原著論文

ファジィ分類行列による集団意思決定のためのクラスタリング†

大田 かおり *1・平良 直之 *2・宮城 隼夫 *3

本研究では、集団意思決定問題における意見の統合・合意形成支援のためのクラスタリング手法を提案する。まず、各意思決定者から得た個別の評価ベクトルをもとにしたファジィ分類行列を作成する。この分類行列の推移的性質を用いて、評価が似ているもの同士をクラスタリングし、評価の処理を行う。また、その行列の累乗値が収束しそれが推移的性質を有する事から、この累乗値を調整によって異なる意見をまとめる場合の調整目標値に設定している。

提案するファジィ分類行列の作成によって全構成員の評価の類似関係を一括して整理でき、効率的にその構成員の意見のクラスタリングを行うことができる。さらに行列の推移性と要素の類似性が密接な関係にあることから、数学的に矛盾のないクラスタリングを行うことができる。これによって現実社会の多様な意見のある中で、合意評価を決定する前に、評価が似ている者同士でお互いの判断を確認し合う、あるいは評価が異なる者同士で判断が異なる内容について議論を交わす、など意見の相違を再整理する過程を分析し支援することが可能となる。

キーワード：集団意思決定、クラスタリング、ファジィ分類行列、推移性

1. はじめに

集団意思決定における合意形成支援に関する研究が活発に行われている。特に異なる評価をもつ参加者の意見をいかに納得いく形で1つの意見に集約するかについてさまざまな議論がなされてきた。

数理的アプローチにおいては、複数の評価を何らかの演算を用いて統合した結果を集団評価として採用するが、Saaty[1]によって提案された集団意思決定手法では、AIJ (Aggregating Individual Judgments) か、AIP (Aggregating Individual Preferences) のいずれかを用いて評価が統合されている[2]。AIJにおいては、複数の意思決定者の意見は評価基準と代替案の対比較行列の作成段階で統合されていき、最終的に1つの評価を得る[3-6]。AIJを用いて評価を算出するためには、その集団の構成員が同質で、意見が近く、しかも結束力があることが必要となる[7]。

AIPにおいては、一対比較行列を意思決定者ごとに別々に作成し、最終段階で、得られた個々の評価ベクトルを統合して最終評価を導く。従って、異なる価値観を持つ意思決定者がそれぞれの権利を行使できる状況においてはAIPを使う方が望ましい[2]。Arringtonは評価を統合するために、評価ベクトルの算術平均を採用している[8]。またRamanathanらは意思決定者がお互いの重要性を査定し合うことにより、グループ構成員の判断に個別の重みをつける重みつき算術平均法を提案している[9]。

さらにZahirはVAHP (Vector Space Formulation of the AHP) を提案し、集団としての評価を算出する前に、評価が似ているもの同士をサブグループに分け、そのサブグループの意見を統合して最終評価を算出するアプローチをとっている[7, 10]。例えば国政の選挙民といったような集団の構成員は、結束力もなく多様な意見を持つ意思決定者の集まりである。中規模サイズ以上の集団においては、類似した考えを持つ意思決定者がサブグループにまとまっていくことは自然な流れであり[7]、そのグループ化の分析を行うことが必要となってくる。すなわち、実社会での集団意思決定では、合意評価を決定する前に、評価が似ている者同士でお互いの判断を確認し合う、あるいは評価が異なる者同士で判断が異なる内容について議論を交わすなど、さらに意見の相違を再整理する過程が重要となる。VAHPの特長として、人間の評価をユークリッド

† Clustering procedure based on the fuzzy classification matrix in group decision making

Kaori OTA, Naoyuki TAIRA and Hayao MIYAGI

*1 琉球大学大学院 理工学研究科
Graduate School of Science and Engineering University of the Ryukyus

*2 沖縄国際大学産業情報学部 産業情報学科
Department of Industry and Information Science Okinawa International University

*3 琉球大学工学部 情報工学科
Department of Information Engineering University of the Ryukyus

空間上の単位ベクトルとしてとらえ、個人間の評価に関してsimilarity measureという一致の尺度を採用していることがあげられる。

本論ではAIPの立場をとる。まず、各意思決定者から得た個別の評価ベクトルを基に分類行列を提案する。その後、評価が似ているもの同士を行列の類似関係の性質からクラスタリングし、評価値の処理を行う。提案手法によれば、分類行列によって全構成員の評価の関係を一括して把握することができ、効率的にその構成員の意見の類似性を判断することが可能である。以下、2章では提案手法の数学的背景について述べ、3章で分類行列を提案する。4章では分類行列による集団意思決定のアルゴリズムを提案し、5章で数値例、最後に6章で提案手法の有効性について述べる。

2. 数学的背景

2.1 ベクトルの類似度

多次元空間上のベクトルの類似度は、それらベクトルのなす角度の余弦として定義される[11]。評価ベクトルが単位ベクトルである場合、余弦は両ベクトルの内積となり、

$$\cos\theta_{ij} = \frac{\vec{E}_i \cdot \vec{E}_j}{|\vec{E}_i| \cdot |\vec{E}_j|} = \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \quad (1)$$

となる。評価ベクトルの要素が常に正であることを考慮すると、二つの評価ベクトルが全く同じ場合には、

$$\cos\theta_{ij} = 1$$

であり、二つの評価ベクトルが直交して全く異なる場合は、

$$\cos\theta_{ij} = 0$$

として表現される。この時、ベクトルの類似関係を尺度[0, 1]をもつファジィ集合と対応させることが出来る。尺度[0, 1]が{0, 1}の時、ファジィ集合は通常のクリスプ集合となり、類似関係は同値関係となる。

2.2 類似関係

二つの集合X, Yのそれぞれの要素x, yの順序対(x, y)、すなわちXとYの直積は

$$X \times Y = \{(x, y) \mid x \in X, y \in Y\}$$

であり、ファジィ関係Rは、

$$\mu_R: X \times Y \rightarrow [0, 1] \quad (2)$$

なるメンバーシップ関数 μ_R によって特徴づけられる。またファジィ関係Rに対して、その関係行列をRとし、Rの要素を r_{ij} で表すと、

$$R = [r_{ij}], \quad r_{ij} = \mu_R(x_i, y_j), \quad \forall x_i \in X, \forall y_j \in Y \quad (3)$$

と定義される行列である。さらに、Rを $X \times Y$ におけるファジィ関係とし、Sを $Y \times Z$ におけるファジィ関係とすると、RとSの合成は $X \times Z$ におけるファジィ関係となり、次のように定義される[12]。

$$R \circ S \Leftrightarrow \mu_{R \circ S}(x, z) = \max_y \min \{ \mu_R(x, y), \mu_S(y, z) \} \\ = \bigvee_y \{ \mu_R(x, y) \wedge \mu_S(y, z) \} \quad (4)$$

本論で応用する類似関係はX上の要素 $\forall x_i, x_j, x_k \in X$ に対して次の三つの性質をもつファジィ関係である。

$$i) \text{ 反射的 } : \mu_R(x_i, x_i) = 1, \quad (5)$$

$$ii) \text{ 対称的 } : \mu_R(x_i, x_j) = \mu_R(x_j, x_i), \quad (6)$$

$$iii) \text{ 推移的 } : \mu_R(x_i, x_k) = \bigvee_{x_j} \{ \mu_R(x_i, x_j) \wedge \mu_R(x_j, x_k) \}, \quad (7)$$

式(7)の推移的性質を行列表現すると、

$$R \supseteq R \circ R \quad (8)$$

となる。

3. 評価の類似性と分類行列

3.1 クラスタリングの可能性

本節では、数理的判断から、評価ベクトルを分類する方法について述べる。

検討の対象となる評価ベクトルが2つの場合、似ているか否かの判断は意思決定者の主観的判断に委ねられるが、評価ベクトルが3つ以上の場合には相対的な判断が可能となる。例えば図1に示すように3つの評価ベクトル $\vec{E}_i, \vec{E}_j, \vec{E}_k$ を考えた場合、 $\vec{E}_i, \vec{E}_j$ の頂点は $\vec{E}_i, \vec{E}_k$ の頂点より近いいため“似ている”と判断できる。ただし、これらのベクトルは単位ベクトルとする。

まず最初に我々の実際の感覚に合う距離関係により、評価ベクトルの分類を考える。 $\vec{E}_i, \vec{E}_j, \vec{E}_k$ の頂点I, J, Kで構成される3角形の分類のためのパターンを図2に示す。

図2-i)において、評価ベクトル $\vec{E}_i$ と評価ベクトル $\vec{E}_j$ を“似ている”と判断すれば、 $\vec{E}_k$ を含めこれら3つの評価が“似ている”ものとして一つの集団にクラスタリングすることができる。逆に、 $\vec{E}_i$ と $\vec{E}_j$ を“似ていない”と判断すれば、これら全てを異なるものとして扱うことになる。すなわちこのケースでは、距離を判

図1 評価ベクトルの頂点間の距離とその挟角

図2 ベクトル頂点間の距離の関係

断基準として論理矛盾なくクラスタリングを行うことが可能である。

図2-ii)で、評価ベクトル $\vec{E}_j$ と評価ベクトル $\vec{E}_k$ が“似ている”と判断すれば、頂点間の距離が等しい $\vec{E}_i$ と $\vec{E}_k$ も“似ている”、距離関係がより近い $\vec{E}_i$ と $\vec{E}_j$ も“似ている”となり、これらの評価は全て似ているとしてクラスタリングされる。また、 $\vec{E}_i$ と $\vec{E}_j$ の距離に注目してクラスタリングを行うと、 $\vec{E}_i$ 、 $\vec{E}_j$ のみが似ているとするパターン、3つの評価ベクトルは似ていないとするパターンのいずれかである。従って、図2-ii)においても、JK(IK)間の距離あるいはIJ間の距離を基準として、クラスタリングが可能である。

一方、図2-iii)においては、評価ベクトル $\vec{E}_i$ と評価ベクトル $\vec{E}_j$ を“似ている”と判断すれば、距離の等しい $\vec{E}_j$ と $\vec{E}_k$ も“似ている”と判断することになる。しかしながら、 $IJ < IK$ という関係から、 $\vec{E}_i$ と $\vec{E}_k$ は“似ていない”と判断することになり、クラスタリングに際して論理矛盾が生じる。すなわち、図2-iii)では、ベクトル頂点間の距離を判断基準として、クラスタリングすることができない。

同様に、図2-iv)も上記の論理矛盾が発生するケースである。

3.2 評価ベクトルの類似

前節では距離との関係でクラスタリングを考察したが、本節では2.1節に基づき、余弦の値を基準に“類似”の性質を議論する。図1の三角形OIJについて余弦定理を用いると

$$\cos\theta_{ij} = -\frac{1}{2}|\mathbf{IJ}|^2 + 1 \quad (9)$$

となる。 $0 \leq |\mathbf{IJ}| \leq \sqrt{2}$ 、 $0 \leq \cos\theta_{ij} \leq 1$ において距離IJが増加すると $\cos\theta_{ij}$ は単調減少となる。すなわち、“距離が0に近づく程、似ている”という関係は、“余弦値が1に近づく程、類似”という関係に対応することになる。図2の距離の関係に対応させた評価ベクトルの余弦 $\cos\theta$ の値によるクラスタリングパターンを図3に示す。図2-i)～iv)はそれぞれ図3-i)～iv)に対応している。

図2で議論したように図3-i)と3-ii)では余弦の値により、評価ベクトルを常にクラスタリングすることが可能である。図3-iii)と3-iv)では余弦の値をしきい値にすると論理矛盾が生じるため、クラスタリング可、不可に関する分析結果は図2と同じである。

以上の議論を踏まえ、評価ベクトルのクラスタリングに対して、次のように定義する。ただし、対象とする評価ベクトルが単位ベクトルであった場合、式(1)より余弦の値はその内積値として与えられる。

図3 内積値による評価ベクトルの分類

【定義1】単位ベクトルとして正規化された評価ベクトル $\vec{E}_i, \vec{E}_j, \vec{E}_k$ に対して、

$$\vec{E}_i \cdot \vec{E}_j \geq \vec{E}_j \cdot \vec{E}_k = \vec{E}_i \cdot \vec{E}_k \quad (10)$$

という関係を満たすなら、常に論理矛盾なくクラスタリング可能であるという。

3.3 分類行列の作成

本節では、まず、評価ベクトルに基づいたファジィ関係行列として、分類行列を以下のように定義する。

【定義2】単位ベクトルとして正規化された n 個の評価ベクトルについて、その内積に基づき構成されたファジィ関係行列

$$R = [r_{ij}], \quad r_{ij} = \vec{E}_i \cdot \vec{E}_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

を分類行列と呼ぶ。

定義2から、分類行列が反射的、かつ対称的であることは明らかである。また、定義1および定義2から、次の定理が導かれる。

【定理1】任意の3つの評価ベクトルに対して、分類行列 R が式(10)を満たす時、分類行列は類似関係行列となる。

(証明) 分類行列 R は反射的かつ対称的であるので、ここでは推移性の条件式

$$r_{ij} \geq \bigvee_{\alpha} (r_{i\alpha} \wedge r_{\alpha j}) \quad (12)$$

を満たすことを示す。 R の任意の (i, j) 要素について考えると、式(10)より、 r_{ij} は以下のいずれかの関係を満たさなければならない。

$$r_{ij} \geq r_{jx} = r_{ix} \quad (13)$$

$$r_{iy} \geq r_{yj} = r_{ij} \quad (14)$$

ただし、 x と y は任意の列番号および行番号とする。 R が対称的であることを考慮し、上式を整理すると

$$r_{ij} \geq r_{ix} = r_{xj} \quad (15)$$

$$r_{ij} = (r_{iy} \wedge r_{yj}) \quad (16)$$

となる。式(15)の関係において $r_{ix} \wedge r_{xj}$ は r_{ij} 以下の値となる。また、式(16)の関係において $r_{ix} \wedge r_{xj}$ は r_{ij} の値と等しくなる。すなわち、両関係において式(12)の関係が満たされる。従って、分類行列 R が式(10)を満たす時、 R は類似関係行列となる。

図4 レベル関係による分類

3.4 分類行列の性質

3.4.1 類似関係にある分類行列

本節では、提案した分類行列によって各構成員の評価がいかに関係されるかを具体的に図3に対応させて述べる。図3-ii)のように分類行列の要素間の関係が $1 > r_{ij} > r_{jk} = r_{ik} > 0$ である時、 R の各要素でのレベル関係は次のようになる。

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_{r_{ij}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R_{r_{ik}} = R_{r_{jk}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

各レベル関係 $R_1, R_{r_{ij}}, R_{r_{ik}}, R_{r_{jk}}$ はすべて X 上の同値関係となっている。 $R_1, R_{r_{ij}}, R_{r_{ik}}, R_{r_{jk}}$ の関係をそれぞれ図示すると、図4-i), ii), iii)になる。

図4-i)は、類似の基準をベクトル頂点が一致したものだけを類似とみなしている。図4-ii)では類似の基準は r_{ij} である。この時、 $\vec{E}_i, \vec{E}_j$ は類似しているものとしてクラスタリングできる。図4-iii)では類似の基準が、 $r_{ik} (r_{jk})$ である。この時、全て類似しているものとしてクラスタリングできる。

図3-i)の場合も分類行列の各要素でレベルカットすると常に同値関係となり、クラスタリング可能となっている。すなわち、評価ベクトルが類似関係にあるとき、どの値でレベルカットしても常にクラスタリング可能である。

3.4.2 類似関係にない分類行列

類似関係にない分類行列について、図3-iii)を例にレベル関係を調べると以下ようになる。

図5 クラスタリングにおける論理矛盾

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad R_{r_{ij}} = R_{r_{jk}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$R_{r_{ik}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

レベル関係 R_1 , $R_{r_{jk}}$ は X 上の同値関係となっているが, $R_{r_{ij}}$ ($R_{r_{jk}}$)については推移性を満たしていない為, 同値関係になっていない. この場合 $R_{r_{ij}}$ ($R_{r_{jk}}$)に対する $\vec{E}_i$, $\vec{E}_j$, $\vec{E}_k$ の関係を図示すると図5になる.

図から明らかなように $\vec{E}_i$, $\vec{E}_j$ は類似, $\vec{E}_j$, $\vec{E}_k$ も類似, しかし $\vec{E}_i$, $\vec{E}_k$ は類似でない. すなわち $R_{r_{ij}}$ ($R_{r_{jk}}$)でレベルカットするとこの3つの評価ベクトルをクラスタリングすることは不可能である. 図3-iv)においてもレベルカットの値により同値関係にならない, すなわち, クラスタリング出来ない場合があることがわかる.

4. 分類行列によるクラスタリング

分類行列が類似関係にある場合, 意思決定者の評価はそのまま論理的に統合することが可能である. 類似関係に無い場合には, 類似性が成立している部分に着目しクラスタリングする方法と, 意思決定者に意見修正を求め, 評価値を修正のうえクラスタリングを行う方法が考えられる. いずれを用いるかは意思決定者の判断による.

4.1 類似関係とクラスタリング

分類行列が類似関係を満たす場合, 論理的に評価のクラスタリングを行うことが可能となる. しかしながら, 類似関係が成立する場合においても, 我々の感覚に沿わないクラスタリングパターンが存在する. 類似関係が満たされるということは数学的に矛盾がないことを示すだけであり, 例えば以下に示す分類行列が得られた際に, 0.1というしきい値をもって各評価を同一のグループとしてクラスタリングすることは通常の

我々の感覚からは無理がある.

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.1 \\ 0.9 & 1 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

本論文では分類行列に数学的矛盾が含まれないことを優先にするべきだと考えるが, 現実的感覚に沿うしきい値をどのように設けるかは課題として残される. これは意思決定が行われる状況や意思決定者の主観に大きく左右され则认为られる.

分類行列が類似関係にない場合, 例えば

$$R_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0.9 & 0.98 \\ 0.9 & 1 & 0.95 \\ 0.98 & 0.95 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

のような場合は, たとえ数学的には類似関係になくても, 類似度の高さから実際には一つにまとめる場合もあろう. しかしながら, ここでは論理矛盾がないことがクラスタリングの前提であるという立場をとる.

4.2 意見調整とクラスタリング

反射性と対称性を満たしている X 上の任意のファジィ関係 R に対して, X の要素数が n の場合, 式(4)の合成演算を繰り返したとき, その推移的閉包 $\hat{R} = R \cup R^2 \cup \dots \cup R^n$ は, 以下の性質を満たすことが知られている[12, 13].

1. $\hat{R}$ は反射性, 対称性, 推移性を満たす.
2. $R \leq R^2 \leq \dots \leq R^n$ が成り立つ.
3. $\hat{R}$ は必ず収束する.

これより, 本研究で提案する分類行列を累乗していった場合, その収束行列を R^* とおくと $\hat{R} = R^n$ より, $R^* = R^n$ となり, かつその行列は類似関係を満たしている.

分類行列の収束行列を求めることは, 非推移の要因となる要素を推移性を満たすように修正することになる. 関係行列に合成演算を繰り返すと, 行列要素の中で最も小さな値が他の要素との間で推移関係が満たされるように値を最小限にシフトする操作となっている.

さまざまな意思決定の場において, 合意形成を図るためやむをえず意思決定者の意見を調整せざるを得ないという状況が存在する. その際, 多様な意見のある中で, 評価が似ているもの同士で, 意見の相違の摺り寄せや微調整が行なわれ, ひとつの意見へと修正が行

なわれていく。実問題の評価のクラスタリングに分類行列を適用することを考えると、その収束行列を求めることは、意見が最も離れた意思決定者が、自分に最も近い論理矛盾のない意思決定者の意見に歩み寄り、合意に到達するまで意見調整することに対応させることができる。

従って本論では、分類行列が推移的でない場合、上記のファジィ関係行列の合成演算の性質を用い、その収束行列をグループの合意行列と考え調整目標値として採用する。

4.3 クラスタリングアルゴリズム

分類行列による集団意思決定のためのクラスタリングアルゴリズムを図6に示す。

各ステップにおける手続きは以下のとおりである。

Step1: 各意思決定者からの意見を基に、大きさが1である n 個の評価ベクトル

$$\bar{E}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

を作成する。評価ベクトルの算出方法についてはAHP等を用いて行う。

Step2: 式(11)に基づき分類行列を作成する。

Step3: 式(8)に基づき分類行列が類似か否かの判断を行う。分類行列が類似関係にあればStep4、類似関係になればStep5へ進む。

Step4: 分類行列が類似関係にあることから、論理矛盾のない1つのグループとしてクラスタリング処理を行う(論理クラスタリング)。

Step5: 分類行列が類似関係にないときの処理に関して判断を行う。意思決定者の意見をそのまま採用してクラスタリングを行う場合にはStep6へ、意思決定者の意見の変更を求めて合意形成を図る場合にはStep7へ進む。

Step6: 類似性が成立している部分にのみ着目する。その際、複数のサブグループの組み合わせの中で、まず“構成人数の多さ”を優先する。複数個の同じ構成人数のクラスタリングが出来た時には、“結合度”を優先する。ここでは、結合度 δ を、

$$\delta = \left(\prod_{i,j=1}^n r_{ij} \right)^{\beta}, \quad \beta = \frac{1}{n C_2}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i < j \quad (19)$$

で与える。

なお、グループ内の結合度に関してはZahirがcoherence ρ として

$$\rho = \beta \cdot \left(\sum_{i,j=1}^n r_{ij} \right), \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i < j \quad (20)$$

を採用している[10]。式(19)、式(20)もほぼ同様な計算結果になるが、式(19)は積型のため、クラスター内に0に近い構成要素 r_{ij} があった場合に適切に結合度が表現されるという優位性がある。

Step7: 分類行列の収束行列 R^* を算出し、その収束行列の値を基に意思決定者へ評価の再検討を促した上で論理クラスタリングを行う。

Step8: 状況に応じて、現実にはそぐわないクラスタリングを排除するため、レベルカットを行う。

Step9: 最後に評価統合処理を行う。評価の統合処理は幾何平均で行う。

5. 数値例

本論文で提案するクラスタリング手法の適用例として企業誘致の選択問題を考える。S市は多大な財政赤字を抱え、その赤字解消のため首都圏からの企業誘致を考えている。候補企業として、IT産業である企業P、流通業の企業Q、レジャー産業の企業Rの3企業をノミネートしている。いずれの企業を誘致するかについての協議に参加できるのは、市民から選ばれたA、B、C、D、E、Fの6人の委員である。その時、それぞれの企業の地元と与える経済効果、環境への影響、企業の将来性という3つの観点から、協議会は誘致企

図6 分類行列を用いたクラスタリングアルゴリズム

業の選定にあたる。この問題に提案手法を適用すると以下ようになる。

6人の委員はそれぞれ経済効果、環境への影響、企業の将来性という評価基準を基に企業P、Q、Rの対比較評価を行う。その後、作成された対比較回答を基に個別の評価ベクトルを算出する。その結果、表1の評価ベクトルが得られたとする。

6人の評価ベクトルを基に、作成した分類行列 R を式(21)に示す。ただし、 R の中で推移性が成立していない要素に下線を施した。

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & B & C & D & E & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1.000 & 0.9744 & 1.000 & \underline{0.8575} & 0.9744 & \underline{0.8575} \\ 0.9744 & 1.000 & 0.9744 & 0.9314 & 1.000 & 0.9314 \\ 1.000 & 0.9744 & 1.000 & \underline{0.8575} & 0.9744 & \underline{0.8575} \\ 0.8575 & 0.9314 & 0.8575 & 1.000 & 0.9314 & 1.000 \\ 0.9744 & 1.000 & 0.9744 & 0.9314 & 1.000 & 0.9314 \\ 0.8575 & 0.9314 & 0.8575 & 1.000 & 0.9314 & 1.000 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (21)$$

ここで、意思決定者の意見をそのまま尊重してクラスタリングを行うか、やむを得ず意思決定者の意見を変更するかを選択する。

意思決定者の意見の修正を行わないと選択した場合、推移性の成立しているサブグループを整理すると式(22)になる。

$$R = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & C & B & E & D & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ C \\ B \\ E \\ D \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 0.9744 & 0.9744 & \underline{0.8575} & \underline{0.8575} \\ 1.000 & 1.000 & 0.9744 & 0.9744 & \underline{0.8575} & \underline{0.8575} \\ 0.9744 & 0.9744 & 1.000 & 1.000 & 0.9314 & 0.9314 \\ 0.9744 & 0.9744 & 1.000 & 1.000 & 0.9314 & 0.9314 \\ 0.8575 & 0.8575 & 0.9314 & 0.9314 & 1.000 & 1.000 \\ 0.8575 & 0.8575 & 0.9314 & 0.9314 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (22)$$

すなわち、サブグループはACBEとDF、BEDFとACの二通りの組み合わせが存在する。ここで、式(19)により構成人数の多いACBEとBEDFの結合度を算出すると、それぞれの結合度は

$$\delta^{ACBE} = 0.9829$$

$$\delta^{BEDF} = 0.9537$$

表1 評価ベクトル

	V_P	V_Q	V_R
A	(0.6629,	0.7103,	0.2368)
B	(0.8018,	0.5345,	0.2673)
C	(0.6629,	0.7103,	0.2368)
D	(0.7831,	0.2937,	0.5482)
E	(0.8018,	0.5345,	0.2673)
F	(0.7831,	0.2937,	0.5482)

となる。従って、ここでは結合度からそのクラスタリングパターンはACBEとDFとなる。

一方、意見の変更を求める場合は、収束行列 R^* を算出すると式(23)になる。

$$R^* = \begin{matrix} & \begin{matrix} A & C & B & E & D & F \end{matrix} \\ \begin{matrix} A \\ C \\ B \\ E \\ D \\ F \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1.000 & 1.000 & 0.9744 & 0.9744 & \underline{0.9314} & \underline{0.9314} \\ 1.000 & 1.000 & 0.9744 & 0.9744 & \underline{0.9314} & \underline{0.9314} \\ 0.9744 & 0.9744 & 1.000 & 1.000 & 0.9314 & 0.9314 \\ 0.9744 & 0.9744 & 1.000 & 1.000 & 0.9314 & 0.9314 \\ 0.9314 & 0.9314 & 0.9314 & 0.9314 & 1.000 & 1.000 \\ 0.9314 & 0.9314 & 0.9314 & 0.9314 & 1.000 & 1.000 \end{pmatrix} \end{pmatrix} \quad (23)$$

下線部分は意思決定者の合意目標値を示す。意思決定者AD間、AF間、CD間、CF間で意見調整を行うことによって6人の合意形成された結果を得ることができる。

本例題では、合意目標値に基づいてD、Fの評価値を再計算すると、表2が得られる。すなわちD、Fの意見を表2のように調整すると、式(23)のような全体の合意が得られることになる。

最後に幾何平均を用いて最終評価ベクトルを求める。類似関係成立部分のみクラスタリングした場合と、全体の意見調整をした場合の結果を整理して示すと表3になる。

意思決定者の意見をそのまま採用してクラスタリングを行う場合は、赤字解消のための誘致企業の選考順序は、サブグループACBEで企業P>企業Q>企業R、サブグループDFで企業P>企業R>企業Qとなる。よってこの場合、いずれのグループもIT産業Pを選考することになるが、2社以上企業を誘致する場合には、両サブグループで意見が異なるため、合意が得られなかったことになる。

一方、収束行列の値に基づき全体の合意形成を図った場合の選考順序は、企業P>企業Q>企業Rとなる。

表2 意見調整後の評価ベクトル

	V_P	V_Q	V_R
D	(0.5928,	0.5676,	0.5714)
F	(0.5928,	0.5676,	0.5714)

表3 最終評価

クラスタリング	連結度	クラスタリング内の統合評価
類似成立部分のみ	ACBE	0.9829
クラスタリング	DF	1
全体の合意	ABCDEF	0.9562

6. おわりに

実社会での中規模、あるいは大規模な公共政策等の意思決定の場面では、その集団は結束力もなく多様な意見を持つ意思決定者の集まりである。類似した考えを持つ意思決定者がサブグループを形成していくのは自然な流れであり、そのグループ化の分析を行うことが必要となってくる。

本研究では、集団意思決定問題において各意思決定者から得た評価ベクトルを基に分類行列を作成し、行列の性質から評価が似ているもの同士をクラスタリングし、全体の評価を算出する手法を提案した。

分類行列の作成により全構成員の評価の関係を一括して整理でき、効率的にその構成員の意見の類似性を判断することができる。さらに推移性を考慮することにより、数学的に論理矛盾の無い分類行列のクラスタリングを行うことができる。

これによって現実社会の多様な意見のある中で、合意評価を決定する前に、評価が似ている者同士で互いの判断を確認し合う、あるいは評価が異なる者同士で判断が異なる内容について議論を交わす、など意見の相違を再整理する過程を分析し支援することが可能となる。

参 考 文 献

- [1] T.L.Saaty : Group Decision Making and the AHP : The Analytic Hierarchy Process, Springer-Verlag, 1989.
- [2] F.H.Forman and K.Peniwati : "Aggregating individual judgments and priorities with the analytic hierarchy process", Proceedings of the Fourth International Symposium on the Analytic Hierarchy Process. Vancouver, Canada. July12-15, pp.383-391, 1996.
- [3] T.L.Saaty and K.P.Kearns : Analytical Planning : The Organization of Systems, Pergamon Press, Oxford, 1985.
- [4] K.Willet and R.Sharda : "Using the Analytic Hierarchy Process in water resources planning: Selection of flood

control projects", Socio Economic Planning Science, Volume 25, Issue 2, pp.103-112, 1991.

- [5] C.O.Benjamin, I.C.Ehie, and Y.Omurtag : "Planning Facilities at the University of Missori-Rolla", Interfaces, Volume 22, Issue 4, pp.95-105, 1992.
- [6] K.Ota, N.Taira, and H.Miyagi : "Group Decision Making Model in Fuzzy AHP Based on the Variable Axis Method", IEEJ Trans. EIS, Vol.128, Issue2, 2008.
- [7] Sajjad Zahir : "Clusters in a group : Decision making in the vector space formulation of the analytic hierarchy process", European Journal of Operational Research, Volume 112, Issue 3, pp.620-634, 1999.
- [8] E.C.Arrington, W.Hillison, and R.E.Jenson : "An application of Analytical Hierarchy Process to model expert judgments on analytical review procedures", Journal of Accounting Research, Volume 22, Issue 1, pp.298-312, 1984.
- [9] R. Ramanathan and L. S. Ganesh : "Group preference aggregation methods employed in AHP : An evaluation and an intrinsic process for deriving members' weightages", European Journal of Operational Research, Volume 79, Issue 2, pp.249-265, 1994.
- [10] Sajjad Zahir : "Geometry of decision making and the vector space formulation of the analytic hierarchy process", European Journal of Operational Research, Volume 112, Issue 2, pp.373-396, 1999.
- [11] Gerard Salton and Michael J. McGill : Introduction to modern information retrieval, McGraw-Hill (1983).
- [12] 水本雅晴 : ファジィ理論とその応用, サイエンス社, 1988.
- [13] 宮本定明 : クラスタ分析入門 ファジィクラスタリングの理論と応用, 森北出版, 1999.

(2008年8月3日 受付)
(2008年11月19日 採録)

[問い合わせ先]

〒903-0213 沖縄県中頭郡西原町字千原1番地
琉球大学大学院理工学研究科
大田 かおり
TEL : 098-895-8717(直通)
FAX : 098-895-8717
E-mail : momo@sys.ie.u-ryukyu.ac.jp

著者紹介

おた かおり [非会員]

1996年5月米国メリーランド大学ユニバーシティ・カレッジ卒業。2002年5月米国オクラホマ大学大学院修士課程終了。現在琉球大学大学院理工学研究科博士後期課程に在学中。意思決定、ファジィ理論に関する研究に従事。日本オペレーションリサーチ学会学生会員。

たいら なおゆき
平良 直之 [正会員]

1996年3月琉球大学大学院工学研究科電気・情報工学専攻修士課程終了。2002年3月琉球大学大学院理工学研究科博士課程終了。現在、沖縄国際大学産業情報学部助教授。意思決定、ファジィ理論に関する研究に従事。日本知能情報ファジィ学会、情報処理学会、日本オペレーションリサーチ学会、システム制御情報学会などの各会員。

みやぎ はやお
宮城 隼夫 [正会員]

1977年3月大阪府立大学大学院工学研究科電気工学専攻博士課程終了。同年4月琉球大学工学部助手。1982年同大学工学部助教授。1987年同大学工学部教授となり現在に至る。ファジィ理論、意思決定、システムの安定性に関する研究に従事。日本知能情報ファジィ学会、電気学会、計測自動制御学会、情報処理学会などの各会員。

Clustering Procedure based on the Fuzzy Classification Matrix in Group Decision Making by

Kaori OTA, Naoyuki TAIRA and Hayao MIYAGI

Abstract :

This paper proposes the clustering procedure in group decision-making environments. We develop a fuzzy classification matrix according to the evaluation vectors gathered from each decision maker. Members of the group are clustered based on the nature of the classification matrix in which the presence of transitive law is verified. Without similarity relation, the power of the proposed matrix is introduced as a negotiation value among different ideas since it always holds the transitive nature.

Then the group evaluation is finally obtained. Fuzzy classification matrix enables us to organize the evaluations of all the members at a time and to assess the similarity of participants effectively. Further, consistent clustering is mathematically realized due to the introduction of transitive law. This approach allows decision makers to conduct a reasonable group decision-making in the context of different objectives while integrating or adjusting diverse views and ideas.

Keywords : group decision-making, clustering procedure, fuzzy classification matrix, transitive law

Contact Address : **Kaori OTA**

Graduate School of Science and Engineering University of the Ryukyus
1, Senbaru, Nishihara, Nakagami, Okinawa, 903-0213, JAPAN
TEL : 098-895-8717
FAX : 098-895-8717
E-mail : momo@sys.ie.u-ryukyu.ac.jp