原著論文

状況に依存したメンバーシップ関数の類推による推定とその実験的検証[†]

林 篤司*・鬼沢 武久*

本論文では、状況に依存したメンバーシップ関数の類推による推定法を提案する。提案手法では、異なる状況における同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数間の類似性（アナロジー）をメンバーシップ関数間の写像で表わす。アナロジーは異なる状況における同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数が同定されていれば、これをもとに近似写像を求めることができる。そして、既にカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数が同定されている状況が存在すれば、この状況におけるメンバーシップ関数とアナロジーとして近似された写像を用いて、異なる状況において同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定することができる。

本論文ではまた、提案手法の有効性について実験的に検証する。実験ではアナロジーを多項式で近似し、予備実験としてアナロジーを多項式で近似する場合に適切な次数を検証する。次に、類推によって状況に依存したメンバーシップ関数を推定する。そして、被験者がメンバーシップ関数を直接同定する場合と比べ、類推を用いることでメンバーシップ関数の同定に必要な情報を被験者に尋ねる回数を減らし、被験者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数を推定できることを示す。

キーワード：メンバーシップ関数同定法、状況依存性、類推

1. はじめに

「背が高い」「値段が安い」といった概念はあいまいさを持ち、また、評定者の主観や状況に応じて概念に対する認識が異なる。そのため、このような概念をファジィ集合として表現する場合、メンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる必要がある。メンバーシップ関数同定法としていろいろな手法が提案されているが[1][2][3]、評定者は、例えば「大学生について会話している」状況と「プロ野球選手について会話している」状況のような、複数の状況における「背が高い」という概念の認識を同時に示すことはできない。したがって、複数の状況におけるメンバーシップ関数を同定する場合、状況ごとにメンバーシップ関数を同定する必要がある。そして、同定の際に考慮する状況の数が増えると、それに伴ってメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数や時間が増え、評定者への負担が大きくなる。

ところで「やや背が高い」「とても背が高い」といった程度を表わす副詞表現を含む言語表現をファジィ集合で表わす場合、同定されるメンバーシップ関数は

評定者や状況によって必ずしも同じにはならない。しかし、評定者が同じであれば状況が変わっても、同定されるメンバーシップ関数には一貫性があると考えられる。そして、その一貫性を利用できればメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねることなく、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できると考えられる。

順序尺度として扱うことができる言語表現（以下カテゴリと呼ぶ）を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数について、異なる状況における同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数間の類似性（アナロジー）を写像で表わし、これを利用したメンバーシップ関数の推定、つまり類推によるメンバーシップ関数の推定を試みた研究がある[4]。この研究では、既に同定されているカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数をもとにアナロジーを近似し、それを用いて別のカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定している。このとき、後者のカテゴリについては評定者に尋ねることなくメンバーシップ関数を推定しているため、メンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数を減らすことができている。しかしこの研究では、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数が類推によって推定できているかについては議論していない。また、類推によってメンバーシップ関数を推定するときに、評定者にメンバーシップ関数の同定に必要な情

[†] Situation-dependent Membership Function Estimation Method Based on Analogical Reasoning and its Experimental Verification
Atsushi HAYASHI and Takehisa ONISAWA

* 筑波大学大学院システム情報工学研究科
University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering

報を尋ねる回数や推定されたメンバーシップ関数と評定者が同定したメンバーシップ関数との類似性は、アナロジーとなる写像の性質や写像の近似法によって異なると考えられる。これに対し文献[4]では、アナロジーをあらかじめ指数関数や2次関数などと仮定しており、アナロジーをどのような写像で近似すれば適切かという点については考慮していない。そこで本論文では、類推によってメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数を減らし、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できることを実験的に検証する。

2章では類推によるメンバーシップ関数推定に用いるモデルについて述べる。このモデルは、ファジィ系列範疇法[5][6]をもとにしている。3章で類推の有効性を検証するための2つの実験を行なう。1つ目の実験では、アナロジーを複数の次数の多項式で近似し、比較する。その結果から、アナロジーを多項式で近似する場合、4次多項式で近似するのが適切であることを示す。2つ目の実験では、この結果をもとに類推を用いてメンバーシップ関数を推定する。そして、推定時に想定している状況とは異なる状況で被験者が同定したメンバーシップ関数を、その状況におけるメンバーシップ関数として代用する場合と比べ、どちらがより被験者が同定したメンバーシップ関数と類似しているか比較する。その結果から、類推によってメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数を減らし、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できることを示す。4章でまとめを述べる。

2. 類推によるメンバーシップ関数推定のモデル化

本章では、メンバーシップ関数同定法の1つであるファジィ系列範疇法をもとに、類推による状況に依存したメンバーシップ関数の推定をモデル化する。

2.1 ファジィ系列範疇法

文献[5][6]では、騒音に対する心理的印象のモデルとして、以下に示すモデルを提案している。

まず、「 C_1 :非常に静か」から「 C_7 :非常に騒々しい」までの順序尺度として考えられる7つのカテゴリを設定し、これをファジィ集合で表わす。次に、ファジィ命題 T 「呈示騒音 l は静かさを基準にして騒々しい」のメンバーシップ関数を $\mu_T(l)$ 、言語的真理値 τ_1 :非常に真から τ_7 :非常に偽のメンバーシップ関数を $\tau_i(u)$ ($u \in [0, 1]$) として、呈示騒音 l に対するカテゴリ C_i のメンバーシップ関数 $\mu_{C_i}(l)$ を真値限定

図1 ファジィ系列範疇法の概念図

$$\mu_{C_i}(l) = \tau_i(\mu_T(l)), \quad (1)$$

によって求めている。このような実心理判断プロセスモデルを文献[6]ではファジィ系列範疇法と呼んでいる。図1に、ファジィ系列範疇法の概念図を示す。

ファジィ系列範疇法では、 $\mu_T(l)$ は状況によって変動するが、 $\tau_i(u)$ は状況が変わっても変動せず、評定者の主観によって定まると考えている。したがって、状況による $\mu_{C_i}(l)$ の違いはファジィ命題 T の違いによるものとしている。

2.2 アナロジーのモデル化

文献[6]では、ファジィ系列範疇法を用いるときに、以下のように設定しても心理的印象をおおむね把握できるとしている。

設定 1) τ_i ($i=1, 2, \dots, 7$) は均等に配置された三角型のメンバーシップ関数である。

設定 2) ファジィ命題 T について、その意味は

$$\mu_T(l) = \begin{cases} 0 & \text{if } l \leq l_0, \\ (l - l_0)/(l_1 - l_0) & \text{if } l_0 < l < l_1, \\ 1 & \text{if } l_1 \leq l, \end{cases} \quad (2)$$

で表わされる。

このように設定すると、先に述べたように $\tau_i(u)$ は状況が変わっても変動しないとしているため、カテゴリ C_i を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数は均等に配置された三角型のメンバーシップ関数に限定されてしまう。そのため状況や評定者によっては、メンバーシップ関数をうまく表現できないことがある。そこで、本論文では次のように設定を拡張する。

設定 1') τ_i ($i=1, 2, \dots, n$) は、

$$j < k \Leftrightarrow \tau_j < \tau_k \text{ for all } j, k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (3)$$

を満たすファジィ数である。ただし、 $\tau_j < \tau_k$ は

$$\begin{aligned} \tau_j < \tau_k \\ \Leftrightarrow (\inf(\tau_j^{(\alpha)}) < \inf(\tau_k^{(\alpha)})) \\ \text{かつ } (\sup(\tau_j^{(\alpha)}) < \sup(\tau_k^{(\alpha)})) \quad \text{for all } \alpha \in (0,1], \end{aligned} \quad (4)$$

で表わすファジィ集合間の大小関係であり[7], $\inf(\tau_j^{(\alpha)})$, $\inf(\tau_k^{(\alpha)})$, $\sup(\tau_j^{(\alpha)})$, $\sup(\tau_k^{(\alpha)})$ はそれぞれ, τ_j の α -カット集合の下限, τ_k の α -カット集合の下限, τ_j の α -カット集合の上限, τ_k の α -カット集合の上限を表わす。

設定 2') ファジィ命題 T について, その意味は

$$\mu_T(l) = \begin{cases} 0 & \text{if } l < l_0, \\ g(l) & \text{if } l_0 \leq l \leq l_1, \\ 1 & \text{if } l_1 < l, \end{cases} \quad (5)$$

で表わされる。ただし, $g(l)$ は, $g(l_0) = 0$, $g(l_1) = 1$ である狭義単調増加関数である。

このように設定を拡張することで, より多様なメンバーシップ関数を表現できる。また, 異なる状況のファジィ命題について, 次のことが言える。まず, ファジィ命題「身長 l は状況 s_1 において背が高い。」を $T(s_1)$, ファジィ命題「身長 l' は状況 s_2 において背が高い。」を $T(s_2)$ とし, $T(s_1)$, および $T(s_2)$ のメンバーシップ関数をそれぞれ

$$\mu_{T(s_1)}(l) = \begin{cases} 0 & \text{if } l < l_0^{s_1}, \\ g_1(l) & \text{if } l_0^{s_1} \leq l \leq l_1^{s_1}, \\ 1 & \text{if } l_1^{s_1} < l, \end{cases} \quad (6)$$

$$\mu_{T(s_2)}(l') = \begin{cases} 0 & \text{if } l' < l_0^{s_2}, \\ g_2(l') & \text{if } l_0^{s_2} \leq l' \leq l_1^{s_2}, \\ 1 & \text{if } l_1^{s_2} < l', \end{cases} \quad (7)$$

とする。ただし, $g_1(l)$ は $g_1(l_0^{s_1}) = 0$, $g_1(l_1^{s_1}) = 1$ である狭義単調増加関数, $g_2(l')$ は $g_2(l_0^{s_2}) = 0$, $g_2(l_1^{s_2}) = 1$ である狭義単調増加関数とする。ここで, 写像 $f: [l_0^{s_1}, l_1^{s_1}] \rightarrow [l_0^{s_2}, l_1^{s_2}]$ を $l \in [l_0^{s_1}, l_1^{s_1}]$ について

$$g_2(f(l)) = g_1(l), \quad (8)$$

を満たす単調増加関数とすると, l について

$$\mu_{T(s_2)}(f(l)) = \mu_{T(s_1)}(l), \quad (9)$$

図2 アナロジーの概念図

が成り立つ。本論文ではこのときの s_1 をベース, s_2 をターゲットと呼び, f を s_1 から s_2 へのアナロジー, または単にアナロジーと呼ぶ。図2にアナロジーの概念図を示す。

ベース s_1 におけるカテゴリ C_i ($i=1, 2, \dots, n$) を表わすファジィ集合を $C_i^{s_1}$, $C_i^{s_1}$ のメンバーシップ関数を $\mu_{C_i^{s_1}}$ とし, ターゲット s_2 におけるカテゴリ C_i を表わすファジィ集合を $C_i^{s_2}$, $C_i^{s_2}$ のメンバーシップ関数を $\mu_{C_i^{s_2}}$ とする。このとき, 式(1)と式(9)より, $l \in [l_0^{s_1}, l_1^{s_1}]$ について

$$\begin{aligned} \mu_{C_i^{s_2}}(f(l)) &= \tau_i(\mu_{T(s_2)}(f(l))) \\ &= \tau_i(\mu_{T(s_1)}(l)) \\ &= \mu_{C_i^{s_1}}(l), \end{aligned} \quad (10)$$

が成り立ち, $\mu_{C_i^{s_1}}$ と f から $\mu_{C_i^{s_2}}$ を導くことができる。

2.3 類推によるメンバーシップ関数の推定

前節で述べたモデルを用いると, ベースにおけるカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数とベースからターゲットへのアナロジーをもとに, ターゲットにおける同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を求めることができる。また, アナロジーが未知の場合でも, ベースとターゲットにおいて同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数が共に同定されていれば, これらをもとにアナロジーを近似することができる。そして, アナロジーの近似に用いたカテゴリとは異なるカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を, アナロジーを近似した写像とベースにおけるそのカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を用い

て推定することができる。

状況 s_1 をベース、状況 s_2 をターゲットとし、 s_1 におけるカテゴリ C_i ($i \in D, D \subseteq \{i=1, 2, \dots, n\}$) を表わすファジィ集合を $C_i^{s_1}$ 、 $C_i^{s_1}$ のメンバーシップ関数を $\mu_{C_i^{s_1}}$ 、 s_2 におけるカテゴリ C_i を表わすファジィ集合を $C_i^{s_2}$ 、 $C_i^{s_2}$ のメンバーシップ関数を $\mu_{C_i^{s_2}}$ とする。ベースからターゲットへのアナロジーを f とすると、拡張原理[8]と式(10)より

$$\inf(C_i^{s_2(\alpha)}) = f(\inf(C_i^{s_1(\alpha)})), \quad (11)$$

$$\sup(C_i^{s_2(\alpha)}) = f(\sup(C_i^{s_1(\alpha)})), \quad (12)$$

が成り立つ。ただし、 $C_i^{s_1(\alpha)}$ 、 $C_i^{s_2(\alpha)}$ をそれぞれ、 $C_i^{s_1}$ 、 $C_i^{s_2}$ の α -カット集合とし、 $\inf(C_i^{s_1(\alpha)})$ 、 $\inf(C_i^{s_2(\alpha)})$ をそれぞれ、 $C_i^{s_1(\alpha)}$ 、 $C_i^{s_2(\alpha)}$ の下限、 $\sup(C_i^{s_1(\alpha)})$ 、 $\sup(C_i^{s_2(\alpha)})$ をそれぞれ、 $C_i^{s_1(\alpha)}$ 、 $C_i^{s_2(\alpha)}$ の上限とする。このとき、 $\inf(C_i^{s_1(\alpha)})$ と $\sup(C_i^{s_1(\alpha)})$ ($\alpha \in (0, 1]$) を説明変数、 $\inf(C_i^{s_2(\alpha)})$ と $\sup(C_i^{s_2(\alpha)})$ を目的変数とすることでアナロジー f の近似写像 f' を求めることができる。そして、 s_1 におけるカテゴリ C_j ($j \in E, E \subseteq \{1, 2, \dots, 7\}, D \cap E = \emptyset$) を表わすファジィ集合 $C_j^{s_1}$ のメンバーシップ関数 $\mu_{C_j^{s_1}}$ が既に同定されていれば、 s_2 におけるカテゴリ C_j を表わすファジィ集合 $C_j^{s_2}$ のメンバーシップ関数 $\mu_{C_j^{s_2}}$ を、拡張原理をもとに f' による $C_j^{s_1}$ の像 $f'(C_j^{s_1})$ のメンバーシップ関数 $\mu_{f'(C_j^{s_1})}$ として推定することができる。

したがって、ベースにおけるすべてのカテゴリについてメンバーシップ関数が同定されており、かつターゲットにおける一部のカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数が同定されていれば、それらをもとにアナロジーが近似でき、さらにターゲットにおける残りのカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定できる。これ以降、このような手順でメンバーシップ関数を推定する手法を類推と呼ぶ。

なお、アナロジーは単調増加関数であるため、これと矛盾しないようにアナロジーの近似写像も単調増加関数でなければならない。単調増加関数を用いてアナロジーを近似すれば、近似写像を必ず単調増加関数とすることができ、実際、文献[4]ではアナロジーの近似に単調増加関数を用いている。しかし、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できる近似写像は状況や評定者、用いるカテゴリによって異なると考えられる。したがって、単調増加関数を用いてアナロジーを近似すると、必ずしも評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数が推定できるとは限らない。

これに対し、多項式のように数値解析でよく用いら

れている写像を用いると、アナロジーの近似写像は必ずしも単調増加関数にならない。しかし、数値解析の分野で多項式近似がよく用いられていることを考えると、アナロジーがどのような写像であっても比較的アナロジーに類似した写像を近似でき、その結果、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できると考えられる。そこで、実験ではアナロジーの近似写像として多項式を用い、これが単調増加関数となった場合にのみメンバーシップ関数を推定し、考察を行なう。

3. 実験

本章では、類推によるメンバーシップ関数推定の有効性を実験的に検証する。実験ではアナロジーを多項式で近似する。まず予備実験として、アナロジーを近似するのに適切な多項式の次数を検証する。次に、その結果をもとに類推を用いてメンバーシップ関数を推定し、他の手法と比較することで、類推の有効性を検証する。比較対象は、ターゲット以外の状況においてカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数として同定されたメンバーシップ関数を、ターゲットにおける同じカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数として代用したものとする。類推によって推定されたメンバーシップ関数、および代用されたメンバーシップ関数と被験者が同定したメンバーシップ関数との類似性を求め、これらと比較することで、被験者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数を類推によって推定できることを示す。また、全てのカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を被験者に同定させた場合と比べ、類推を用いてメンバーシップ関数を推定する方が、メンバーシップ関数の同定に必要な情報を被験者に尋ねる回数が少ないことを示す。なお、前章で示したモデルでは、異なる状況間でメンバーシップ関数の定義域、および利用するカテゴリの数や種類が同じであることを前提としている。そこで、本実験では「身長」「体重」「値段」の3つのグループを定め、同じグループ内ではメンバーシップ関数の定義域が等しく、同じカテゴリを用いて評価するものとする。

3.1 予備実験

3.1.1 手順

実験は以下の手順で行なう。なお、グループ「身長」の状況やカテゴリを用いて手順を説明しているが、グループ「体重」「値段」についても同様の手順で実験を行なう。

手順 1：状況に応じたメンバーシップ関数を同定する
メンバーシップ関数同定法的一种であるファジィグラフ評価尺度図法[2]を用いて、被験者に状況に応じたメンバーシップ関数を同定させる。被験者はグループ「身長」については30名、グループ「体重」については28名、グループ「値段」については27名である。実験で用いる状況とカテゴリを表 1 および表 2 に示す。

表 1 状況

(a) 身長

状況	表現
h_1	日本人の成人男性について会話している
h_2	大学生について会話している
h_3	プロバスケットボール選手について会話している
h_4	アメリカ人について会話している
h_5	小学生 1 年生について会話している

(b) 体重

状況	表現
w_1	日本人の成人男性について会話している
w_2	大学生について会話している
w_3	相撲取りについて会話している
w_4	アメリカ人について会話している
w_5	小学生 1 年生について会話している

(c) 値段

状況	表現
p_1	スーパーでおやつを買う
p_2	旅先でお土産を買う
p_3	本屋で雑誌を買う
p_4	家電販売店で DVD レコーダーを買う
p_5	夕食を外食で済ませる

表 2 カテゴリ

(a) 身長

カテゴリ	表現
C_1	非常に背が低い
C_2	とても背が低い
C_3	やや背が低い
C_4	平均的
C_5	やや背が高い
C_6	とても背が高い
C_7	非常に背が高い

(b) 体重

カテゴリ	表現
C_8	非常に軽い
C_9	とても軽い
C_{10}	やや軽い
C_{11}	平均的
C_{12}	やや重い
C_{13}	とても重い
C_{14}	非常に重い

(c) 値段

カテゴリ	表現
C_{15}	非常に安い
C_{16}	とても安い
C_{17}	やや安い
C_{18}	平均的
C_{19}	やや高い
C_{20}	とても高い
C_{21}	非常に高い

図 3 ファジィグラフ評価尺度図法のインターフェース

メンバーシップ関数の同定はPC上で行なう。実験で用いるインターフェースを図 3 に示す。

被験者には、状況として表 1 の状況を示す(図 3 (i))。次に、表 3 に示すカテゴリを選択させる(図 3 (ii))。そして、選択したカテゴリの 1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を数直線上に記入させる(図 3 (iii))。以上の操作を繰り返すことで状況 h_q ($q=1, 2, \dots, 5$) におけるカテゴリ C_i ($i=1, 2, \dots, 7$) を表わすファジィ集合 $C_i^{h_q}$ のメンバーシップ関数を同定させる。なお、本実験ではメンバーシップ関数の形状を台形とする。また、被験者には同定を行なう前に、

- 任意の身長について評価を行なう
- 表 2 にあるカテゴリのみを用いて評価する
- C_j ($j=1, 2, \dots, 6$) よりも C_{j+1} の方がより背が高い状態を表わしている

と説明している。

手順2：ベースとベースにおけるメンバーシップ関数を設定する

アナロジーとなる写像の性質はベースとなる状況によって大きく異なると考えられるため、本実験ではベース、およびベースにおけるカテゴリのメンバーシップ関数を次のように定める。まず、ファジィ集合 C_i^s ($i=1, 2, \dots, 7$) のメンバーシップ関数 $\mu_{C_i^s}$ を

$$\mu_{C_1^s}(x) = \begin{cases} 1 & , 0 \leq x < \frac{3}{28}, \\ 14\left(\frac{5}{28} - x\right) & , \frac{3}{28} \leq x \leq \frac{5}{28}, \\ 0 & , \frac{5}{28} < x, \end{cases} \quad (13)$$

$$\mu_{C_i^s}(x) = \begin{cases} 0 & , x < \frac{4i-5}{28}, x > \frac{4i+1}{28}, \\ 14\left(x - \frac{4i-5}{28}\right) & , \frac{4i-5}{28} \leq x < \frac{4i-3}{28}, \\ 1 & , \frac{4i-3}{28} \leq x \leq \frac{4i-1}{28}, \\ 14\left(\frac{4i+1}{28} - x\right) & , \frac{4i-1}{28} < x \leq \frac{4i+1}{28}, \end{cases} \quad (14)$$

($i=2, \dots, 6$)

$$\mu_{C_7^s}(x) = \begin{cases} 0 & , x < \frac{23}{28}, \\ 14\left(x - \frac{23}{28}\right) & , \frac{23}{28} \leq x < \frac{25}{28}, \\ 1 & , x > \frac{25}{28}, \end{cases} \quad (15)$$

とする。そして、「カテゴリ C_i がファジィ集合 C_i^s で表わされる」状況を s とし、 s をベースとする。なお、 C_i^s は、濃度が等しく、隣りあうファジィ集合間の距離[9]が等しい台形ファジィ集合として定義している。ファジィ集合 A と B の距離 $\delta(A, B)$ は

$$\delta(A, B) = \frac{1}{2} \int_0^1 (|a_1^{(\alpha)} - b_1^{(\alpha)}| + |a_2^{(\alpha)} - b_2^{(\alpha)}|) d\alpha, \quad (16)$$

で定義する。ただし、 $[a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}]$ を A の α -カット集合、 $[b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$ を B の α -カット集合とする。距離は0以上の値をとり、距離が小さいほど2つのファジィ集合は類似していると言える。

手順3：アナロジーを近似する

手順1の結果をもとに、 s から h_q ($q=1, 2, \dots, 5$) へのアナロジー f を v 次多項式 f_v ($v=1, 2, \dots, 10$) で近似する。 f_v の係数は最小二乗法によって求める。このとき、 C_i^s ($i=1, 2, \dots, 7$) の1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を説明変数とし、 $C_i^{h_q}$ の1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を目的変数とする。なお本論文では考察時

の条件を揃えるために、 $C_i^{h_q}$ の台集合の下限が0、 $C_7^{h_q}$ の台集合の上限が1になるように $C_i^{h_q}$ を正規化した後にアナロジーを近似する。

手順4：多項式の単調性を検証する

f_v が類推を行なう区間において単調増加関数であるか検証する。 f_v が単調増加関数でない場合は2.2節でアナロジーを単調増加関数としていることと反するため、考察の対象から外す。

手順5：メンバーシップ関数を推定する

$\mu_{C_i^s}$ ($q=1, 2, \dots, 7$) と f_v を用いてターゲット h_q ($q=1, 2, \dots, 5$) におけるカテゴリ C_i を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定する。なお、本実験では手順1でメンバーシップ関数の形状を台形としている。そこで、拡張原理を用いて f_v による C_i^s の像 $f_v(C_i^s)$ の1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を求め、これらが等しい台形ファジィ集合のメンバーシップ関数を、 h_q における C_i を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数として推定する。

手順6：ファジィ集合を比較する

ターゲット h_q におけるカテゴリ C_i について、手順5でメンバーシップ関数を推定したファジィ集合と手順1で被験者がメンバーシップ関数を同定したファジィ集合 $C_i^{h_q}$ を比較する。比較の指標にはファジィ集合間の距離を用いる。なお距離は考察時の条件を揃えるために、 $C_i^{h_q}$ を手順3と同様に正規化した後に求める。

3.1.2 結果と考察

表3に、前節の手順6で求めた距離の平均と標準偏差、およびデータ数を示す。データ数は、被験者数×カテゴリ数(7)×状況の数(5)から、前節の手順4で考察の対象から省いたものを除いたもので、カッコ内の数は除かれた数である。したがって、次数によってデータ数が異なる。

表3から、多項式の次数が高くなるほどデータ数が減少しており、例えばアナロジーの推定に用いる多項式を7次とした場合のデータ数はグループに関わらず、多項式を1次とした場合のデータ数の半分以上となっている。このことから、高次の多項式をアナロジーの近似に用いると求められた写像が単調増加関数にならず、メンバーシップ関数を推定できなくなることが多いと考えられる。また、 v 次の多項式を近似するためには、少なくとも $v+1$ 個の要素が必要となる

表3 距離の平均と標準偏差

(a) グループ「身長」

	1次	2次	3次	4次	5次
データ数	1050 (0)	1029 (21)	903 (147)	805 (245)	847 (203)
平均	0.0444	0.0367	0.0296	0.0279	0.0259
標準偏差	0.0321	0.0285	0.0287	0.0289	0.0296

	6次	7次	8次	9次	10次
データ数	812 (238)	511 (539)	329 (721)	252 (798)	77 (973)
平均	0.0251	0.0200	0.0180	0.0150	0.0201
標準偏差	0.0299	0.0270	0.0245	0.0146	0.0189

(b) グループ「体重」

	1次	2次	3次	4次	5次
データ数	980 (0)	798 (182)	826 (154)	756 (224)	714 (266)
平均	0.0575	0.0344	0.0277	0.0247	0.0226
標準偏差	0.0376	0.0261	0.0248	0.0239	0.0246

	6次	7次	8次	9次	10次
データ数	686 (294)	378 (602)	140 (840)	119 (861)	35 (945)
平均	0.0227	0.0227	0.0253	0.0210	0.0119
標準偏差	0.0255	0.0283	0.0307	0.0275	0.0113

(c) グループ「値段」

	1次	2次	3次	4次	5次
データ数	945 (0)	581 (364)	504 (441)	595 (350)	567 (378)
平均	0.0715	0.0434	0.0305	0.0269	0.0238
標準偏差	0.0435	0.0319	0.0301	0.0287	0.0281

	6次	7次	8次	9次	10次
データ数	490 (455)	294 (651)	77 (868)	84 (861)	14 (931)
平均	0.0254	0.0208	0.0313	0.0214	0.0092
標準偏差	0.0301	0.0271	0.0478	0.0327	0.0075

ため、多項式の次数が多いほど評定者にメンバーシップ関数の同定に必要な情報を尋ねる回数が多くなる。したがって、アナロジーの近似という点では、低次の多項式を用いる方が適切であるといえる。

一方、アナロジーの推定に用いる多項式の次数が高くなるほど距離の平均が小さくなっていることが分か

る。したがって、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定するという点では、高次の多項式を用いるのが適切であるといえる。そこで、次数ごとの距離の平均について、クラスカル・ウォリス検定を行なったところ、すべてのグループについて有意水準1%で有意差が確認できている。表4にScheffeの多重比較を行なった結果を示す。

表4から、グループ「体重」「値段」については、4次以上の多項式を用いたときの距離の平均と、それ以上の次数の多項式を用いたときの距離の平均との間には

表4 Scheffeの多重比較

(a) グループ「身長」

	1次	2次	3次	4次	5次	6次	7次	8次	9次	10次
1次		*	**	**	**	**	**	**	**	**
2次			**	**	**	**	**	**	**	**
3次				-	**	**	**	**	**	-
4次					-	-	**	**	**	-
5次						-	**	**	**	-
6次							-	*	**	-
7次								-	-	-
8次									-	-
9次										-
10次										

(b) グループ「体重」

	1次	2次	3次	4次	5次	6次	7次	8次	9次	10次
1次		**	**	**	**	**	**	**	**	**
2次			**	**	**	**	**	**	**	**
3次				-	**	**	**	-	**	**
4次					-	-	-	-	-	-
5次						-	-	-	-	-
6次							-	-	-	-
7次								-	-	-
8次									-	-
9次										-
10次										

(c) グループ「値段」

	1次	2次	3次	4次	5次	6次	7次	8次	9次	10次
1次		**	**	**	**	**	**	**	**	**
2次			**	**	**	**	**	**	**	**
3次				-	**	*	**	-	**	-
4次					-	-	-	-	-	-
5次						-	-	-	-	-
6次							-	-	-	-
7次								-	-	-
8次									-	-
9次										-
10次										

** : 有意水準1%で有意差を確認

* : 有意水準5%で有意差を確認

- : 有意水準5%で有意差を認められず

有意水準 5 % で有意水準が確認できない。一方、グループ「身長」については、アナロジーの推定に 1 次から 5 次までの多項式を用いたときの距離の平均は、少なくとも 7 次多項式を用いた場合の距離の平均との間に有意水準 1 % で有意差が確認できる。また、7 次多項式を用いたときの距離の平均と、それ以上の次数の多項式を用いたときの距離の平均との間には有意水準 5 % で有意差が確認できない。このことから、評定者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数を推定するという点では、7 次多項式をアナロジーの近似に用いるのが適切である。しかし、4 次多項式と、5、6 次多項式との間には有意水準 5 % で有意差が確認できず、また、多項式が単調増加関数である割合も 1 次式を用いた場合の 4 分の 3 以上である。以上から、次節ではグループ「身長」「体重」「値段」のメンバーシップ関数を類推するときにアナロジーを 4 次多項式で近似する。

3.2 検証実験

3.2.1 手順

実験は以下の手順で行なう。なお、下記の手順の説明でもグループ「身長」の状況やカテゴリを用いているが、グループ「体重」「値段」についても同様の手順で実験を行なう。

手順 1：状況に応じたメンバーシップ関数を同定する

ファジィグラフ評定尺度図法を用いて被験者に状況 h_q ($q=6, 7, 8$) におけるカテゴリ C_i ($i=1, 2, \dots, 7$) を表わすファジィ集合 $C_i^{h_q}$ のメンバーシップ関数を同定

表 5 状況

(a) 身長

状況	表現
h_6	ドイツ人について会話している
h_7	60 歳以上の男性について会話している
h_8	プロ野球選手について会話している

(b) 体重

状況	表現
w_6	フランス人について会話している
w_7	60 歳以上の男性について会話している
w_8	プロ野球選手について会話している

(c) 値段

状況	表現
p_6	母の日にプレゼントを渡す
p_7	家電販売店で MP3 プレイヤー(例:ipod)を買う
p_8	夕食を自炊するので食材を買いに行く

させる。なお、メンバーシップ関数の形状は台形とする。実験で用いる状況を表 5 に示す。また、カテゴリは予備実験と同じものを用いる。被験者は予備実験と同じである。

手順 2：ベースとベースにおけるメンバーシップ関数を設定する

予備実験と同様に、「カテゴリ C_i ($i=1, 2, \dots, 7$) がファジィ集合 C_i^s で表わされる」状況を状況 s とし、 s をベースとする。

手順 3：アナロジーを近似する

s から h_q ($q=6, 7, 8$) へのアナロジーを 4 次多項式 f' で近似する。多項式の係数は最小二乗法によって求める。このとき、 C_j^s ($j=1, 4, 7$) の 1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を説明変数とし、 $C_j^{h_q}$ の 1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を目的変数とする。なお予備実験のときと同様に、考察時の条件を揃えるために、 $C_1^{h_q}$ の台集合の下限が 0、 $C_7^{h_q}$ の台集合の上限が 1 になるようにターゲットにおけるカテゴリを表わすファジィ集合を正規化した後にアナロジーの近似を行なう。

手順 4：多項式の単調性を検証する

f' が類推を行なう区間において単調増加関数であるか検証する。 f' が単調増加関数でない場合は 2.2 節でアナロジーを単調増加関数としていることと反するため、考察の対象から外す。

手順 5：メンバーシップ関数を推定する

$\mu_{C_k^s}$ ($k=2, 3, 5, 6$) と f' を用いて、ターゲット h_q におけるカテゴリ C_k を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定する。なお、手順 1 でメンバーシップ関数の形状を台形としている。そこで、拡張原理を用いて f' による C_k^s の像 $f'(C_k^s)$ の 1-レベル集合の上限と下限、および台集合の上限と下限を求め、これらが等しい台形ファジィ集合のメンバーシップ関数を、ターゲットにおける C_k を表わすファジィ集合のメンバーシップ関数とする。

手順 6：ファジィ集合を比較する

ターゲット h_q におけるカテゴリ C_k について、手順 5 で推定したファジィ集合と手順 1 で被験者がメンバーシップ関数を同定したファジィ集合 $C_k^{h_q}$ を比較する。比較にはファジィ集合間の距離を用い、これを類推を用いて推定したメンバーシップ関数と被験者が同定したメンバーシップ関数との類似性を示す指標とす

る．以降これを距離(類推)と記す．

また予備実験で被験者がメンバーシップ関数を同定した、状況 $h_r (r=1, 2, \dots, 5)$ におけるカテゴリ C_k を表わすファジィ集合 $C_k^{h_r}$ と、 $C_k^{h_q}$ との距離を求める．これを、ターゲットにおいて被験者が同定したメンバーシップ関数をターゲット以外の状況において被験者が同定したカテゴリを表わすメンバーシップ関数で代用したときの類似性を示す指標とする．以降これを距離(代用)と記す．なお、考察時の条件を揃えるために、手順3と同様に $C_k^{h_r}$ と、 $C_k^{h_q}$ を正規化した後にこれらの距離を求める．

3.2.2 結果と考察

表6に距離(類推)の平均と標準偏差、および距離(代用)の平均と標準偏差を示す．また、表7に状況ごとに、距離(類推)を求めることができたデータ数とその割合、および距離(代用)を求めたデータ数を示す．なお、距離(類推)を求めることができたデータ数は被験者数から前節の手順4で考察の対象から除いたもので、カッコ内の数は除かれた数である．また、距離(代用)を求めたデータ数は被験者数 $\times$ 状況の数(5)である．

距離(類推)がどの程度小さければ、評定者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数を類推によって推定できているとみなすかは、評定者や状況に応じて異なる．しかしながら、予備実験で定義したファジィ集合 C_i^s については隣りあうカテゴリを表わすファジィ集合間の距離が等しいため、類推によって推定されたメンバーシップ関数を評価するための指標を設ける際の参考になる．ファジィ集合 A_i のメンバーシップ関数 $\mu_{A_i} (i \in \{2, \dots, 5\})$ を

$$\mu_{A_i}(x) = \mu_{C_i^s}(x - \lambda), \quad (17)$$

とすると、 $\lambda=0$ のとき、 A_i は C_i^s と一致し、 $\lambda=1/7$ のとき、 A_i は C_{i+1}^s と一致する．そして、 $\lambda=1/14$ のとき、 $\delta(A_i, C_i^s) = \delta(A_i, C_{i+1}^s)$ となる．したがって λ が $1/14$ より大きい場合、 A_i は C_i^s よりも C_{i+1}^s に類似しているといえる．そこで、本実験では「類推(距離)が $1/14$ 以下であるかどうか」を、被験者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数が類推によって推定されているかどうかを判断する指標の一つとする．距離(類推)の平均に対し母平均を $1/14 \approx 0.0714$ とした場合について、有意水準5%で片側検定による t 検定を行なう．その結果、グループや状況、カテゴリに関わらず、有意差が確認できる．よって、被験者が同定したメンバーシップ関数と同様なメンバーシップ関数が類推によって推定できていると言

表6 距離の平均と標準偏差

(a) グループ「身長」

			C_2	C_3	C_5	C_6
h_6	類推	平均	0.0367	0.0452	0.0492	0.0396
		標準偏差	0.0318	0.0514	0.0413	0.0345
	代用	平均	0.0673	0.0828	0.0894	0.0784
		標準偏差	0.0564	0.0663	0.0646	0.0591
h_7	類推	平均	0.0324	0.0328	0.0371	0.0361
		標準偏差	0.0229	0.0250	0.0182	0.0235
	代用	平均	0.0564	0.0855	0.1091	0.0858
		標準偏差	0.0420	0.0614	0.0838	0.0693
h_8	類推	平均	0.0340	0.0415	0.0410	0.0350
		標準偏差	0.0332	0.0354	0.0354	0.0250
	代用	平均	0.0538	0.0716	0.0810	0.0710
		標準偏差	0.0437	0.0562	0.0627	0.0479

(b) グループ「体重」

			C_9	C_{10}	C_{12}	C_{13}
w_6	類推	平均	0.0286	0.0378	0.0369	0.0403
		標準偏差	0.0230	0.0347	0.0278	0.0221
	代用	平均	0.0468	0.0710	0.1080	0.1044
		標準偏差	0.0454	0.0610	0.0846	0.0850
w_7	類推	平均	0.0295	0.0290	0.0427	0.0534
		標準偏差	0.0204	0.0271	0.0319	0.0431
	代用	平均	0.0479	0.0696	0.1083	0.1012
		標準偏差	0.0421	0.0584	0.0863	0.0848
w_8	類推	平均	0.0306	0.0315	0.0345	0.0396
		標準偏差	0.0397	0.0277	0.0239	0.0245
	代用	平均	0.0697	0.0859	0.1340	0.1308
		標準偏差	0.1133	0.0793	0.1087	0.1241

(c) グループ「値段」

			C_{16}	C_{17}	C_{19}	C_{20}
p_6	類推	平均	0.0265	0.0332	0.0465	0.0450
		標準偏差	0.0306	0.0380	0.0347	0.0523
	代用	平均	0.0470	0.0817	0.1638	0.1325
		標準偏差	0.0413	0.0697	0.1317	0.1158
p_7	類推	平均	0.0276	0.0341	0.0360	0.0338
		標準偏差	0.0308	0.0373	0.0297	0.0229
	代用	平均	0.0441	0.0799	0.1540	0.1256
		標準偏差	0.0301	0.0634	0.1066	0.0987
p_8	類推	平均	0.0295	0.0316	0.0335	0.0383
		標準偏差	0.0231	0.0289	0.0239	0.0228
	代用	平均	0.0582	0.0862	0.1522	0.1315
		標準偏差	0.0527	0.0619	0.1250	0.1242

える。一方、類推(代用)の平均についても同様に t 検定を行なった結果を表8に示す。表8から、ターゲット以外の状況において被験者が同定したメンバーシップ関数をターゲットにおけるメンバーシップ関数として代用しても、それを被験者が同定したメンバーシップ関数と同様だとみなすことはできないと言える。

次に、距離(類推)の平均と距離(代用)の平均に対

表7 データ数

	h_6	h_7	h_8	代用
身長	25 (5)	24 (6)	23 (7)	150

	w_6	w_7	w_8	代用
体重	21 (7)	20 (8)	22 (6)	140

	p_6	p_7	p_8	代用
値段	15 (12)	15 (12)	16 (11)	135

表8 母平均の検定

(a)グループ「身長」

	C_2	C_3	C_5	C_6
h_6	-	-	-	-
h_7	**	-	-	-
h_8	**	-	-	-

(b)グループ「体重」

	C_9	C_{10}	C_{12}	C_{13}
w_6	**	-	-	-
w_7	**	-	-	-
w_8	-	-	-	-

(c)グループ「値段」

	C_{16}	C_{17}	C_{19}	C_{20}
p_6	**	-	-	-
p_7	**	-	-	-
p_8	**	-	-	-

** :有意水準 1%で有意差を確認

- :有意水準 5%で有意差を認められず

して有意水準 5%で片側検定による t 検定を行なったところ、グループや状況、カテゴリに関係無く有意差が確認できる。このことから、距離(類推)の方が距離(代用)よりも小さいと言える。

本実験では、7カテゴリ中3カテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を用いて、残りの4カテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を推定している。したがって、ターゲットにおける全てのカテゴリを表わすメンバーシップ関数を被験者に同定させるよりも類推を用いてメンバーシップ関数を推定した方が、全てのカテゴリを表わすファジィ集合のメンバーシップ関数を求めるために必要な情報を被験者に尋ねる回数は少ない。

以上の結果から、類推を用いることでメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数を減らしつつ、ターゲット以外の状況におけるメンバーシップ関数を代用する場合と比べ、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できると言える。

4. まとめ

本論文では、類推によるメンバーシップ関数推定のモデルについて述べ、有効性について実験的に検証した。実験ではまず、予備実験としてアナロジーを複数の次数の多項式で近似し、それらを比較した。その結果、4次多項式がアナロジーを近似するのに適切であることを確認した。次に予備実験の結果をもとに、類推を用いて状況に依存したメンバーシップ関数を推定し、評定者が同定したメンバーシップ関数や、別の状況において既に求められているメンバーシップ関数を代用したものと比較した。その結果、類推によってメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数を減らしつつ、評定者が同定したときと同様なメンバーシップ関数を推定できることを確認した。

なお、実験ではアナロジーとして近似した写像が単調増加関数でない場合、考察の対象から外したが、実際に類推を用いるときにはメンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねる回数や評定者が同定したときのメンバーシップ関数との類似性だけでなく、単調増加関数であることも考慮してアナロジーの近似を行なう必要がある。また、メンバーシップ関数の同定に必要な情報を評定者に尋ねても構わない回数や、どの程度類似していれば評定者が同定したメンバーシップ関数と同様であると判断しても構わない程度は、類推を利用する対象によって異なってくる。今後の課題としては、それらの点も踏まえ、より具体的な対象に類推を利用し、有効性を検証することが挙げられる。

参 考 文 献

- [1] 吉川 歩, ファジィ評定とメンバーシップ関数同定法, 日本ファジィ学会誌, Vol.10, No.2, pp.201-209, 1998.
- [2] 山下 利之, ファジィ心理学への展開, 垣内出版, 1992.
- [3] 日本ファジィ学会編, 講座ファジィ14, 日刊工業新聞社, 1994.
- [4] A. Hayashi and T. Onisawa, "Situation-Dependent Fuzzy Rating Based on Analogical Reasoning", Proceedings of IEEE International Conference on Fuzzy Systems, Hungary, pp.165, 2004.
- [5] 加藤 裕一, 山口 静馬, 老松 建成, ファジィ論理に基づく騒音刺激入力に対する新たな心理応答モデルの提案と実験的検討, 日本音響学会誌, Vol.51, No.9, pp.663-671, 1995.
- [6] 加藤 裕一, 山口 静馬, 老松 建成, 騒音に対する心理的応答予測問題へのファジィ系列範ちゅう法の適用, 日本音響学会誌, Vol.53, No.5, pp.362-371, 1997.
- [7] V. Novák, Fuzzy Sets and Their Applications, Hilger, 1989.
- [8] 日本ファジィ学会編, ファジィとソフトコンピューティングハンドブック, 共立出版, 2000.
- [9] Arnold Kaufmann, Madan M. Gupta, 田中 英夫, 松岡 浩 (訳), ファジィ数理と応用, オーム社, 1992.
(2009年3月9日 受付)
(2009年8月24日 採録)
- [問い合わせ先]
〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1
筑波大学大学院システム情報工学研究科 鬼沢研究室
林 篤司
TEL: 029-853-6188
E-mail: atsushi@fhuman.esys.tsukuba.ac.jp

著 者 紹 介

はやし あつし
林 篤司 [学生会員]

1999年筑波大学第三学群工学システム学類卒業。2002年筑波大学大学院理工学研究科修了。同年筑波大学大学院システム情報工学研究科編入学。現在に至る。ファジィ理論における状況依存性に関する研究に従事。2004年度日本知能情報ファジィ学会奨励賞受賞。日本知能情報ファジィ学会学生会員。

おにさわ たけひさ
鬼沢 武久 [正会員]

1975年3月東京工業大学制御工学科卒業。1977年3月同大学大学院理工学研究科制御工学専攻修了。東京工業大学総合理工学研究科助手。熊本大学工学部講師。助教授。筑波大学構造工学系助教授。教授を経て、現在、筑波大学大学院システム情報工学研究科教授。工学博士(東京工業大学)。人間の主観、判断、認識、感性、フィードバックが重要な役割を担うシステムを人間中心システムとしたとき、人間中心システムの構築に関心がある。1987年日本人間工学会から橋本賞受賞。2004年から人工知能学会評議員。2005年から日本感性工学会評議員。SOFT関連では、関東支部長、理事、編集委員長、第9期会長などを務める。

Situation-dependent Membership Function Estimation Method Based on Analogical Reasoning and its Experimental Verification

by

Atsushi HAYASHI and Takehisa ONISAWA

Abstract :

Abstract: This paper proposes the situation-dependent membership function estimation method based on analogical reasoning. The proposed method defines the relation between membership functions representing same category in different situations as a function, which is called analogy. If membership functions expressing same categories in different situations are already identified, analogy can be identified by them, and other membership functions in the situation can be estimated by analogical reasoning.

This paper also confirms effectiveness of the proposed method experimentally. (1) The relations between membership functions in different situations are expressed by some degree polynomials in preliminary experiments and those polynomials are analyzed to obtain the appropriate degree of polynomials as analogy. (2) Situation-dependent membership functions estimated by analogical reasoning are compared with those identified by other method.

Keywords : membership function identification method, situation dependency, analogical reasoning

Contact Address : **Atsushi HAYASHI**

University of Tsukuba, Graduate School of Systems and Information Engineering

University of Tsukuba, 1-1-1, Tennodai, Tsukuba, 305-8573, JAPAN

TEL : 029-853-6188

E-mail : atsushi@fhuman.esys.tsukuba.ac.jp