原著論文

2 レベル非線形計画問題に対する Particle Swarm Optimziationに基づく Stackelberg 解の計算方法†

松井 猛*1・坂和 正敏*1・石丸 恵一*2

本論文では2レベル計画問題において、上位レベルと下位レベルの2人の意思決定者が非協力関係である場合に焦点を当て、Particle Swarm Optimization手法によるStackelberg解導出のための効率的なアルゴリズムを提案する。各世代ごとに合理的応答を求めていた従来手法に対して、本論文では、一定世代ごとに合理的応答を求めることにより、探索の広域化のみならず計算時間の短縮の実現を目指す。さらに、提案手法を、規模と非線形性の度合いが異なる様々な数値例に適用するとともに、従来手法と比較検討することにより有効性の検証を行う。

キーワード：2レベル非線形計画問題，Stackelberg 解，particle swarm optimization

1. はじめに

各意思決定者(DM: Decision Maker)が相互に独立で、相競合する目的を持ち、2人のDMの決定が逐次的に行われる状況下での意思決定問題のモデル化として、2レベル計画問題がしばしば採用され、経済や産業界などの様々なシステムのモデル化に利用されている[1, 16]。2レベル計画問題での意思決定は上位レベルから下位レベルへと順に行われ、各々のレベルのDMは、他のレベルのDMの意思決定の影響を受けながら、自己の目的関数を最適にするように意思決定をしようとする。

2レベル計画問題において2人のDMは互いに相手と自らの目的関数と制約条件を知っており、下位レベルのDMは上位レベルのDMの選択した決定を十分に知った上で自らの目的を最適にする決定を選択し、そのような仮定の下で上位レベルのDMも自己の目的を最適にする決定を選択する。このように定義される解を本論文ではStackelberg解とよぶ。

Stackelberg解を求めるための代表的な手法には、実行可能領域の端点にStackelberg解があることから、端点を列挙していく方法[5, 6]、下位レベルの問

題の最適性の条件であるKuhn-Tucker条件を上位レベルの問題の制約に入れて、通常の1レベル問題を解く方法[6, 2, 3, 4, 8]、下位レベルの問題の最適性を保証するように上位レベルの問題の目的関数にペナルティ項を付加する方法[17]、上位レベルの最適化問題と下位レベルの最適化問題に対してそれぞれ発見的解法を適用する手法[14, 15]がある。2レベル計画問題において上位レベルと下位レベルの目的関数がともに線形で、両レベルにとって共通となる制約も線形で表されるという仮定をおいても、この問題は特別な構造をもつ非凸計画問題となることが知られている。また、Stackelberg解は解の性質上パレート最適性を満足しない場合もある。

また、近年、新たな最適化手法として、鳥の群れや魚の群れにおける個体は自身の情報だけでなく群れの情報も用いて行動していることに注目し、群れをしながら集団としてよりよい点を探すように振舞う行動を模擬した探索手法であるParticle Swarm Optimization(PSO)手法が、Kennedyら[11]によって提案され、従来法より高速で高精度な手法として有望視されている。

そこで、本論文では、2レベル計画問題において2人の意思決定者が非協力関係である場合について焦点をあて、近年最適化問題に対して有効性が示されてきたParticle Swarm Optimization(PSO)手法を用いて2レベル非線形計画問題に対して(近似)Stackelberg解の導出のための有効なアルゴリズムを提案する。

† A computational method for obtaining Stackelberg solutions to two-level nonlinear programming problems through particle swarm optimization

Takeshi MATSUI, Masatoshi SAKAWA and Keiichi ISHIMARU

*1 広島大学大学院工学研究院

Faculty of Engineering, Hiroshima University

*2 新菱冷熱工業株式会社首都圏事業本部

Urban Facilities Division, Shinryo Corporation

2. 2 レベル計画問題

2 レベル計画問題とは、市場競争や資源配分問題、投資問題などの決定に関する優先権が異なる 2 人の意思決定者を持つ階層システムの最適化問題の数学モデルである。本論文で考察の対象とする非協力関係における 2 レベル計画問題の特徴は次のように示される。

- 1 上位レベルと下位レベルの各階層に意思決定者 (DM) が一人ずつ存在
- 2 それぞれ目的 (目的関数) と決定権 (決定変数) をもつ
- 3 各 DM は非協力的に自己の目的関数を最適化する
- 4 決定権には順位があり、上位レベルは先手、下位レベルは後手というように戦略を決定
- 5 問題の形式は最適化問題の制約条件の中に最適化問題を含む

このような特徴を持つ 2 レベル計画問題の解は、Stackelberg 解として知られている。

2.1 定式化

本論文では、次のように定式化される 2 レベル計画問題を考察の対象とする。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize}_{x_1} f_1(x_1, x_2) \\ \text{minimize}_{x_2} f_2(x_1, x_2) \\ \text{subject to } g_i(x_1, x_2) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ x_1 \in R^{n_1}, x_2 \in R^{n_2} \end{array} \right\} \quad (1)$$

ここで、 x_1 は上位レベルの DM (DM1) の n_1 次元決定変数列ベクトル、 x_2 は下位レベルの DM (DM2) の n_2 次元決定変数列ベクトル、 $f_1(x_1, x_2)$ は上位レベルの目的関数、 $f_2(x_1, x_2)$ は下位レベルの目的関数、 $g_i(x_1, x_2)$ は i 番目の制約関数を表す。

2.2 Stackelberg 解

2 レベル計画問題において、いま、上位レベルの DM が自己の決定変数 x_1 を $\hat{x}_1$ に決定したとすると、そのもとで下位レベルの DM は制約領域内で自己の目的関数を最小にする $\hat{x}_2(\hat{x}_1)$ (合理的応答) を選ぶと仮定されるので、とり得るすべての $\hat{x}_1$ に対応する $(\hat{x}_1, \hat{x}_2(\hat{x}_1))$ の集合である誘導領域 (Inducible Region: IR) 内で上位の目的関数を最小にする点 $(x_1^*, x_2^*(x_1^*))$ が最適解となり、Stackelberg 解と呼ばれる (図 1)。

図 1 Stackelberg 解

2.3 2 レベル非線形計画問題

非協力 2 レベル非線形計画問題を定式化すると次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{minimize}_{x_1} f_1(x_1, x_2) \\ \text{where } x_2 \text{ solves} \\ \text{minimize}_{x_2} f_2(x_1, x_2) \\ \text{subject to } g_i(x_1, x_2) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \end{array} \right\} \quad (2)$$

ここで、 x_1 は上位レベルの DM (DM1) の n_1 次元決定変数列ベクトル、 x_2 は上位レベルの DM (DM2) の n_2 次元決定変数列ベクトル、 $f_1(x_1, x_2)$ は上位レベルの目的関数、 $f_2(x_1, x_2)$ は下位レベルの目的関数、 $g_i(x_1, x_2)$ は i 番目の制約関数を表す。 $f_1(x_1, x_2)$ 、 $f_2(x_1, x_2)$ 、 $g_i(x_1, x_2)$ 、 $i = 1, \dots, m$ は線形もしくは非線形関数を表す。

このような 2 レベル非線形計画問題に対して、これまで、PSO 手法に基づく解法 [14]、進化的マルチエージェントシステムに基づく解法 [10] などが提案されているが、さらに高速かつ高精度な方法が望まれている。そこで、本論文では、近年最適化問題に対して有効性が示されてきた PSO 手法を用いて 2 レベル非線形計画問題の Stackelberg 解を高速かつ高精度に導出することを試みる。

3. PSO 手法を用いた計算方法

3.1 PSO 手法

Kennedy ら [11] によって提案された PSO は、鳥の群れや魚の群れにおける個体は自身の情報だけでなく群れの情報も用いて行動していることに注目し、これを模擬した探索手法である。この PSO [11] では、図 2 に示されるように、個体 i 、 $i = 1, \dots, N$ の移動は次の更新式に従って行われる。

$$v_i^{t+1} = \omega^t v_i^t + c_1 R_1^t(p_i^t - x_i^t) + c_2 R_2^t(p_g^t - x_i^t) \quad (3)$$

$$x_i^{t+1} = x_i^t + v_i^{t+1} \quad (4)$$

図2 個体の移動

ここで、 x_i^t は個体 i の t 回目の探索点、 p_i^t は個体 i の過去の探索における最良の目的関数値を与える探索点、 p_g^t は p_i^t , $i=1, \dots, N$ の中の最良の探索点、すなわち、群れ全体の過去の探索における最良の探索点である。また ω^t , c_1 , R_1^t , c_2 , R_2^t は制御パラメータであり、 R_1^t と R_2^t は各更新において区間 $[0, 1]$ 上の一様乱数を用いて決定され、 ω^t は次の式で決定される。

$$\omega^t = \begin{cases} \omega^0 - \frac{t \cdot (\omega^0 - \omega^{T_{\max}})}{0.75 \cdot T_{\max}} & t \leq 0.75 \cdot T_{\max} \\ \omega^{T_{\max}} & t > 0.75 \cdot T_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

このように個体 i は現在の探索方向 v_i^t と、現在の探索点 x_i^t からその個体自身の最良探索点 p_i^t へ向かう方向及び群れの最良探索点 p_g^t へ向かう方向を用いて次の探索方向 v_i^{t+1} を決定し、現在の探索点 x_i^t から次の探索点 x_i^{t+1} へ移動する。

Kennedyら[11]によって提案された上下限制約のみの線形計画問題に対するPSOによる求解手順は次のようになる。

手順1 上下限制約だけを満たす領域 U 内に、各個体の初期探索点 x_i^0 , $i=1, \dots, N$ をランダムに生成する。また、 $T_{\max}$, ω^0 , $\omega^{T_{\max}}$ の値を設定し、探索回数カウンタ t を0とする。

手順2 手順1で与えた各個体の初期探索点 x_i^0 をその個体の最良探索点 p_i^0 とし、 p_i^0 の中で最良の探索点を個体群の最良探索点 p_g^0 とする。

手順3 式(5)により、現在の探索回数 t におけるパラメータ ω^t を決定する。各個体は探索方向の更新式(3)にしたがって、現在の進行方向 v_i^t とその個体の最良探索点 p_i^t と個体群の最良探索点 p_g^t を用いて次の探索点 x_i^{t+1} への方向を決定後、探索点の更新式(4)により個体は現在の探索点 x_i^t から次の探索点 x_i^{t+1} へ移動する。

手順4 各個体 i , $i=1, 2, \dots, N$ に対して、手順3に

よる移動後の探索点 x_i^{t+1} での目的関数値 $f(x_i^{t+1})$ を計算する。

手順5 各個体 i , $i=1, 2, \dots, N$ に対して、手順4で求めた値 $f(x_i^{t+1})$ とその個体自身の最良探索点 p_i^t での目的関数値 $f(p_i^t)$ を比較して、 $f(x_i^{t+1}) > f(p_i^t)$ ならば $p_i^{t+1} := p_i^t$ とする。一方、 $f(x_i^{t+1}) \leq f(p_i^t)$ ならば $p_i^{t+1} := x_i^{t+1}$ としてその個体の最良探索点を更新する。

手順6 手順4で求めた値 $f(x_i^{t+1})$, $i=1, 2, \dots, N$ の中の最良値 $f(x_{i_{\min}}^{t+1})$ と個体群の最良探索点での目的関数値 p_g^t を比較して、 $f(x_{i_{\min}}^{t+1}) > f(p_g^t)$ ならば $p_g^{t+1} := p_g^t$ とする。一方、 $f(x_{i_{\min}}^{t+1}) \leq f(p_g^t)$ ならば $p_g^{t+1} := x_{i_{\min}}^{t+1}$ として個体群の最良探索点を更新する。

手順7 探索回数カウンタ t が最大探索回数 $T_{\max}$ と等しくなれば終了。そうでなければ、 $t := t+1$ として手順3に戻る。

3.2 非線形計画問題に対する改良型PSO手法

これまで述べてきたKennedyら[11]のPSO手法には、基本的に上下限制約だけを満たす領域 U での探索を前提としているため、上下限制約以外の制約条件をもつ問題に対しては直接適用できないという問題点があるとともに、探索の後半において、個体が個体群の最良探索点付近に集まってくるため局所的最適解に停留しやすいという問題点がある。そこで、本論文ではこれらの問題点に対して、加藤ら[9]によって提案された初期個体群の準同型写像を用いた生成および制約の取り扱い、個体の移動方法、離脱行動、多重Stretching技法を導入したPSO手法を用いてStackelberg解の導出を行う。

3.3 個体の初期探索点の生成

従来のPSO手法は、決定変数の上下限制約以外の制約がない非線形計画問題を対象としているので、個体の初期探索点の生成において、それぞれの変数の上下限制約内にランダムに生成することにより、実行可能な初期探索点の生成が可能であった。

しかし、本論文では、上下限制約以外の一般の制約を含む非線形計画問題を対象としているため、初期の探索点をそれぞれの変数の上下限制約内にランダムに生成するという従来のPSO手法の初期探索点の生成法ではすべての探索点が制約領域内に生成されるとは限らないため、探索効率が低下する可能性がある。

そこで、すべての初期の探索点を実行可能とするために、Kozielら[12]によって提案された準同型写像を採用する。

3.3.1 準同型写像

Kozielら[12]は、図3に示されているように、実行可能領域 $X \subset R^n$ から n 次元超立方体 $[-1, 1]^n$ への次のような性質をもつ写像 T を考察している。

- (1) 適当な X の点 r に対して n 次元超立方体 $[-1, 1]^n$ の中心である原点 0 を対応させる。

$$T: r \mapsto 0 \quad (6)$$

- (2) 任意の $x \in X$ に対して、 $r + (x - r) \cdot t$ が X の境界となる正の実数 t を $t_{\max}$ とするとき、次のような n 次元超立方体 $[-1, 1]^n$ の点 y に対応させる、

$$T: x \mapsto y := \frac{x - r}{t_{\max} \cdot \max_{j=1,2,\dots,n} (x_j - r_j)} \quad (7)$$

加藤ら[9]は、 n 次元超立方体 $[-1, 1]^n$ 内にランダムに N 個の点を生成した後、これらの点を Kozielら[12]によって提案された準同型写像 T の逆写像 T^{-1} を用いて写像すると実行可能領域内の点にうつされるので、これらの点を個体の初期探索点としている。ただし、準同型写像を用いるためには、超立方体の原点に対応する一つの実行可能解(基点解) r を求めておく必要がある。そこで、まず次のような制約違反に基づいて定義される関数

$$G(x) = \exp \left[-\theta \sum_{i=1}^m R \left(\frac{g_i(x)}{\bar{g}_i} \right) \right] \quad (8)$$

を目的関数とする最大化問題

$$\left. \begin{array}{l} \text{maximize } G(x) \\ \text{subject to } l_j \leq x_j \leq u_j, \quad j = 1, \dots, n \end{array} \right\} \quad (9)$$

を解く。ここで、 $\bar{g}_i$, $i = 1, \dots, m$ は各制約式の制約違反をスケールリングするためのパラメータであり、

$$R(\xi) = \begin{cases} \xi, & \xi \geq 0 \\ 0, & \xi < 0 \end{cases}$$

で、 θ は正の定数である。この問題は上下限制約だけ

実行可能空間 X

超立方体 $[-1, 1]^n$

図3 準同型写像

を含む問題であるので、従来のPSO手法が適用可能であるが、ある定められた回数適用しても実行可能解が得られないときは、もとの問題には実行可能解が存在しないものと判断することになる。

3.4 制約の取り扱い

従来のPSO手法は各決定変数に対する上下限制約以外の制約がない問題を対象にしていたため、個体の探索点の実行可能性を保つことは容易であった。しかし、本論文では、上下限制約以外の制約がある一般の非線形計画問題を取り扱うので、個体の探索点の実行可能性を保持するための方法が必要となる。

本節では、PSO手法における制約を考慮した探索のために、探索点の実行不可能な個体を2分法により実行可能となるように修正する方法を採用する。ただし、2分法の実行には時間がかかるため、2分法による個体修正を行う部分個体群と実行不可能領域への移動を許可する部分個体群という2つの部分個体群を用いることにより計算時間の増大を抑制する。

3.4.1 2分法による個体修正を行う部分個体群

探索空間を上下限制約を満たす領域 U とし、個体 i の次の探索点 x_i^{t+1} が実行不可能であるとき、まず、修正探索点の候補を現在の探索方向の延長線上に見出す、すなわち、 $\alpha_i^{t+1}(p) = x_i^{t+1} + 2^p \cdot v_i^{t+1}$, $p = 1, 2, \dots, p_{\max}$ ($p_{\max}$ は設定された自然数) とする。もし現在の探索方向の延長線上に実行可能解が発見される、すなわち、 $\{p | \alpha_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\} \neq \emptyset$ ならば、 $P = \min \{p | \alpha_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\}$ として $\alpha_i^{t+1}(P)$ を修正探索点とする。逆に、もし現在の探索方向の延長線上に実行可能解が発見されない、すなわち、 $\{p | \alpha_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\} = \emptyset$ ならば、修正探索点の候補を $\beta_i^{t+1}(p) = x_i^t + 2^{-p} \cdot v_i^{t+1}$, $p = 1, 2, \dots, p_{\max}$ とする。もし $\{p | \beta_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\} \neq \emptyset$ ならば、 $P = \min \{p | \beta_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\}$ として $\beta_i^{t+1}(P)$ を修正探索点とする。もし $\{p | \beta_i^{t+1}(p) \in X \subset U, p = 1, 2, \dots, p_{\max}\} = \emptyset$ ならば、 x_i^t を修正探索点とする。

このような操作により、すべての個体の探索点を実行可能とすることができる。

3.4.2 実行不可能領域への移動を許可する方法

2分法による個体修正を行う場合には、制約式を何回も計算する必要がある、問題が大規模になると多くの計算時間が必要となる。また、大域的最適解を含む実行可能領域の形状(例えば、その領域が極端に小さい、実行不可能領域に囲まれている等)により探索が

図4 2分法による修正と実行不可能領域への移動の許可を組み合わせた移動

偏るという問題点があった。そこで、個体の移動において実行不可能領域への移動を許可することにより、計算時間の短縮と探索領域の広域化を目指す。

3.5 個体の状況に合わせた移動

従来のPSO手法の移動式(3)は常に群れの最良の探索点へ方向ベクトルを含んでいるため、個体の状況によっては次の探索点への移動で群れの最良の探索点に大きく近づき、個体群の収束を早める場合があるという問題点が指摘されてきている。個体の現在の状況を適切に判断し、次の探索点への移動の方法を個体の状況に合わせて変更することにより、このような問題点に対処することが可能となる。

3.5.1 直前で個体自身の最良解が更新された場合

いま、個体 i の現在の探索点 x_i^t からの移動を考える。図5のように、直前の探索点 x_i^{t-1} がその個体の最良探索点 p_i^t であるとき、現在の探索点 x_i^t が持つ方向 v_i^t とその個体の最良探索点 p_i^t への方向が正反対になって打ち消し合うため、次の探索点 x_i^{t+1} は個体群の最良探索点 p_g^t 付近の点となる可能性が高くなり、個体が個体群の最良探索点 p_g^t へ集中しやすくなる。そこで、このような場合には、次の探索方向 v_i^{t+1} を次の式(10)により決定するように変更する(図6)。

$$v_i^{t+1} := c_1 R_1^t (p_i^t - x_i^t) + c_2 R_2^t (p_k^t - x_i^t) \quad (10)$$

ここで、 p_k^t はある個体 k の最良探索点である。

この変更により、個体群が探索領域内に大きく散らばっている探索の初期の段階では、個体が個体群の最良探索点 p_g^t 付近に移動せずに様々な方向へ移動することになるので、個体群の最良探索点 p_g^t へ集中し、

図5 直前で個体自身の最良解が更新された場合

図6 直前で個体自身の最良解が更新された場合(変更後)

探索が偏ることを緩和している。一方、探索の後期の段階では、パラメータ ω^t の値の減少や個体の他の状況での移動により、個体はしだいに個体群の最良探索点 p_g^t へ集中していく。よって、ランダムに個体 k を選び、その最良探索点 p_k^t の方向へ移動したとしても、 p_k^t 自体が個体群の最良探索点 p_g^t に近づいてきているため、 p_g^t 付近の局所探索能力の低下を招くことなく、個体の p_g^t への過度な集中を緩和することができると考えられる。

3.5.2 現在の点で個体自身の最良解が更新された場合

次に、現在の探索点 x_i^t が個体自身の最良探索点 p_i^t である場合、現在の探索点 x_i^t 及び現在の探索点への方向 v_i^t は自身の最良探索点 p_i^t が更新されていることから有望であると考えられ、 x_i^t 付近及びその方向にさらにより点がある可能性がある。しかし、従来の探索方向の更新式(3)では、常に個体群の最良探索点 p_g^t への方向を含んでいるため、次の探索方向 v_i^{t+1} に現在の個体の状況が十分に反映されず、図7のように、個体群の最良探索点 p_g^t へ集中しやすくなるという問題点がある。

そこで、このような場合には、個体 i の次の探索方向 v_i^{t+1} を次の式(11)により決定するように変更する(図8)。

図7 現在の点で個体自身の最良解が更新された場合

図8 現在の点で個体自身の最良解が更新された場合
(変更後)

$$v_i^{t+1} := \omega^t v_i^t \quad (11)$$

これにより、個体の p_g^t への集中を緩和するとともに、個体自身の最良探索点が得られた方向 v_i^t に移動しながら自身の最良探索点 p_i^t 周辺を探索することができる。

3.5.3 その他の場合

個体の状況が上記以外の場合は、従来のPSO手法と同じ探索方向と探索点の更新式(3), (4)を用いる(図9)。

このような個体の状況に応じた移動の採用により、個体の局所解への過度の集中を緩和し、探索における個体の多様化を図る。

図9 その他の場合

3.6 離脱行動

PSO手法では、探索が進むにつれて個体は次第に群れの最良点付近に集中していくため広域な探索が難しくなる。そこで、探索の広域化を図るために、ある確率で、次のような三つの離脱的な行動の中でランダムに選択された一つを実行するものとする：(1)実行可能領域内でランダムに移動する、(2)境界に移動する、(3)ある座標軸方向にランダムに移動する。

[1. 実行可能領域内でのランダムな移動]

個体が個体群の最良探索点付近に集中したと判断されたら、個体を実行可能領域内にランダムに移動させる。

[2. 境界への移動]

個体が個体群の最良探索点付近に集中したと判断されたら、初期個体群の生成で用いた超立方体の変数の上限値(1), 下限値(-1)のどちらかを適当にとり、現在の基点解を用いた準同型写像オペレータによって個体を境界に移動させる。

図10 探索の様子

図11 離脱行動の様子

[3. ある座標軸方向へのランダムな移動]

個体が個体群の最良探索点付近に集中したと判断されたら、個体をランダムに選択された座標軸方向に移動させる。(これは、ある限定された座標軸方向のみの目的関数値の変動が激しいというような場合に有効と考えられる。)

これらの離脱行動の例を図11に示す。

3.7 多重Stretching技法

PSO手法では探索が進み、個体群が群れの最良の探索点付近に集まってくると、群れの最良点が長期にわたって更新されないことがしばしばある。この点が大域的最適解であれば良いが、そうでない場合、この点(局所解)から抜け出す必要がある。

Parsopoulosら[13]は、PSO手法における個体の局所解への停留を抑制するために、現在得られている局所解の情報を用いて、個体の評価関数(目的関数) $f(x)$ を別の評価関数 $H(x)$ に変更することにより、現在の局所解を抜け出し、探索の広域化を目指すというストレッチング技法を提案した。しかし、このストレッチング技法により、現在の局所解から抜け出すことができるが、次に得られた別の局所解に対してストレッチングを適用すると以前の局所解に再び陥る可能性がある。そこで、 Q 個の局所解 $\bar{x}_q, q=1, \dots, Q$ に対応した次のような関数を用いた多重ストレッチング技法が提案されている。

$$G_q(x) = f(x) + \gamma_1 \|x - \bar{x}_q\| \left(\text{sign}(f(x) - f(\bar{x}_{\min})) + 1 \right) \quad (12)$$

$$H_q(x) = G_q(x) + \gamma_2 \frac{\text{sign}(f(x) - f(\bar{x}_{\min})) + 1}{\tanh(\mu(G_q(x) - G_q(\bar{x}_q)))} \quad (13)$$

$$S(x) = \sum_{q=1}^Q H_q(x) / Q \quad (14)$$

ここで、 $\bar{x}_{\min}$ は Q 個の局所解の中で最も良い評価値を与える局所解であり、 γ_1, γ_2, μ はパラメータである。また $\text{sign}(\cdot)$ は次のように定義される関数である。

$$\text{sign}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases} \quad (15)$$

式(14)で表される評価関数 $S(x)$ は、最も良い局所解での元の評価関数値 $f(\bar{x}_{\min})$ より小さな値をとる探索点 x に対しては $\text{sign}(f(x) - f(\bar{x}_{\min})) + 1$ が0となる

図12 多くの局所解が存在する問題(Levy NO.5)

図13 多重Stretching技法における $S(x)$

ため元の評価関数値 $f(x)$ と等しい値、各局所解付近の探索点に対しては $\tanh(\mu(G_q(x) - G_q(\bar{x}_q)))$ が $\text{sign}(f(x) - f(\bar{x}_{\min})) + 1$ と同符号で0に近くなるため極端に大きな値、これら以外の探索点に対しては $\text{sign}(f(x) - f(\bar{x}_{\min})) + 1$ は2で $\tanh(\mu(G_q(x) - G_q(\bar{x}_q)))$ は1に近くなるため元の評価値 $f(x)$ に局所解からの距離に応じたペナルティが付加された値を与える関数である。このように、複数の局所解を同時に考慮した $S(x)$ を新たな評価関数とすることにより、以前に得られた局所解に再び陥ることなく、これまでの局所解よりも良い解が存在する領域を探索することが可能になる。

例として、図12のような多くの局所解をもつ問題を考える。これまでの探索において2つの局所解 $(-0.7, 1.4)$ 、 $(-0.4, -0.8)$ が得られている場合、 $\gamma_1 = 5000$ 、 $\gamma_2 = 0.5$ 、 $\mu = 1^{-10}$ とした多重Stretching技法における関数 $S(x)$ は図13のようになる。

3.8 改良型PSO手法(rPSO)の手順

手順1 制約違反に基づく目的関数を最大化する問題を従来のPSO手法で解き、実行可能解の一つ求め、準同型写像の基点解 r とする。また、 $T_{\max}$,

ω^0 , $\omega^{T_{\max}}$ の値を設定し, 探索回数カウンタ t を 0 とする.

手順2 準同型写像を用いて実行可能性が保証された初期の探索点を生成する. 具体的には, 手順1で求めた基点解 $\mathbf{r}$ を用いた準同型写像により超立方体内にランダムに生成した N 個の点を決定変数空間の実行可能領域内の点に写像し, それらの点を個体の初期探索点 $\mathbf{x}_i^0$, $i=1, \dots, N$ とする. また, 各個体の初期探索点 $\mathbf{x}_i^0$ を初期のその個体の最良探索点 $\mathbf{p}_i^0$ とし, 初期探索点 $\mathbf{x}_i^0$, $i=1, \dots, N$ の中で最良のものを初期の個体群の最良探索点 $\mathbf{p}_g^0$ とする.

手順3 式(5)によりパラメータ ω^t の値を計算する. 各個体はその個体の最良探索点 $\mathbf{p}_i^t$ と個体群の最良探索点 $\mathbf{p}_g^t$ を用いて, 個体の状況に合わせた移動式により, 次の探索点 $\mathbf{x}_i^{t+1}$ へ方向 $\mathbf{v}_i^{t+1}$ を決定後, 式(4)により個体は現在の探索点から次の探索点へ移動する.

手順4 2分法による実行可能性の修正を行う個体に対しては, 移動後の個体の探索点 $\mathbf{x}_i^{t+1}$ が実行可能かどうかを調べ, もし実行可能でなければ, 2分法により実行可能となるように修正する.

手順5 多重ストレッチング技法を適用するかどうかを判定する. 適用するならば手順6へ行き, 適用しないならば手順7へ行く.

手順6 目的関数 $f(\cdot)$ を変換した評価関数 $S(\cdot)$ により, 手順3による個体の移動後の探索点 $\mathbf{x}_i^{t+1}$, $i=1, \dots, N$ で評価を行う. 手順8へ行く.

手順7 手順3による個体の移動後の探索点 $\mathbf{x}_i^{t+1}$, $i=1, \dots, N$ での目的関数値 $f(\mathbf{x}_i^{t+1})$ で評価する.

手順8 手順6または7で求めた評価関数値がその個体の最良探索点 $\mathbf{p}_i^t$ での評価関数値より良ければ, $\mathbf{p}_i^{t+1} := \mathbf{x}_i^{t+1}$ として, その個体の最良探索点を更新する. そうでなければ, $\mathbf{p}_i^{t+1} := \mathbf{p}_i^t$ とする.

手順9 手順6または7で評価した各個体の評価関数値の中で最良の評価関数値 $f(\mathbf{x}_{i_{\min}}^{t+1})$ が現在の個体群の最良探索点 $\mathbf{p}_g^t$ での評価関数値よりよければ, $\mathbf{p}_g^{t+1} := \mathbf{x}_{i_{\min}}^{t+1}$ として, 個体群の最良探索点を更新する. そうでなければ, $\mathbf{p}_g^{t+1} := \mathbf{p}_g^t$ とする.

手順10 各個体に対して, ある確率で, 三つの離脱的な行動の中でランダムに選択された一つを実行する.

手順11 $t = T_{\max}$ (最大探索回数) となれば終了. そうでなければ, $t := t+1$ として, 手順3に戻る.

ここで, 終了条件は, 探索回数 t が最大探索回数 $T_{\max}$ に達することである. また, 個体 i に対する多重スト

レッチング技法の適用条件は, 個体 i の最良探索点がある定数回更新されないこととする.

3.9 2レベル非線形計画問題に対する改良型PSO手法

2レベル計画問題のStackelberg解は誘導領域に存在するため, PSOの適用において, 誘導領域付近を重点的に探索できれば効率的である. 個体の移動式には群れの最良点へのベクトルが常に含まれているので, 群れの最良点 $(\bar{\mathbf{x}}_1, \bar{\mathbf{x}}_2)$ の上位決定変数ベクトル, つまり $\bar{\mathbf{x}}_1$ に対応する合理的応答 $(\bar{\mathbf{x}}_2(\bar{\mathbf{x}}_1))$ を一定世代ごとに求め, その点を群れの最良点とすると, 個体の移動式の中に誘導領域へのベクトルが含まれることになり, 誘導領域付近を重点的に探索できる. 従来手法[14]では合理的応答を各世代ごとに求めていたため, 個体の局所解への集中, 計算時間の増加が問題となっていた. そこで, 提案するPSO手法では合理的応答を一定世代ごとに求めることにより, 探索の広域化と計算時間の短縮が期待される.

現時点までに得られた誘導領域上の個体の中で上位の目的関数値が最良となるものを $\mathbf{p}_g^{t+1}$ とし, 各個体 i の上位決定変数ベクトルに最も近い上位決定変数ベクトルをもつ誘導領域上の $\mathbf{p}_k^{t+1}$ を $\mathbf{p}_i^{t+1}$ とすれば, 本論文で提案する2レベル非線形計画問題に対するStackelberg解の導出法の手順は, 次のように示される.

手順1 : 上位, 下位の決定変数 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2$ の値を制約領域内に準同型写像を用いて N 個生成し, 初期探索点 $(\mathbf{x}_{i,1}^0, \mathbf{x}_{i,2}^0)$, $i=1, \dots, N$ とする.

手順2 : 生成した $\mathbf{x}_{i,1}^0$ に対し, rPSOを用いて近似的な合理的応答 $\hat{\mathbf{x}}_{i,2}^0$ を求め, 各個体の最良点 $\mathbf{p}_i^0 := (\mathbf{x}_{i,1}^0, \hat{\mathbf{x}}_{i,2}^0)$ とする. また $\mathbf{p}_i^0$ の中で上位の目的関数値が最良となるものを $\mathbf{p}_g^0$ とする.

手順3 : $t := 0$ とする.

手順4 : $\mathbf{p}_i^{t+1} := \mathbf{p}_i^t$, $i=1, \dots, N$, $\mathbf{p}_g^{t+1} := \mathbf{p}_g^t$ とする.

手順5 : PSOの個体の移動方法に基づいて各個体を移動, 最良点の更新を行う. $t := 100T_{up}$, $T_{up} = 1, \dots, T_{\max}/100$ ならば手順5-1へ行く.

手順5-1 : $t := 100T_{up}$, $T_{up} = 1, \dots, T_{\max}/100$ のとき, その時点での各個体の最良点 $\mathbf{p}_i^t$, 群れの最良点 $\mathbf{p}_g^t$ の上位決定変数に対し, rPSO[9]を用いて近似的な合理的応答を求め, 各個体の最良点として更新する.

手順6 : もし $t = T_{\max}$ なら $\mathbf{p}_g^t$ をStackelberg解として終了. そうでなければ $t := t+1$ として手順4へ行く.

図14 改良型PSOに基づくStackelberg解の導出法の手順

このような2レベル非線形計画問題に対するStackelberg解の導出法を図示すると、図14のように表される。

4. 数値例

進化的マルチエージェントシステムに基づく計算方法[10]，従来の2レベルPOS手法[14]，TRUST-REGION手法[7]ならびに提案した改良型PSOに基づくStackelberg解の導出法を比較・検討するため，次に示すような問題1から問題5までの5種類の2レベル非線形計画問題を取り上げる。

問題1：上位決定変数 x_1 ，下位決定変数 x_2 。

$$\left. \begin{aligned} & \underset{x_1}{\text{minimize}} \quad f_1(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^2 + (2x_2 + 1)^2 \\ & \text{where } \mathbf{x}_2 \text{ solves} \\ & \underset{x_2}{\text{minimize}} \quad f_2(x_1, x_2) = x_1^3 - 1.5x_1x_2 + (x_2 - 1)^2 \\ & \text{subject to} \quad -3x_1 + x_2 + 3 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x_1 - 0.5x_2 - 4 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x_1 + x_2 - 7 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x_1 \geq 0 \\ & \quad \quad \quad x_2 \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

問題2：上位決定変数 x_1 ，下位決定変数 x_2 。

$$\left. \begin{aligned} & \underset{x_1}{\text{minimize}} \quad f_1(x_1, x_2) = (x_1 - 5)^4 + (2x_2 + 1)^4 \\ & \text{where } \mathbf{x}_2 \text{ solves} \\ & \underset{x_2}{\text{minimize}} \quad f_2(x_1, x_2) = e^{-x_1+x_2} + x_1^2 + 2x_1x_2 \\ & \quad \quad \quad + x_2^2 + 2x_1 + 6x_2 \\ & \text{subject to} \quad x_1 + x_2 - 4 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad -x_1 + x_2 - 2 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x_1 \geq 0 \\ & \quad \quad \quad x_2 \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

問題3：上位決定変数 x_1 ，下位決定変数 x_2 。

$$\left. \begin{aligned} & \underset{x_1}{\text{minimize}} \quad f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + (x_2 - 10)^2 \\ & \text{where } \mathbf{x}_2 \text{ solves} \\ & \underset{x_2}{\text{minimize}} \quad f_2(x_1, x_2) = x_1^3 + 2x_2^3 + x_1 - 2x_2 - x_1^2 \\ & \text{subject to} \quad x_1 + 2x_2 - 6 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad -x_1 + 2x_2 - 3 \leq 0 \\ & \quad \quad \quad x_1 \geq 0 \\ & \quad \quad \quad x_2 \geq 0 \end{aligned} \right\}$$

問題4：上位決定変数 $\mathbf{x}_1 = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$ ，下位決定変数 $\mathbf{x}_2 = (x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10})$ 。

$$\left. \begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}_1}{\text{minimize}} \quad f_1(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = x_1^3 + (x_2 - 2)^2 - x_3x_4 \\ & \quad \quad \quad + x_5 - 2x_6^2 + x_7^4 \\ & \quad \quad \quad + (x_8 - x_9)^2 - x_{10} \\ & \text{where } \mathbf{x}_2 \text{ solves} \\ & \underset{\mathbf{x}_2}{\text{minimize}} \quad f_2(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2) = -2x_1^2 + x_2^3 + 2x_3^2 \\ & \quad \quad \quad - x_4^4 - x_5 + 3x_6^3 \\ & \quad \quad \quad - 2x_7 + 5x_8 + 4x_9^2 - x_{10}^3 \\ & \text{subject to} \quad 4x_1^2 - 3x_2^3 + 5(x_3 - 4)^2 - 6x_4 - x_5^2 \\ & \quad \quad \quad - x_6x_7 - 3x_8^4 + 5x_9 + x_{10} \leq 0 \\ & \quad \quad \quad -5x_1 - x_2^2 - 3x_3 - 4x_4^2 + x_5 + x_6^2 \\ & \quad \quad \quad - x_7^3 - 5x_8 - 2x_9^2 - x_{10} \leq -12 \\ & \quad \quad \quad 5x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 - x_5 - 6x_6 \\ & \quad \quad \quad - x_7 - 3x_8 + x_9 + 2x_{10} \leq 5 \\ & \quad \quad \quad -5 \leq x_i \leq 5, \quad i = 1, \dots, 10 \end{aligned} \right\}$$

問題5：上位決定変数 $x_1=(x_1, x_2, x_3, x_4)$ ，下位決定変数 $x_2=(x_5, x_6, x_7, x_8)$ ．

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{x_1} f_1(x_1, x_2) = & x_1^3 + (x_2 - 2)^2 - x_3 x_4 \\ & - 2x_5^2 + x_6^4 + (x_7 - x_8)^2 \end{aligned}$$

where x_2 solves

$$\begin{aligned} \text{minimize}_{x_2} f_2(x_1, x_2) = & -2x_1^2 + x_2^3 + 2x_3^2 - x_4^4 \\ & + 3x_5^3 - 2x_6 + 5x_7 + 4x_8^2 \end{aligned}$$

$$\text{subject to } 4x_1^2 - 3x_2^3 + 5(x_3 - 4)^2 - 6x_4$$

$$-x_5x_6 - 3x_7^4 + 5x_8 \leq 0$$

$$2x_1x_7 - x_2^2 - 3x_3 - 4x_4^2 + x_5^2$$

$$-x_6^3 - 2x_8^2 \leq -12$$

$$5x_1 + x_2 - 6x_3 + 4x_4 - 6x_5$$

$$-x_6 - 3x_7 + x_8 \leq 5$$

$$-5 \leq x_i \leq 5, i = 1, \dots, 8$$

提案PSO，進化的マルチエージェントシステム (EMAS)，従来の2レベルPSO手法(従来PSO)および TRUST-REGION手法(T-R)を問題1から問題5までの5種類の2レベル非線形計画問題に適用した結果は，表1から表5のように示されるここで，これらの4種類の手法において，安定した解が得られるような個体数と世代数を設定して，それぞれ，10回の試行を行った．最適解が既知の問題1，2に対して，提案手法を適用した結果，表1，2から，4種類のすべての手法により，最適解が得られることがわかる．ここで，問題，2のような2変数の非常に簡単な問題に対しては，TRUST-REGION手法(T-R)は極めて早い計算時間で最適解が得られている．

しかし，一見問題1，2とほとんど差がないような最適解が既知の2変数の問題である問題3に各手法を適用した結果，表3に示されているように，TRUST-REGION手法のみが最適解に到達することができず，提案PSO，進化的マルチエージェントシステムおよび従来の2レベルPSO手法の法が正確さに関して優れていることが確認できる．

そこで，最適解が未知の問題4に，TRUST-REGION手法(T-R)を除いた残りの3種類の手法，すなわち，提案PSO，進化的マルチエージェントシステム (EMAS)，従来の2レベルPSO手法(従来PSO)の適用を試みた結果が表4に示されている．表4から直ちにわかるように，提案手法は解の精度に関しては，残りの手法よりも非常に望ましい結果が得られることが確認できた．さらに，計算時間に関しても，優れていることがわかる．

このような表4の結果を踏まえて，問題4において精度は劣るが計算時間に関してはそれほど差異が認め

表1 問題1への適用結果

手法	提案 PSO	EMAS	従来 PSO	T-R
最良値	17.0000	17.0000	17.0000	17.0000
平均値	17.0000	17.0000	17.0000	
最悪値	17.0000	17.0000	17.0000	
時間 (秒)	10.11	12.33	15.01	1.16

表2 問題2への適用結果

手法	提案 PSO	EMAS	従来 PSO	T-R
最良値	2.00000	2.00000	2.00000	2.00000
平均値	2.00000	2.00000	2.00000	
最悪値	2.00000	2.00000	2.00000	
時間 (秒)	11.45	13.29	15.62	0.17

表3 問題3への適用結果

手法	提案 PSO	EMAS	従来 PSO	T-R
最良値	62.31249	62.31249	62.31249	88.79
平均値	62.31249	62.31250	62.31249	
最悪値	62.31250	62.31250	62.31250	
時間 (秒)	11.15	14.70	441.73	0.33

表4 問題4への適用結果

手法	提案 PSO	EMAS	従来 PSO
最良値	-210.00000	-199.51502	-189.16253
平均値	-209.99999	-196.16092	-186.83158
最悪値	-209.99998	-192.90440	-184.67067
時間 (秒)	74.148	94.303	1357.313

表5 問題5への適用結果

手法	提案 PSO	EMAS
最良値	442.5933626	461.087664
平均値	442.5933815	463.110938
最悪値	442.5933981	466.620022
時間 (秒)	73.226	149.3074

られなかった進化的マルチエージェントシステム (EMAS)と提案PSOを，最適解が未知の問題5に適用した．表5に示されている得られた結果により，提案手法は，非常に望ましい解の精度を約半分の時間で導出できることが判明した．

これまで述べてきた表1から表5に示されている結果からわかるように，提案PSO，進化的マルチエージェントシステム (EMAS)，従来の2レベルPSO手法(従来PSO)およびTRUST-REGION手法(T-R)を問題1から問題5までの5種類の2レベル非線形計画問題に

適用した数値実験によれば, 提案手法は, 高精度かつ高速な望ましいStackelberg解の導出法であるといえる。

5. おわりに

本論文では, 2 人の意思決定者が非協力関係である 2 レベル計画問題に焦点を当て, Particle Swarm Optimization手法を用いたStackelberg解の導出のための高精度かつ高速なアルゴリズムの提案を試みてきた。規模と非線形性の度合いが異なる 5 種類の数値例に対して, 提案PSO, 進化的マルチエージェントシステム (EMAS), 従来の 2 レベルPSO手法 (従来PSO) および TRUST-REGION手法 (T-R) の 4 種類の手法を適用して, 比較・検討することにより提案手法の有効性の検証を行った。今後の展望としては, ファジィ性やランダム性を含む様々な不確実性の下での 2 レベル非線形計画問題や多重レベル計画問題に対する拡張が望まれる。

参 考 文 献

- [1] J. F. Bard, "Coordination of a multidivisional firm through two levels of management", *Omega*, Vol.11, No.5, pp.457-465, 1983.
- [2] J. F. Bard, "An efficient point algorithm for linear two-stage optimization problem," *Operations Research*, vol.38, pp.556-560, 1983.
- [3] J. F. Bard, J. E. Falk, "An explicit solution to the multi-level programming problem," *Computers and Operations Research*, vol.9, pp.77-100, 1982.
- [4] J. F. Bard, J. T. Moore, "A branch and bound algorithm for the bilevel programming problem," *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*, vol. 11, pp.281-292, 1990.
- [5] W. F. Bialas, M. H. Karwan, "On two-level optimization," *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. AC-27, no.1, pp.211-214, 1982.
- [6] W. F. Bialas, M. H. Karwan, "Two-level linear programming," *Management Science*, vol.30, pp.1004-1020, 1984.
- [7] B. Colson, P. Marcotte, G. Savard, "A Trust-Region Method for Nonlinear Bilevel Programming: Algorithm and Computational Experience," *Computational Optimization and Applications*, vol.30, pp.211-227, 2005.
- [8] J. Fortuny-Amat, B. McCarl, "A representation and economic interpretation of a two-level programming problem," *Journal of the Operational Research Society*, vol.32, pp.783-792, 1981.
- [9] 加藤浩介, 松井猛, 坂和正敏, 森原憲治, "非線形計画問題に対する Particle Swarm Optimization に基づく近似解法", *知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌)*, Vol.20, No.3, pp.399-409, 2008.
- [10] K. Kato, M. Sakawa, T. Matsui, H. Ohtsuka, "A Computational Method for Obtaining Stackelberg Solutions to Noncooperative Two-Level Programming Problems through Evolutionary Multi-Agent Systems," *Proceedings of Third KES International Symposium, KES-AMSTA 2009*, pp.639-648, 2009.
- [11] J. Kennedy, R. C. Eberhart, "Particle Swarm Optimization", *Proc. IEEE Int. Conf. Neural Networks*, Piscataway, NJ, pp.1942-1948, 1995.
- [12] S. Koziel, Z. Michalewicz, "Evolutionary algorithms, homomorphous mappings, and constrained parameter optimization", *Evolutionary Computation*, vol.7, no.1, pp.19-44, 1999.
- [13] K. E. Parsopoulos, M. N. Varahatis, "Recent approaches to global optimization problems through particle swarm optimization", *Natural Computing*, vol.1, no.2-3, pp.235-306, 2002.
- [14] 丹羽啓一, 加藤浩介, 坂和正敏, 西崎一郎, "2 レベル非線形計画問題に対する生物群最適化に基づく発見的解法を用いた Stackelberg 解の計算方法," 第22回ファジィシステムシンポジウム, pp.229-230, 2006.
- [15] K. Niwa, I. Nishizaki, M. Sakawa, "Computational methods for obtaining Stackelberg solutions to two-level non-linear programming problems," *Proceedings of Second Asia-Pacific Conference on Industrial Engineering and Management Systems*, pp.489-492, 1999.
- [16] M. Sakawa, I. Nishizaki, *Cooperative and Noncooperative Multi-Level Programming*, Springer, New York, 2010.
- [17] D. J. White, G. Anandalingam, "A penalty function approach for solving bi-level linear programs," *Journal of Global Optimization*, vol.3, pp.397-419, 1993.
(2010年6月16日 受付)
(2011年3月17日 採録)

[問い合わせ先]

〒739-8527 広島県東広島市鏡山1-4-1

広島大学大学院工学研究院

松井 猛

TEL: 082-424-7695

FAX: 082-424-7195

E-mail: tak-matsui@hiroshima-u.ac.jp

著者紹介

まつい たけし
松井 猛 [正会員]

平 14 広島県立大・経営・経営情報
卒, 平 17 同大学院修士課程了, 平 20
広島大学大学院博士課程了, 平 20 同
大学大学院工学研究科複雑システム工
学専攻助教, 平 22 年同大学大学院工
学研究院電気電子システム数理部門助
教となり, 現在に至る. ソフトコン
ピューティング手法に基づく非線形計
画法の研究に従事, 博士 (工学).

さかわ まさとし
坂和 正敏 [正会員]

昭 45 京大・工・数理卒, 昭 50 同大
大学院博士課程了, 昭 50 神大・工・シ
ステム助手, 昭 56 同助教授, 昭 62 岩
手大・工・教授を経て, 平 2 広島大・
工・第二類 (電気系) 計数管理工学講
座教授, 平 13 同大学大学院工学研究
科複雑システム工学専攻教授, 平 22
同大学大学院工学研究院電気電子シ
ステム数理部門教授となり現在に至る.
大規模システム, 多目的システム,
ファジィシステムにおける意思決定手
法とその応用に関する研究に従事, 工
博. 著書数理計画法の基礎, 離散シス
テムの最適化 (森北出版), ソフト最適
化, 遺伝的アルゴリズム (朝倉書
店), Fuzzy Sets and Interactive
Multiobjective Optimization (Plenum
Press), Cooperative and Noncoop-
erative Multi-Level Programming,
Fuzzy Stochastic Multiobjective Pro-
gramming (Springer) など.

いしまる けいいち
石丸 恵一 [正会員]

平元京大・理卒, 同年富士電気入
社, 平 19 新菱冷熱工業入社, 平 23 広
島大学大学院工学研究科博士課程了運
転計画の研究に従事し, 現在に至る.
博士 (工学).

A computational method for obtaining Stackelberg solutions to two - level nonlinear programming problems through particle swarm optimization

by

Takeshi MATSUI, Masatoshi SAKAWA and Keiichi ISHIMARU

Abstract :

In this paper, we focus on two - level nonlinear programming problems with no coordination between the decision maker at the upper level (the leader) and the decision maker at the lower level (the follower), and propose a computational method using particle swarm optimization (PSO) for obtaining Stackelberg solutions to two-level nonlinear programming problems. We can realize global search and reduce computational time by obtaining a rational response in every certain generation. Moreover, we carry out numerical experiments in order to demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed method by comparing with existing methods.

Keywords : two - level nonlinear programming, Stackelberg solutions, particle swarm optimization

Contact Address : **Takeshi MATSUI**

Faculty of Engineering, Hiroshima University

1-4-1, Kagamiyama, Higashi-Hiroshima, Hiroshima, 739-8527, JAPAN

TEL : 082-424-7695

FAX : 082-424-7195

E-mail : tak-matsui@hiroshima-u.ac.jp00