.2 間取りの満足度の同定例

「2DK」を満足点($e_G=0.7$)として, 各間取り(2K, 1LDK, 3DK)の満足度を一対比較する(図5). 理想点($e_I=1.0$)は「3DK」として求めると表4のようになった. 等差の場合 $s=0.85$ となり, 等比的な場合

	左の項目が絶対的によい (中間)	左の項目が非常によい (中間)	左の項目がよい (中間)	左の項目が若干よい (中間)	左右同じくらいよい (中間)	右の項目が若干よい (中間)	右の項目がよい (中間)	右の項目が非常によい (中間)	右の項目が絶対的によい (中間)	
2K										2DK
2K										1LDK
2K										3DK
2DK										1LDK
2DK										3DK
1LDK										3DK

図5 2DKという希望での一対比較

表4 各間取りの評価値

	s, r	2K	2DK	1LDK	3DK
等差	$s = 0.85$	0.10	0.70	0.25	1.00
等比	$r = 1.55$	0.05	0.70	0.16	1.00
等差	$s = 1.00$	0.09	0.67	0.22	1.00

は, $r=1.55$ となる. $s=1.0$ は, 通常のAHPでの代替案の評価値である.

6. 連続値の場合

6.1 同定法

定義域 Y^k が, 正の実数全体や実数区間の場合などを考える. 連続値を定義域とするメンバーシップ関数を一対比較で同定する方法としては, 次のような方法がよく使われる(竹田[7]).

- (1) 定義域から適当な点を選択し代替案とする.
- (2) 代替案間の一対比較を行い, 固有値法などでウェイトを求める.
- (3) 最大の代替案のウェイトが1になるように正規化する.
- (4) 各代替案のウェイトを直線で結び, メンバーシップ関数とする.

本稿では, 他の評価基準との理想点, 満足点を揃え, 関数にあてはめる. あてはめる関数形は, Logit曲線と直線を使用する.

関数の形状は, 次の3つを考える.

理想方向型 ある方向(十または一)に値が行けば行くほど, 個別評価関数の値が大きくなる(図6). たとえば, 価格のように安ければ安いほどよいと考えた場合の個別評価関数である.

理想点型 ある1点の個別評価関数の値高い場合である.(図7). たとえば, 最適な室温があり, それより高くなっても低くなっても単調に減少する関数である.

理想区間型 理想点型の理想点を区間にしたものである。たとえば、青年のメンバーシップ関数のように、ある区間で個別評価関数の値がほぼ1のものである。

個別評価関数には、Logit 曲線

$$z = g(y) = \frac{1}{1 + \exp(-\alpha - \beta \log y)} \quad (15)$$

(α , β はパラメータ) または、線型

$$z = g(y) = ay + b \quad (16)$$

(a , b はパラメータ) を用いる。Logit 曲線では、

$$\log\left(\frac{z}{1-z}\right) = \alpha + \beta \log y \quad (17)$$

という $\log y$ と $\log\left(\frac{z}{1-z}\right)$ とをデータにして、線型回帰モデルで推定する。

6.2 理想方向型

理想方向型は、1つのLogit曲線または線型の関数で表現できる。希望家賃が10万円の場合の家賃 ($0 < x$) の満足度を表すメンバーシップ関数を例に説明する。評価基準全体で、たとえば理想点の満足度 e_I を Logit 曲線では0.95、線型では、1.0で揃える。満足点 e_G を0.7とする。また、一対比較値は、等比的に割り当てるとする。

- (1) 一対比較を行う Y^k の要素を選択する。家賃の例では、10万円が希望なので、その家賃で借りることができれば満足なので満足点を10万円、8万円で借りることができれば理想的として8万円で理想点とした。2点以外にも、多少不満な部分の評価値を求めるために、12, 14万円を代替案に加えた。
- (2) 一対比較を行う。家賃の例では、4つの要素間で、10万円が希望という条件の下で一対比較を行う(表5)。
- (3) $w_I^* = e_I$, $w_G^* = e_G$ になる r を同定する。
- (4) $z_i = w_i^*$ として、表6を求め、回帰分析より、線型の場合 $a = -0.0000170$, $b = 2.349$, Logit 曲線の場合 $\beta = -9.91$, $\alpha = 114.8$ となる。図6は、それぞれの場合のグラフである。

また、それぞれの同定結果から、データと推定点の差の2乗和を計算すると、線型では0.0317, Logit 曲線では0.0026になる。

表5 家賃の一対比較

C12	C13	C14	C23	C24	C34
-5	-6	-8	-6	-5	-2

代替案の番号 1:8 万, 2:10 万, 3:12 万, 4:14 万

表6 家賃の例

NO(i)	1	2	3(G)	4(I)
y_i	140000	120000	100000	80000
線型用 z_i	0.0459	0.1571	0.7000	1.0000
Logit 用 z_i	0.0782	0.2107	0.7000	0.9500
$\log(x_i)$	11.850	11.695	11.513	11.290
Logit 用 $\log\left(\frac{z_i}{1-z_i}\right)$	-2.4669	-1.3206	0.8473	2.9444

図6 家賃のメンバーシップ関数
(左:線型, 右:Logit)

6.3 理想点型

理想点型の場合、理想点の左側の曲線と右側の曲線を別個に同定する。別個に同定する場合、理想点は左右共通にし、その他の点は別個に一対比較の対象の要素を選択する。夏の適当な室温の満足度の同定の例では、右側のための {26, 28, 30, 32, 34}, 左側のための {26, 24, 22, 20, 18} を使った。

理想点型の場合、同定した個別評価関数が、点 (y_I, e_I) を通ることが重要なことが多い。しかし、回帰分析の場合、点 (y_I, e_I) から多少外れることがある。そこで、回帰分析を行うとき、 (y_I, e_I) を必ず通るように、パラメータを同定する。線型の場合、 $z_I = ay_I + b$, Logit 曲線の場合 $\log\left(\frac{z_I}{1-z_I}\right) = \alpha + \beta \log(y_I)$ という制約をつけて、(a , b) または (α , β) を推定する。この場合、次式でパラメータを推定する。

$$a = \frac{\sum \{(y_i - y_I)(z_i - z_I)\}}{\sum (y_i - y_I)^2} \quad (18)$$

$$\beta = \frac{\sum \{(\log y_i - \log y_I)(\log \frac{z_i}{1-z_i} - \log \frac{z_I}{1-z_I})\}}{\sum (\log y_i - \log y_I)^2} \quad (19)$$

理想点型の場合、左右対称の場合と非対称の場合が考えられる。対称の場合、片方のみ同定すればよいので、片側のみ一対比較を行う。非対称の場合、左右

図7 夏の快適な室温 (左:線型, 右:Logit)

別々に同定する。図7は、左右対称での快適な室温についてのメンバーシップ関数の同定結果である。

6.4 理想区間型

理想区間型の理想点との違いは次の点である。

- 理想点は、左右別々に選択する。左の理想点は、台形の上底の左端、右の理想点は上底の右端に相当する。
- 同定する曲線は、理想点を必ず通る必要はない。
- 図8のように e_I の値を越えることがある。 e_I の値で頭切りをすることも可能である。

図8は、左右非対称の場合の例で、「青年」の個別評価関数である。理想点は、18と28とした。

図8 青年の個別評価関数 (Logit)

法を使うことにより、ある程度客観的かつファジィ積分の入力値の条件を満たす非積分関数を求めることができる。

謝辞

この研究は、2006年度専修大学研究助成「ファジィ積分モデルによる人間の評価構造推定法に関する研究」の成果である。

参考文献

- [1] T.L.Saaty, The Analytic Hierarchy Process, McGraw-Hill, 1980.
- [2] 刀根薫,「ゲーム感覚意思決定法 -AHP入門-」, 日科技連出版社, 1986.
- [3] P.T.Harker, Alternative modes of questioning in the Analytic Hierarchy Process, Math. Modelling, 9, 353-360, 1987.
- [4] P.T.Harker and L.G.Vargas, The theory of ratio estimation: Saaty's analytic hierarchy process, Management Sci., 33, 1383-1403, 1987.
- [5] 中島信之, AHPにおける一対比較行列の整合性の考察, 富大経済論集, 37, 123-138, 1991.
- [6] 中村和男, メンバーシップ関数の測定諸手法の関連について, 第2回ノンエンジニアリングファジィワークショップ講演論文集, 66-67, 1992.
- [7] 竹田英二, ファジィ理論と AHP in 「社会科学の数理ファジィ理論入門」, 裳華房, 235-248, 1994.
- [8] 高萩栄一郎, 室伏俊明, ファジィ測度の同定について, 第5回インテリジェント・システム・シンポジウム (FAN Symposium '95) 講演論文集, 日本ファジィ学会, 463-468, 1995.
- [9] 吉川歩, ファジィ評定とメンバーシップ関数同定法, 日本ファジィ学会誌, 10, 2, 184-192, 1998.
- [10] 高萩栄一郎, 一対比較法を利用したファジィ積分の入力値の同定, 第8回曖昧な気持ちに挑むワークショップ講演論文集, CD-ROM, 2003.

(2006年8月15日 受付)

(2006年10月26日 採録)

【問い合わせ先】

〒214-8580 神奈川県川崎市多摩区東三田2-1-1

専修大学商学部

高萩 栄一郎

TEL: 044-900-7988

FAX: 044-900-7849

E-mail: takahagi@isc.senshu-u.ac.jp

7. おわりに

理想点と満足点の選択と一対比較を利用して、ショケ積分の入力値を同定する方法を提案した。一対比較を利用しているので、外的な基準がない主観的な対象の評価を行うとき、本手法は有用であろう。しかし、さまざまな問題が残っている。たとえば、理想点、満足点の代替案を探し出すことは難しい。しかし、本手

著者紹介

たかはぎ えいいちろう
高萩 栄一郎 [正会員]

1961年東京都生まれ。1985年中央大学経済学部卒業。1989年中央大学経済学研究科博士課程退学。福井工業大学経営工学科助手を経て、現在、専修大学商学部教授。ファジィ測度、積分の研究に従事。日本知能情報ファジィ学会、日本オペレーションズ・リサーチ学会、日本経営数学会、IFSA等の会員。

Identifying f in Choquet Integral (C) $\int f d\mu$ using Pairwise Comparison

by

Eiichiro TAKAHAGI

Abstract :

We propose an identification method of f in Choquet integral (C) $\int f d\mu$ using pairwise comparison. In many cases, the comparison words used by AHP are assigned fixed comparison values. Our experiments show that the correspondence table's parameter among the comparisons words and the comparison values change by the comparison objects. Input values of Choquet integral should have same evaluation unit among all evaluation criteria. In our methods, examinees reply not only pairwise comparisons, but also ideal and satisfaction points. By varying the correspondence parameter, all satisfaction and ideal point's values have the same values in the evaluation criteria. Lastly, we show some numerical examples that are domain sets are finite discrete set and continuous values sets.

Keywords : Choquet Integrals, Evaluation Unit, Pairwise Comparisons, Satisfaction Point, Ideal Point

Contact Address : Eiichiro TAKAHAGI

Senshu University, School of Commerce

Higashi-mita 2-1-1, Takamu, Kawasaki, 214-8580, JAPAN

TEL : 044-900-7988

FAX : 044-900-7849

E-mail : takahagi@isc.senshu-u.ac.jp