解説

カオス理論の工学適用と事例紹介 第二回 産業応用編～予測～†

藤本 泰成 *

1. 緒言

本連載の第二回では、カオス理論の産業応用として予測への適用を示す。時系列データの予測では、数式モデルを作成し時間をパラメータとするARMA (Auto-regressive Moving Average) モデル[1]などを適用する事例が多い。従来手法で解決できるシステムは、主に線形システムである。一方、非線形システムは、数式化が難しく、高精度な短期予測が困難である。本稿では、著者がこれまで携わってきた産業適用の実例（実サイトで測定した時系列データにカオス理論を適用した予測事例、そして予測結果に基づいた制御の運用事例）を示す。

2. カオス理論を適用した予測手法

カオス工学における時系列解析では、Takensの埋込み理論[2]による位相空間への再構成が重要となる。時系列データ $y_i = \{i: 1, \dots, N\}$ としたとき、Takensの埋込み理論に基づいて、

$$\mathbf{X}_i = (y_i, y_{i-\tau}, y_{i-2\tau}, y_{i-3\tau}, \dots, y_{i-(k-1)\tau}) \quad (1)$$

より、1要素の時系列データ以外の要素を考慮することなく位相空間にシステムを再構成できる。ここで、 k は埋め込み次元、そして τ は時間遅れである。本稿では、埋め込み次元 k と時間遅れ τ を埋め込みパラメータと称す。

2.1 局所空間における相似性

カオスには決定論的性質があるため、軌道ベクトルが連続的な動的規則に従って埋め込み空間の部分多様体上を動くことになる。そのため、局所空間は写像関数 f_s で状態が遷移すると考えることができる（図1）。局所空間の相似性に着目すれば、短時間の遷移であれ

図1 局所空間におけるダイナミクス

ば局所空間の構造が保存されるため、近隣の軌道ベクトルを用いて写像関数 f_s を推定し予測することが可能となる。

2.2 予測手法 ～局所ファジィ再構成法～

カオスによる予測手法として、グラムシュミット正規直交系化法[3]、テセレーション法[4]、そして局所ファジィ再構成法[5]などが提案されている。局所ファジィ再構成法は、グラムシュミット正規直交系化法よりデータに依存する条件が少なく、また、テセレーション法より短い時間で計算を終了することが可能である。本稿では、3章の実例で適用する局所ファジィ再構成法を説明する。局所ファジィ再構成法の概念図を図2に示す。時系列データを再構成した最新の埋込みベクトル $\mathbf{X}_t$ 、そして $\mathbf{X}_t$ に近隣する局所部分空間を $\{\mathbf{X}_{mi}\}$ とする。ただし、 $mi \in N(\mathbf{X}_t)$ 、 $N(\mathbf{X}_t)$ は $\mathbf{X}_t$ に近接するデータベクトルのインデックスの集合とする。いま s ステップ後の局所部分空間の変化を考えたとき、局所ファジィ再構成法では、局所部分空間 $\{\mathbf{X}_{mi}\}$ から $\{\mathbf{X}_{mi+s}\}$ への遷移には決定論に基づいた法則があると考えられる（図1）ことから、ファジィ言語で

† Second Steps in Engineering Application of Chaos Theory and an Example Introduction: Prediction based on Chaos Engineering
Yasunari FUJIMOTO

* 首都大学東京 システムデザイン学部
Tokyo Metropolitan University

図2 局所ファジィ再構成手法

$$\text{IF } \mathbf{X}_T \text{ is } \{\mathbf{X}_{mi}\} \text{ THEN } \mathbf{X}_{T+s} \text{ is } \{\mathbf{X}_{mi+s}\} \quad (2)$$

と表現できる。ここで s は非常に短いとする。そして、 $\mathbf{X}_{mi}$ は $\mathbf{X}_T$ に近隣するベクトルであるために、 $\mathbf{X}_T$ から $\mathbf{X}_{T+s}$ のダイナミクスと $\mathbf{X}_{mi}$ から $\mathbf{X}_{mi+s}$ のダイナミクスとは近似的に等価であると仮定できる。すると、式(2)は、

$$\text{IF } \mathbf{X}_T \text{ is } \mathbf{X}_i \text{ THEN } \mathbf{X}_{T+s} \text{ is } \mathbf{X}_{i+s} \quad (3)$$

と表現できる。ところで、 $\mathbf{X}_T$ から $\mathbf{X}_{T+s}$ への軌道は、 $\mathbf{X}_T$ から $\mathbf{X}_i$ へのユークリッド距離により影響されると仮定すれば、 $\mathbf{X}_T$ に近い $\mathbf{X}_i$ の軌道ほどは $\mathbf{X}_T$ から $\mathbf{X}_{T+s}$ への軌道におよぼす影響が大きく、遠いほどその影響が小さい。以上から、局所ファジィ再構成法は、(埋め込みパラメータを除けば)近傍数のパラメータを決定すれば良い。以下に、局所ファジィ再構成法による予測の手順を示す。

Step 1) 式(1)に従い時系列データ y_t を k 次元状態空間へ埋め込み。最新のデータベクトルを $\mathbf{X}_z$ とする。

Step 2) $\mathbf{X}_z$ を含む局所部分空間を通過する個別の軌道から、 $\mathbf{X}_z$ に隣接するいくつかのデータベクトル $\mathbf{X}_{mi}$ を抽出する。

Step 3) 式(3)に従い、局所的な時間経過に対するファジィルールを作成する。

Step 4) 予測データベクトル $\mathbf{X}_{z+s}$ を導出する。 $\mathbf{X}_{z+s}$ は $\mathbf{X}_{z+s} = (y_{z+s}, y_{z+s-\tau}, y_{z+s-2\tau}, \dots, y_{z+s-(m-1)\tau})$ (4)

であるので、 y_{z+s} が予測値となる。

3. 予測の準備

3.1 時系列データの信憑性を確認

測定した時系列データに決定論的な規則が無ければ、解析作業そのものが無駄である。そこで、サロゲート法[6]による検定作業が提案されている。

3.2 評価基準の決定

“何を予測の精度とするのか”といった評価基準を検討する必要がある。評価基準は、“予測誤差を小さくする”以外に、次のような評価がある。

ケース1) 限定した時間帯における誤差評価

例：電力需要量では、昼間のピーク使用量の予測が重要であるため、昼間のある時間帯のみタイミングや値の差を小さくすることが必要。

ケース2) 傾向(増加、減少、変化なし)評価

例：株価予測の売買判定のように、“売り”または“買い”の判断が出来ることが重要である。ある程度の誤差の小さい予測が実現できたとしても、“売り”または“買い”の判断が誤っては意味が無い。

ケース3) 傾向評価と誤差評価

例：血糖値予測制御(5章)のように、値の大きさに応じて評価を切り替える方法。

3.3 埋め込み長さの検討

再構成するデータ長さを検討する必要がある。需要量が予測対象の場合、データが1年以上あれば、休祭日などの特徴を内包したアトラクタであるため高精度が期待できる。しかし、近傍空間の探索に計算時間を要する。一方、短時間でダイナミクスが変化するシステムの場合、予測精度に影響を与えるためデータ長さがより重要になる。上述3.2項を考慮して検討する必要がある。

3.4 埋め込みパラメータ

時系列データを再構成するために必要な埋め込みパラメータは、対象となる実システムから理想的に得ることは困難である。そのため、まず、上述した評価基準を検討し、次に様々なパラメータの組み合わせで予測実験(取得したデータの前半部を既知として後半部を予測する)を行い、最も良い評価を得られるパラメータの組み合わせを用いる。

4. 予測事例の紹介

本章では、上水道需要量、電力需要量、高速道路通行量、そして自動車エンジンの燃焼圧力の短期予測を示す。

4.1 上水道需要短期予測への適用[7]

水道設備管理では、安定した水道供給を確保するために、貯水タンクから分配する。貯水量は、上限と下限レベルとの間に保つよう制御する。効率よく制御するためには正確な予測値を知る必要がある。しかし、地域における天候や社会状況により供給状況が異なるため、数式モデルの構築が困難でかつ多様になる。

4.1.1 上水道需要時系列データ

ある地域で測定した上水道の需要量時系列データ y_t を図3に示す。時系列データは、1時間間隔で3ヶ月ほど測定したものである(データの個数は2208個)。測定された上水道需要量の時系列データのFFT解析結果を図3に示す。FFTのスペクトルから、多くの周期が存在したデータであり、広帯域の雑音成分が含まれていることがわかる。

4.1.2 上水道需要データのアトラクタ

カオス理論に基づいて、対象とする時系列データを再構成空間に埋め込む。埋め込み次元 k を7、時間遅れ τ を2として再構成したアトラクタを図4に示す。軌道の収束具合から、何らかの決定論的性質が存在することがわかる。

図3 上水道需要量の時系列データとFFT解析結果

図4 上水道需要量のアトラクタ

図5 上水道需要量の時系列データと予測値との比較

図6 上水道需要量の時系列データの予測精度

表1 予測精度

評価項目	値
相関係数	0.9843
RMSE(m³/h)	99.67
最大予測誤差(m³/h)	982.2

図7 予測先の長期化における予測精度の推移

4.1.3 短期予測実験と考察

予測の手順は次のように行う。まず、初期に y_1 から y_{1000} のデータを埋め込みとして用いて、1時間先の予測を行う。その次に、新たに測定されたものとして y_{1001} を追加し、さらに1時間先の予測を行う。この作業を1000回繰り返す。局所ファジィ再構成法による予測では、埋め込み次元 k を7、時間遅れ τ を2、近傍ベクトル数を3とした。予測の精度は、予測値と実測値との相関係数、RMSE(Root Mean Square Error)、そして最大予測誤差から評価する。予測結果を、図5、図6と表1に示す。参考までに、予測する時間を1時間先から10時間先までとしたときの予測精度を図7に示す。10時間先までの予測であれば、相関係数が0.96以上の予測精度を確保できている。

4.2 電力需要量短期予測への適用[7]

離島の電力のように独立した電力系統は、一般に、常用発電によって供給され、電力負荷のレベルに応じて発電機の台数運転を変更する。このような運用は、常に高効率を保証するものではないため、厳密に言うとは発電機は無計画に運転と停止を余儀なくされ、その結果、保守費の増大という問題となる。

4.2.1 電力需要データ

ある離島で測定した電力需要時系列データ y_t を図8に示す。時系列データは、1時間間隔で2ヶ月ほど測定したものである（データの個数は1466個）。そして電力需要データのFFT解析結果を図8に示す。FFTのスペクトルから、広帯域の雑音成分が含まれていることがわかる。

4.2.2 電力需要データのアトラクタ

カオス理論に基づいて、対象とする時系列データを再構成空間に埋め込む。埋め込み次元 k を3、時間遅れ τ を2として再構成したアトラクタを図9に示す。ドーナツのような厚みを持つ軌道の収束具合から、何らかの決定論的性質が存在することがわかる。

4.2.3 予測実験検証と考察

予測の手順は次のように行う。まず、初期に y_1 から y_{1000} のデータを埋め込みとして用いて、1時間先の予測を行う。その次に、新たに測定されたものとして y_{1001} を追加し、さらに1時間先の予測を行う。この作業を400回繰り返す。局所ファジィ再構成法による予測では、埋め込み次元 k を7、時間遅れ τ を2、近傍ベクトル数を3とした。予測の精度は、予測値と実測値との相関係数、RMSE、そして最大予測誤差から評価する。予測結果を、図10、図11と表2に示す。参考までに、予測する時間を1時間先から10時間先までの予測であれば、相関係数が0.92以上の予測精度を確保できている。

(a) 予測値と実測値との相関

(b) FFT解析結果

図8 電力需要量の時系列データとFFT解析結果

埋め込み次元 $k: 7$ 、時間遅れ $\tau: 2$ （3次元で図示）

図9 電力需要データのアトラクタ

予測結果の一部: y_{1001} から y_{1100}

図10 電力需要量の時系列データと予測値との比較

(a) 予測値と実測値との相関

(b) 予測誤差分布

図11 電力需要量の予測精度

表2 予測精度

評価項目	値
相関係数	0.9575
RMSE(kW/h)	63.96
最大予測誤差(kW/h)	302.1

(a) 相関係数

(b) RMSE

図12 予測先の長期化における予測精度の推移

4.3 トンネル通過車両短期予測への適用[7]

高速道路のトンネルは、自動車の排気ガスの充満や事故の想定から、トンネル内の換気設備の設置は必須である。換気を行う自動制御は、トンネルの長大化に伴い、遅れ制御では危険であることと節電の要求などにより、予測値を入力にした予見制御が導入されている。トンネルを通過する交通量を精度良く予測できることが重要である。

4.3.1 トンネル通過車両数データ

ある高速道路のトンネルを通過する大型車車両の交通量を測定した時系列データ y_t を図13に示す。時系列データは、1時間間隔で1ヶ月ほど測定したものであ

る(データの個数は697個)．測定された交通量の時系列データのFFT解析結果を図13に示す．FFT解析結果のスペクトルから，特徴周波数はいくつか見られるが，広帯域の雑音成分が含まれていることがわかる．

4.3.2 トンネル通過車両数データのアトラクタ

カオス理論に基づいて，対象とする時系列データを再構成空間に埋め込む．埋め込み次元 k を3，時間遅れ τ を3として再構成したアトラクタを図14に示す．軌道の収束具合から，何らかの決定論的性質が存在しているように見える．

4.3.3 予測実験検証と考察

予測の手順は次のように行う．まず，初期に y_1 から y_{400} のデータを埋め込みとして用いて，1時間先の予測を行う．その次に，新たに測定されたものとして y_{401} を追加し，さらに1時間先の予測を行う．この作業を250回繰り返す．局所ファジィ再構成法による予測では，埋め込み次元 k を7，時間遅れ τ を3，近傍ベクトル数を3とした．予測の精度は，予測値と実測値との相関係数，RMSE，そして最大予測誤差から評価する．予測結果を，図15，図16，そして表3に示す．参考までに，予測する時間を1時間先から10時間先までとしたときの予測精度を図17に示す．10時間先までの予測に関しては，相関係数が0.92以上の予測精度を確保できている．

図13 トンネル通過車両数の時系列データとFFT解析結果

図14 交通量データのアトラクタ

予測結果の一部: y_{401} から y_{500}

図15 交通量の予測値と実測値の比較

図16 交通量の予測精度

表3 予測精度

評価項目	値
相関係数	0.9551
RMSE(台)	64.78
最大予測誤差(台)	302.1

図17 予測先の長期化における予測精度の推移

4.4 自動車エンジン燃焼圧力短期予測への適用[8]

自動車用ガソリンエンジンにおける燃焼消費率の向上は，すなわち熱効率の向上である．熱効率を向上する効果的な方法として希薄燃焼などが挙げられ，燃焼圧センサによる希薄燃焼限界空燃比フィードバックによる空燃比制御が提案されている．一方，希薄燃焼限界を予測することによる予見制御は提案されていない．その理由として，エンジンの燃焼状態の予測が困難であるためと思われる．自動車エンジンの燃焼は，混合気の乱れの強さ，燃料と空気との混合比率(以下，空燃比)，温度・圧力，残留ガス割合，点火位置ならびに燃焼室の形状などにより異なる状態を示し，燃焼の3次元的变化と再現性がほとんど無いことが燃

焼モデルの作成を困難にしている。

4.4.1 自動車エンジン燃焼圧力データ

図18に示すような4気筒自動車エンジンの各シリンダヘッドに埋め込まれた検出器から燃焼圧力を測定する。各気筒への点火は、第1気筒→第3気筒→第4気筒→第2気筒の順序に行われる。測定時期はクランク角度が1度変化することに行う。

今回の測定条件として、自動車エンジンの空燃比を、

Case 1. 理論空燃比

Case 2. 希薄限界に近い空燃比

の2種類とする。データの獲得開始は、軽負荷を与えたエンジンが定常回転に安定した時期を目安とする。予測の目的は、次に爆発する気筒のピーク圧力を知ることである。複数の気筒を持つエンジンでは、ピストンがクランクシャフトにより連結されているため、ある気筒の燃焼が他の気筒にも影響する。そこで、各気筒個別に予測するのではなく、4気筒で1つの時系列データと考える。予測では、各気筒の燃焼圧力の測定値を足し合わせた時系列データ y_t を用いる。時系列データ y_t とFFT解析結果を、空燃比の条件に分けて図19に示す。

4.4.2 自動車エンジン燃焼圧力データのアトラクタ

カオス理論に基づいて、対象とする時系列データを再構成空間に埋め込む。再構成したアトラクタを図20に示す。準周期的な軌道であることから、何らかの決定論的性質が存在しているように見える。

4.4.3 予測実験検証

予測の手順は次のように行う。まず、初期に y_1 から y_{3600} のデータを埋め込みとして用いて、次に点火する 180° 先の予測を行う。その次に、新たなデータが測定されたものとして y_{3601} を追加し最古のデータ y_1 を削除し、さらに 180° 先の予測を行う。この処理を繰り返す。予測した結果を図21、図22、ならびに表4に示す。図21に示すように、空燃比の条件に関係なく、予測と実測の値との時間的なずれはほとんど無い。しかしながら、圧力のピーク時の実測値と予測値との誤差に注目すると、理想空燃比での結果の方が希薄限界空燃比での結果より誤差が小さい。図22の実測値と予測値との相関図では、理想空燃比の条件に比べて希薄限界空燃比の条件における予測結果が良い。

図18 自動車エンジンの各気筒におけるシリンダ圧力測定検出器の設置

(a) 理想空燃比での燃焼

(b) 希薄限界に近い空燃比での燃焼

図19 各シリンダの燃焼圧力を合計した時系列データとFFT解析結果

(a) 理想空燃比での燃焼 (b) 希薄限界に近い空燃比での燃焼 (3次元で図示)

図20 各シリンダの燃焼圧力を合計した時系列データの相関図

(a) 理想空燃比での燃焼 (b) 希薄限界に近い空燃比での燃焼

図21 クランク角 180° 先の予測値と実測値の比較

予測値と実測値との相関

予測誤差分布

(a)理想空燃比での燃焼

予測値と実測値との相関

予測誤差分布

(b)希薄限界に近い空燃比での燃焼

図22 実測値と予測値との相関図と誤差分布

表4 予測精度

評価項目	理想空燃比での 燃焼	希薄限界に近い 空燃比での燃焼
相関係数	0.9468	0.8320
RMSE	0.0415	0.0489
最大予測誤差	0.1092	0.1278

埋め込みデータ数：3600，予測先：180，予測回数：3600

5. 予測結果に基づいた運用事例

本章では、予測結果に基づいた運用制御の事例として、予測結果に基づく血糖値制御[9]を示す。糖尿病治療において、血糖値を出来る限り正常に近づけかつ変動を押さえ続ける事は、最も重要な課題の一つである。五百旗頭らの研究[9]では、複数の糖尿病患者の血糖自己測定時系列データを用いて翌日の血糖値予測性能評価を行ったところ良好な結果を得た。

5.1 血糖値予測

解析の対象は、糖尿病患者の血糖自己測定時系列データである(毎日の朝食前の血糖値および眠前の血糖値)。埋め込みパラメータと予測パラメータを決定するために、評価基準を以下のように分割する。

Case 1) 目標血糖値範囲内：RMSE最小化

Case 2) 目標血糖値範囲外：位相重視

ここで、目標血糖値範囲は、血糖値70–100mg/dlである。この評価基準は、目標血糖値範囲内では、血糖値の上昇下降よりも絶対値としての予測誤差が最小になる事、また目標血糖値範囲外では、絶対値としての予測誤差よりも変動方向的中率が最大になる事を重視するものである。埋め込みパラメータと予測パラメータに加えて時系列データ長さは、上述の評価指標により決定する。さらに、予測を行う毎に、最良のバ

ラメータの組み合わせを計算し、未来の一回分のみを予測する。

5.2 血糖値制御

予測した血糖値に基づいて、逆位相の撃力が加わる方向にインスリンを少量増減する。患者は、現在の血糖値と翌日の予測値からインスリン量の増減を判断する。予測血糖値が目標範囲を超えて上昇を続ける時は、インスリンを1単位ほど増量する。予測血糖値が目標範囲を超えて下降を続ける時は、インスリンを1単位ほど減量する。目標血糖値の範囲内では、インスリンの増減は行わない。医師は、患者と3日に1回以上の頻度で連絡をとることにした。

6症例に予測制御システムを使用して、空腹時血糖(FBS：Fasting Blood sugar)の制御を行った。図23に予測制御前50日と予測制御中における空腹時朝食前平均血糖値と標準偏差の推移の一例を示す。

血糖値と予測値

予測精度 (標準偏差)

(a)症例A

血糖値と予測値

予測精度 (標準偏差)

(b)症例B

図23 予測制御前と予測制御中における空腹時朝食前平均血糖値と標準偏差の推移(6症例中2例を示す)

表5 インスリン投与量の変更による制御方向の正当性

症例	評価 日数	要調整 指示回数	不適切な 制御回数	適正な 制御回数	HbA _{1c} (%)
1	300	144	4 (2.8%)	140 (97.2%)	8.4→7.4
2	450	210	20 (9.5%)	190 (90.5%)	5.1→4.6
3	313	103	3 (2.9%)	100 (97.1%)	7.6→6.0
4	300	123	1 (0.8%)	122 (99.2%)	8.4→6.7
5	249	102	11 (10.7%)	91 (89.3%)	8.2→7.4
6	949	453	70 (15.5%)	383 (84.5%)	7.4→6.0

6. おわりに

本稿は、カオス理論に基づいた予測事例について、筆者がこれまでに取り組んだ実サイトの事例を示した。次回は、システムの状態を診断するためにカオス理論を適用した事例を紹介する。

参 考 文 献

- [1] W.Vandaele, 蓑谷千風彦, 廣松 毅 訳: “時系列入門,” 多賀出版, 1988
- [2] F. Takens: “Dynamical systems and turbulence,” Warwick, 1980, edited by D. Rand and L. S. Young, Lecture Notes in Mathematics Vol.898, pp.366-381, Springer-Verlag, Berlin, 1981
- [3] A.I. Mees, K. Aihara, M. Adachi, K. Judd, T. Ikeguchi and G. Matsumoto: “Deterministic prediction and chaos in squid axon response,” Physics Letters A, Vol.169, pp.41-45, 1992.
- [4] A.I. Mees: “Dynamical systems and tessellations, Detecting Determinism in Data,” International Journal of Bifurcation and Chaos, Vol.1, No.4, pp.777-794, 1991.
- [5] 五百旗頭正, 菅家正康, 藤本泰成, 鈴木新悟: “カオスの時系列の短期予測のための局所ファジィ再構成法,” 日本ファジィ学会誌, 第7巻, 第1号, pp.186-194, 1995.
- [6] J. Theiler, S. Eubank, A. Lonting, B. Galdrinkian, and J.D. Framer: “Testing for nonlinearity in time series, the method of surrogate data,” Physica D, Vol.58, pp.77-94, 1992.
- [7] T. Iokibe, M. Kanke, Y. Fujimoto, and S. Suzuki: “Short-term prediction of chaotic time series by local fuzzy reconstruction method,” Journal of Intelligent & Fuzzy Systems, John Wiley & Sons, Vol.5, pp.3-21, 1997.
- [8] 藤本泰成, 五百旗頭正: “カオス理論に基づいた自動車エンジンの燃焼圧力の予測,” 日本ファジィ学会誌, 第13巻, 第5号, pp.506-513, 2001.
- [9] 五百旗頭正, 米田正也, 小山正也, 垣田敬治: “カオスを応用した血糖値予測制御システム,” 第10回東海ファジィ研究会, 2001.2.10-2.11, 蒲郡, pp.11-1-11-8, 2001.

(2010年7月16日 受付)

[問い合わせ先]

〒191-0065 東京都日野市旭が丘6-6
 首都大学東京 システムデザイン学部
 藤本 泰成
 TEL: 042-585-8649
 FAX: 042-585-8649
 E-mail: yfujimoto@fml.ec.tmit.ac.jp

著 者 紹 介

ふじもと やすなり
 藤本 泰成 [正会員]

1992年金沢工業大学大学院工学研究科修士課程システム設計工学専攻修了。同年(株)明電舎に入社, 2004年(株)複雑系応用技術研究所入社, 同年東京都立科学技術大学(現首都大学東京)大学院工学研究科システム基礎工学専攻博士課程後期に入学, 2009年工学博士(東京都立科学技術大学)取得, 同年首都大学東京特任研究員。主として, カオス理論の産業応用研究に従事。日本知能情報ファジィ学会会員。