原著論文

複素ベクトル・ファジィ論理と可逆計算について†

荒木 智行*

近年，複素ベクトル真理値の研究がなされてきている。

本論文では，タイプ2ファジィ真理値を容易に扱うことのできる複素ベクトル・ファジィ論理を提案する。さらに本論文は，光工学的な観点から複素ベクトル真理値の演算のための論理ゲートの実現についても提案している。本論文で提案している論理ゲートはファジィ真理値の可逆計算を可能としている。

キーワード：複素ベクトル・ファジィ論理，タイプ2ファジィ真理値，光計算，可逆計算，可逆ゲート

1. はじめに

古くからファジィ推論・ファジィ制御の研究が多く成されてきている。また様々なファジィ論理が研究されてきている。それらの研究ではタイプ2ファジィ集合が重要な役割を果たしている。そのためタイプ2ファジィ集合の演算を効率的に行うことは重要である。

これまで光演算を使ったファジィ推論法が研究されてきた[20]。そして最近，半導体チップの内外でプロセッサ・チップ間やプロセッサ・コア間の配線を光配線にしてデータをやり取りするための技術の研究は進みSiフォトニクス技術として実用化に向けて開発が進められている[28, 29, 30]。現在，我々の生活の中に溶け込んで使用されているコンピュータ(PCのみならず，スマートフォンや家電などに内蔵されている組み込みコンピュータなども含む)は10年～数年前のスーパーコンピュータの能力に匹敵している[29]。

2011時点でスーパーコンピュータランキングで1位であった理化学研究所の「京」は8 PFlops (10^{15} Flops) 超の計算能力を有している。「京」は非常に多くのプロセッサから構成されている。今後，「京」を構成するプロセッサと同程度の性能を持ったプロセッサが，我々の身の回りのコンピュータに内蔵されつつある。また近い将来，スーパーコンピュータはE(エクサ)Flops (10^{18} Flops) 級のプロセッサを使用すべく研究開発が行われている。またそうなればEFlops級のスーパーコンピュータのプロセッサ並の能力を持ったプロセッサが我々の身の回りのコンピュータに内蔵される。そのような性能のプロセッサにおいては，プロセッサ内

のモジュール間，プロセッサ・チップ間，プロセッサ・コア間の配線を電気信号(即ち，電子の動きを利用した信号)でやりとりするのは，消費電力の観点から難しいことが指摘されている。ある調査ではEFlops級のプロセッサを電気配線技術を使って作ると，その消費電力は1 GW (10^9 W) 程度が必要となり，事実上，原子力プラント1基分の発電電力を消費することになると言われている[29]。この問題を解決する方法として，ICチップ内のモジュール等の間を光配線で接続する方法が研究され実用化されつつある[28, 29, 30]。図1が従来の電線を用いた場合の概念図であり，図2が光配線に置き換えた場合の概念図である。光配線では，1本の光配線内を数千の波長の光を用いて数千の信号を束ねて周波数多重化して送ることが可能であり，これらの信号を送受信するための電力は電気信号を用いた場合とは比較にならぬほど低い電力で実現可能である[28, 29, 30]。

ファジィ理論は，特に1980年代後半から非常に多くの製品開発の基礎技術として利用されてきており，現在でも盛んに利用されているのは周知のことである。また一方でファジィコンピュータおよびファジィマイクロプロセッサの研究もなされてきた[26]。ファジィコンピュータおよびファジィマイクロプロセッサは，バイナリな2値論理によるデータ処理による恩恵を，更に補完するためにファジィ論理およびファジィ真理値を扱うものとして研究されてきた[26]。

本研究では，近い将来，PC，サーバばかりではなく組み込みコンピュータにも用いられるプロセッサのモジュール間の配線が光配線となり，2値のデジタル情報を高速に処理できるようになることに着目し，その光配線内の部分で2値のデジタル処理を補うファジィ論理処理を実現する手法について検討する(図3)。このとき，光配線部分に構築するファジィ論

† On Complex Vector Fuzzy Logic and Reversible Computing
Tomoyuki ARAKI

* 広島工業大学工学部電子情報工学科
Department of Electronics and Computer Engineering, Faculty
of Engineering, Hiroshima Institute of Technology

図1 電線による配線のイメージ

図3 光学的ファジィ論理ゲートの適用

図2 光配線による配線のイメージ

理処理では、エネルギー消費を極力抑えることも求められる。

定義1 2値の最小単位を *bit* といい、 $\{0, 1\}$ の値をとる。この類似概念としてファジィ値の最小単位を *fit* (*fuzzy bit*)と呼ぶこととし、 $[0, 1]$ の値をとることと定義する。

2値のデジタルシステムにおいて1 bit を作り出すエネルギーが一定だと仮定する。情報を操作する論理ゲートの入力線の数と出力線の数が等しく、論理ゲートが論理的可逆性を持つとき論理ゲートは可逆であると言われる。また理想的な状態では、この論理ゲート

図4 可逆で保存的な論理ゲート

ではエネルギーを消費することがない。即ち、保存的に演算が行われるといわれる。これは物理学におけるエネルギー保存則に相当する[2, 15, 23, 24]。もし論理ゲートがユニタリー行列で表現されれば、このことは十分満たされる。これを *fit* 値に拡張して、入力線の数と出力線の数が等しく、論理ゲートが論理的可逆性を持つとする。その論理ゲートはエネルギーを保存し、理想的な状況では、その論理ゲートにおいてエネルギーを使うことなく演算ができることは自明である。これは論理ゲートをユニタリー行列で表現できるように構成することで実現できる。図4を用いて説明すると、論理ゲート U がユニタリー行列で表現可能であれば *fit* $i_k, o_k \in [0, 1]$ ($k=1, \dots, n$) について、入力

$$\text{ベクトル} \begin{pmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \end{pmatrix} \text{に対する出力ベクトル} \begin{pmatrix} o_1 \\ \vdots \\ o_n \end{pmatrix} \text{に関して}$$

$$\sum_{k=1}^n i_k^2 = \sum_{k=1}^n o_k^2 \quad (1)$$

が成立する。このとき、入力 i_k ($k=1, \dots, m$) に *fit* をセットするエネルギーと出力 o_k ($k=1, \dots, n$) の *fit* を測定するためにはエネルギーが必要であるが、式(1)から、ゲートに入力される(光の)電力と出力される電力が等しいことがわかるので、論理ゲート U での演算

では全くエネルギーを消費していない。

以上のことを踏まえ、本研究は、タイプ2のファジイ集合で表現されるデータをファジイ推論・ファジイ制御・ファジイ論理に応用できる図3のようなチップを作成するための理論的な基礎を確立することを目指している。特に光学的ファジイ論理ゲートの実現可能性を証明してゆく。

本研究では、一般のタイプ2ファジイ集合ではなく、対象をタイプ2のファジイ真理値に絞ることとする。一般的なタイプ2ファジイ集合に関しては、本研究の結果を踏まえた将来の課題とする。

タイプ2ファジイ真理値を扱うことができる論理はこれまで多く研究されている。それらの中で基本となる論理としてファジイインターバル論理(FIL)は、向殿、菊池[26]により提案された、未知のほかに矛盾の度合いを表現することができる無限多値論理である。ファジイインターバル論理では、タイプ2ファジイ集合の特殊な集合である拡張区間真理値とよばれる真理値を取り扱う。また、小田[16]により、向殿、菊池とは別のアプローチで未知、矛盾の度合いを表現する超論理空間(HLS)が提案されている。超論理空間に基づく論理において取り扱われる真理値は、拡張区間真理値と意味(解釈)としては異なるが、二つの実数の順序対として表現される。本稿では、双方の真理値を区間真理値と略して呼ぶことにする。

本研究では、最初に複素ベクトル真理値の概念について述べ、区間真理値の表現としての光のベクトル表現を考察する。次に光の特性を利用して台形真理値[14]の表現を考察し、その結果から言語真理値[6]の近似が可能であることを考察する。最後にタイプ2ファジイ真理値に対する可逆計算・保存的計算可能な光学演算素子について検討する。

2. 代表的なファジイ真理値と複素ベクトル真理値

定義2 [26, 16] $a_1, a_2 \in [0, 1]$ とする。このときこの二つの実数の組 $[a_1, a_2]$ を区間真理値と呼ぶ。

区間真理値の定義では、必ずしも $a_1 \leq a_2$ は要請されてない。表記 $[a_1, a_2]$ は、 a_1 と a_2 の順序対である。

定義3 [26, 16] 区間真理値における論理演算を次のように定義する；

(向殿・菊池否定)

$$\neg_{mk}[a_1, a_2] = [1 - a_2, 1 - a_1]$$

(小田否定)

$$\neg_o[a_1, a_2] = [1 - a_1, 1 - a_2]$$

(向殿・菊池論理積)

$$[a_1, a_2] \wedge_{mk} [b_1, b_2] = [\min(a_1, b_1), \min(a_2, b_2)]$$

(小田論理積)

$$[a_1, a_2] \wedge_o [b_1, b_2] = [\min(a_1, b_1), \max(a_2, b_2)]$$

(向殿・菊池論理和)

$$[a_1, a_2] \vee_{mk} [b_1, b_2] = [\max(a_1, b_1), \max(a_2, b_2)]$$

(小田論理和)

$$[a_1, a_2] \vee_o [b_1, b_2] = [\max(a_1, b_1), \min(a_2, b_2)]$$

すべての区間真理値の集合を $I = \{[a_1, a_2] \mid a_1, a_2 \in [0, 1]\}$ とする。このとき n 変数ファジイインターバル論理関数に対応する代数 $\langle I^n, \neg_{mk}, \wedge_{mk}, \vee_{mk} \rangle$ はド・モルガン代数をなし、同様に n 変数の超論理空間関数関数に対応する代数 $\langle I^n, \neg_o, \wedge_o, \vee_o \rangle$ はクリネ代数をなすことが知られている[26, 16]。これらの論理においては $\neg, \wedge, \vee$ の演算に対応する $1-, \min, \max$ の演算が本質的である。

定義4 [5] V_N を N 次元の実ベクトルとする。このとき $\mathbf{s}$ と $\mathbf{n}$ は V_N の要素であり、 $\mathbf{s}$ と $\mathbf{n}$ は直交しているものとする。このとき、 $(1-x)\mathbf{n} + x\mathbf{s}$ (ただし $x \in [0, 1]$) をベクトルファジイ真理値と呼ぶ。

ベクトルファジイ真理値は、通常ファジイ論理における数値真理値に相当する。しかしながら、単なる実数ではなく、ベクトルという概念を真理値に導入したものである。Mizraji は文献で、この真理値を用いて数値真理値を扱うファジイ論理をベクトル論理として扱っている。Mizraji の使用した論理演算は行列で表現されるが、非可逆であり、エネルギーを消費する。

定義5 [10, 11, 1] $r \in [0, 1]$ とし、 ω を実数とする。このとき $r \cdot e^{i\omega}$ を複素ファジイ真理値と呼ぶ。

Ramot[10, 11] らや Dick[1] は、実数の自然な拡張として複素数を真理値とするという点で、数学的には極めて自然な真理値の拡張を与えている。しかしながら、位相 ω の解釈について、様々な議論があり未決の問題も残している。

物理学においては、基本的な量は、複素数とベクトル(および行列)により表現される[18]。我々の世界は、客観的には物理学にしたがって表現されている。

一方、我々の思考の基礎となる論理は、物理学で表現されるとは経験的には考えられていない。しかしながら、月本は文献[21]において、物事が生じるという確率的な事象と論理的な思考との関連性に仮定を置き、論理を考察している。その際、論理における巾等律を満たすためには、実数方程式 $x^2 = x$ が成立する必

図5 $n-1$ 個の部分空間の構造のイメージ

要性を考察している. $x \in [0, 1]$ において, この方程式の解は0と1のみであることから, 任意の真理値は $(1-x)f(0)+xf(1)$ のような実数関数のベクトル $f(0)$ と $f(1)$ によって張られるベクトル空間であるとして考察を行っている. また, この考察をもとに独自の論理関数の提案を行っている[22].

$x^2 = x$ の解, さらに一般的に $n \geq 2$ でも成立する $x^n = x$ を考える. $x(x^{n-1}-1)=0$ の解は, 複素数で考えると0と1の $n-1$ 乗根である. このことは, 図5のような1個の偽と $n-1$ 個の真があり, 偽とそれぞれの $n-1$ 個の真が張る部分空間がタイプ1ファジィ真理値の集合になっていると解釈できる.

ここでは, 以上のことを考察しつつ, 複素ベクトル真理値を定義し, 区間真理値との関連について述べる.

定義6 α, β は $[0, 1]$ 上の実数とし, $\theta_\alpha, \theta_\beta$ を任意の実数とする. $\mathbf{s}, \mathbf{n}$ は N 次元複素ベクトルとし, $\mathbf{s}$ と $\mathbf{n}$ は直交しているものとする. このとき, 以下のようにベクトルの線形和として表現される真理値を複素ベクトル真理値と呼ぶ.

$$\alpha \cdot e^{i\theta_\alpha} \mathbf{n} + \beta \cdot e^{i\theta_\beta} \mathbf{s} \quad (2)$$

明らかに定義4, 定義5の真理値は複素ベクトル真理値の特殊な場合となっている.

以下では, 区間真理値と複素ベクトル真理値の対応について考察する. 複素ベクトル真理値において以下のような制限をつける.

$$(SH) \quad \theta_\alpha = \theta_\beta = 0$$

条件(SH)を入れると, 明らかに区間真理値 $[\alpha, \beta]$ に対応する複素ベクトル真理値が一对一に定まる.

定義7 区間真理値は複素ベクトル真理値に, 上述の条件(SH)を入れた真理値であり, 複素ベクトル真理値の特別な場合である.

さらに工学的な立場から複素ベクトル真理値を考察してみる. 複素ベクトル真理値の基底となっている $\mathbf{n}$ と $\mathbf{s}$ の具体的な候補として光を考える. 互いに直交す

る関係にある光の偏波の例としては以下があげられる. (光の各偏波の偏波状態を表す規格化されたジョーンズベクトル[25]も同時に示す. 各組み合わせのジョーンズベクトルの内積をとると0となるため直交していることがわかる.)

- 水平偏波 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ と垂直偏波 $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 左斜め偏波 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と右斜め偏波 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- 右回り偏波 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$ と左回り偏波 $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$

直交関係にある偏波は, 独立に偏光ビームスプリッターなどで分離できることは明らかである. しかしながら, 直交する二つの偏波の初期位相を独立に観測することは不可能である.

以上のことから定義6に「複素ベクトル真理値 t_1, t_2 に $t_1 = e^{i\theta} \cdot t_2$ なる関係があるときは, t_1 と t_2 を同一視する」ことを条件として加えることにする. このとき複素ベクトル真理値の標準形は以下のように定義できる.

定義8 (複素ベクトル真理値の標準形)

$$\alpha \mathbf{n} + \beta \cdot e^{i\theta} \mathbf{s} \quad (3)$$

3. 複素ベクトル真理値から台形ベクトル真理値への拡張, 言語ベクトル真理値の近似

二つの複素ベクトル真理値 t_1, t_2 を以下のように置くこととする.

$$t_1 = \alpha \mathbf{n}_1 + \beta e^{i\theta} \mathbf{s}_1 \quad (4)$$

$$t_2 = \gamma \mathbf{n}_2 + \eta e^{i\theta} \mathbf{s}_2 \quad (5)$$

ただし $\alpha, \beta, \gamma, \eta \in [0, 1]$ で, 基底の組 $\mathbf{n}_1, \mathbf{s}_1$ と $\mathbf{n}_2, \mathbf{s}_2$ は異なる波長の光だとする. このとき t_1 と t_2 は波長が異なるので, 独立に工学的な操作を行うことができる. このことから, t_1 と t_2 を用いることにより図6のような台形真理値を表現できることは明らかである. また, 波長の異なる多くの複素ベクトル真理値を用いれば図7のように言語真理値を近似する真理値を構成できることは明らかである.

図6 t_1, t_2 による台形真理値

図7 言語真理値の近似

4. ファジイ値の可逆計算をする光学的ゲート

ファジイ論理値を可逆計算できることはRovattiらにより既に文献[12]で示されているが、文献[12]で検討されている論理演算としてのAND, ORは一般的なノルムであるが、NOTに関しては非常に特殊な不連続な関数であることを要求している。また、実現するための数学的な条件は示されているが、実現するためのデバイスに関しては検討されていない。本稿ではANDには $\min$, ORには $\max$, NOTには $1 - \text{ }$ というごく自然な演算を採用してファジイ値を可逆計算する手法について検討を行う。

4.1 複素ベクトル真理値の演算の前提

複素ベクトル真理値 $\alpha e^{i\theta_{\alpha n}} + \beta e^{i\theta_{\beta s}}$ は二つの項からなる。 n と s は正規直交した基底であるため $\alpha e^{i\theta_{\alpha n}}$ と $\beta e^{i\theta_{\beta s}}$ は偏光ビームスプリッターなどで分離して独立して演算ができる。そのため以下で扱う光学ゲートではタイプ1のファジイ真理値の代表として $\alpha e^{i\theta_{\alpha n}}$ について議論する。更に位相 θ_{α} に変化が生じない場合には $\alpha e^{i\theta_{\alpha n}}$ を単に α と記すことにする。また α は $0 \leq \alpha \leq 1$ なる実数であるが $\alpha = \sin \theta$ と定義し、 α は θ ($0 \leq \theta \leq \pi/2$) によって決定されるものとする。

図8 光カー効果

4.2 光カー効果

図8のように光カー媒質に信号光と制御光を通す状況を考える。光カー媒質は制御光の電力の2乗に比例して屈折率が線形的に変化する(文献[25]のp.110, 式(3.22), 文献[15])。媒質の屈折率が変化すると光の速度が変化する。このことにより信号光の位相を制御光の電力で線形に変化させたのと同様のことが起きる。以降の議論では一般性を失わない限り議論を簡単にするために信号光の位相の変化 θ を $\theta = c \cdot |\alpha|^2$ とする(ただし c は定数、 $c \cdot |\alpha|^2$ は制御光 α の電力である。 θ, α の範囲は $0 \leq \theta \leq 2/\pi$, $0 \leq \alpha \leq 1$ となるように定数 c は決定するが、本稿では値を規格化するため $c = 1$ として議論する。

4.3 NOTゲート, COPYゲート

Fredkin, Toffoli[2]により可逆で保存的な万能ゲートが考察され、一般的にFTゲートと呼ばれている。またFTゲートはMilburn[4]により量子計算[15]のための光学的なゲートとして実現可能であることが示された。

図9がNOTおよびCOPYを実現するFTゲートである。このFTゲートには制御線が1本、信号線が2本ある3入力、3出力のゲートである。制御線に α を入力すると2本目の出力線に α の否定が、そして3本目の出力線に α がコピーされて出力される。図10がMilburnの光学的FTゲートである。Milburnは $\alpha = c_1|0\rangle + c_2|1\rangle$ (ただし c_1, c_2 は $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$ を満たす複素数、 $|0\rangle, |1\rangle$ は正規直交基底。)なる入力を想定して量子計算的な解析を行っている。本稿はこのゲートを古典的な意味で解釈してみる。

二つの入射光 I_1, I_2 に1, 0に相当する光を入射し、上のアームの光カー媒質に振幅 α の制御光が入射されたとき、媒質を通過する光は θ 位相が変化するとする。このとき図11のように二つの出射光 O_1, O_2 の振幅は $\cos \theta, \sin \theta$ となる。これらの出力を観測するときには、光の電力を観測することになる。 O_1 に出力される電力は $\cos^2 \theta$, O_2 に出力される電力は $\sin^2 \theta$

となる. $\cos^2\theta=1-\sin^2\theta$ であることから, このゲートは O_1 に 1-の否定演算の結果を出力し, O_2 に α のコピーを出力する.

この光学的FTゲートが可逆であることを確認するには

$$U_{NOT} \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \cos\theta \\ \sin\theta \end{pmatrix} \quad (6)$$

において U_{NOT} がユニタリー行列なれば良い. U_{NOT} を具体的に書いてみると

$$U_{NOT} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (7)$$

となる. この U_{NOT} がユニタリー行列であれば $U_{NOT}^\dagger = U_{NOT}^{-1}$ が成立する. ただし $U_{NOT}^\dagger$ は U_{NOT} の転置共

図9 FTゲート (NOT, COPY)

図10 光学的FTゲート

図11 出力 O_1 と O_2 の関係

図12 Fuzzy FTM

役行列を表す. $U_{NOT}U_{NOT}^\dagger$ を実際に計算してみると単位行列となるので U_{NOT} はユニタリー行列である. したがって U_{NOT} は可逆で保存的なゲートである.

以降, ここで考察したゲートをFuzzy FTMと名付け, 図12のように表記することとする.

4.4 ANDゲート, ORゲート

Picton[8]は, 多値論理を扱うことのできる光電子工学的で保存的な論理ゲートの実装について提案した. ここで提案されているゲートは, 多値のしきい値を用いて, 入力された光の電力を比較して他の二つの入力光を制御して出力するものである(詳細略). Pictonは文献[9]で文献[8]のゲートを拡張して, 多値論理演算としての $\min, \max$ の演算を考察している. このゲートはModified Fredkin Gate(以下, MFGと略記する)と呼ばれている. MFGの概念図を図13に示す.

MFGの入力と出力の関係は以下のようなルールで決定される.

- $P = A$
- $Q = B$
- $R = C$ if $A < B$ else $R = D$
- $S = D$ if $A < B$ else $S = C$

即ち, A, B はそのまま出力され, $A < B$ が成立したときのみ C, D が交換されて出力される. これは図14

図13 MFG の概念図

図14 $\min$ と $\max$

図15 $\min(\alpha_1, \alpha_2)$ と $\max(\alpha_1, \alpha_2)$

のような入力を与えると $\min, \max$ の演算を行えることを意味する。PictonはMFGを多値論理演算のゲートとして考察しているが、 $\min, \max$ は二つの入力線A, Bの大小関係によりC, Dの値を交換して出力するか否かを決定するゲートなので連続なファジィ値を扱うゲートとしても利用可能である。

MFGを表現する行列をUMGFとする。 $A < B$ が成立しているときは

$$U_{MFG} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

となり $A < B$ が成立しないときには

$$U_{MFG} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

となる。式(8), (9)いずれの場合も $U_{GMT} U_{GMT}^\dagger$ を計算すると単位行列になるのでGMTは明らかに可逆で保存的なゲートである。

二つの光 α_1 と α_2 の $\min(\alpha_1, \alpha_2)$ と $\max(\alpha_1, \alpha_2)$ を可逆で保存的に得るゲートは、Fuzzy FTMとMFGを組み合わせて図15のようになる。左の二つのFuzzy FTMは α_1 と α_2 をCOPYするために必要となる。

5. むすび

本稿では、複素ベクトル真理値の光学的な実現について提案し、ファジィ値の論理演算として可逆で保存的なNOT(1-), AND($\min$), OR($\max$)の実現について考察した。そしてNOT演算に関しては量子計算の分野で提案されている光学的FTMゲートを古典的なファジィ値のNOT演算、COPY演算に利用できることを理論的に確認した。またFuzzy FTMと文献[8, 9, 7]などで多値論理ゲートとして考察されてきたMFGを組み合わせてファジィ値のAND, OR演算に利用できることを理論的に確認した。今後、複素ベクトル真理値に対応する光の集合を本論文で提案したNOT,

AND, ORゲートで論理的な処理を行う体系を複素ベクトル・ファジィ論理と呼ぶことにする。

演算としてNOT(1-), AND($\min$), OR($\max$)を基本として、さらに拡張原理を適用した場合、正規で凸なタイプ2ファジィ真理値はドモルガン代数を成すことが水本, 田中[6]により示されており、さらに一般的な場合についても研究されてきている[3]。さらに非凸なタイプ2ファジィ集合の性質や、それらの値を取る論理関数も研究されてきている[17, 19]。しかしながら正規で凸なタイプ2ファジィ集合は様々な工学分野に多くのアプリケーションを持っており、その演算を少ないエネルギーで効率的に行うための応用研究は現在でも重要だと考えられる。

さらに少し別の観点から本論文で提案した光学的ファジィ論理ゲートの有効性について考察してみる。特殊な区間真理値 $I_2 = \{[0, 0], [1, 1]\}$ を考える。このとき $I_2^n, \neg_{mk}, \wedge_{mk}, \vee_{mk} > n$ なる代数はブール代数であり、これは n 変数2値論理関数に対応する。このことからわかるように、本論文で提案した光学的ファジィゲートは特殊な真理値を用いることにより2値論理の論理回路で計算できるすべての演算を可逆で保存的に、即ち少ないエネルギーで効率的に実行可能であることがわかる。しかしながら、詳細については今後の課題とする。

さらに今後の課題として、タイプ2ファジィ真理値だけでなく、その他の一般的なファジィ集合への適用が残される。ここで少し考察しておく。タイプ2ファジィ真理値は $[0, 1] \times [0, 1]$ の部分集合である。一般的なタイプ1のファジィ集合は、例えば台集合をAとすると $A \times [0, 1]$ の部分集合となる。例えば $A = [0, 100]$ なる実数区間とすると $A \times [0, 1]$ のタイプ1ファジィ集合は $[0, 1] \times [0, 1]$ の部分集合となるファジィ集合の台集合を100倍に拡大したものである。拡大は一般的に乗算器を用いて行われる。例えば、図3における光学的なファジィゲートで生成したタイプ2ファジィ集合を電子的なモジュールの乗算器にかけて拡大するなどの操作も可能となる。このようにしてファジィ制御やファジィ推論に必要なファジィ集合をエネルギー効率を良く作り出すことも可能となると考えられるが詳細については別途議論する予定である。

謝辞

本研究を進めるにあたり様々なコメントをいただきました広島工業大学玉野和保先生、鈴木貴先生、浅野敏郎先生に深謝します。また日頃からファジィ論理、多値論理に関してご指導をいただいております明治大学向殿政男先生に深謝いたします。

参 考 文 献

- [1] Dick, S.: Toward Complex Fuzzy Logic, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol.13, no.3, 2005.
- [2] Fredkin, E. and Toffoli, T., Conservative Logic, Int. J. Theoret. Phys. Dev., Vol.21, pp.219-253, 1982.
- [3] Kawaguchi, M.F., Generalized Extended t-Norms as t-Norms of Type 2, Proc. Int. Symp. on Multiple-Valued Logic, pp.292-297, 2009.
- [4] Milburn, G., Quantum Optical Fredkin Gate, PHYSICAL REVIEW LETTERS, Vol.62, No.18, 1989.
- [5] Mizraji, E.: Vector Logics: The matrix-vector representation of logical calculus, Fuzzy Sets and Systems, Vol.50, pp.179-185, 1992.
- [6] Mizumoto, M. and Tanaka, K., Some Properties of Fuzzy Sets of Type 2, Information and Control, Vol.31, No.4, pp.341-363, 1976.
- [7] Perkowski, M. et al, Regular Realization of Symmetric Functions Using Reversible Logic, Proc. Euromicro Symposium on Digital Design, pp.245-252, 2001.
- [8] Picton, P., Optoelectronic, Multivalued, Conservative Logic, Int. Journal of Optical Computing, Vol.2, pp.19-29, 1991.
- [9] Picton, P., A Universal Architecture for Multiple-Valued Reversible Logic, MVL Journal, 5, pp.27-37, 2000.
- [10] Ramot, D., Milo R., Friedman, M., and Kandel, A.: Complex Fuzzy Sets, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol.10, no.2, pp.171-186, 2002.
- [11] Ramot D., Friedman, M., Gideon Langholz G., and Kandel, A.: Complex Fuzzy Logic, IEEE Trans. on Fuzzy Systems, Vol. 11, no.4, 2003.
- [12] Rovatti, R. and Baccarani, G.: Fuzzy Reversible Logic, Proc. The 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems, pp.761-766, 1998.
- [13] 荒木, Type-2 ファジィ真理値の複素ベクトル表現とその応用 (2), 日本知能情報ファジィ学会・ソフトサイエンス研究部会, 第22回ソフトサイエンス・ワークショップ講演論文集, pp.101-104, 2012.
- [14] 大塚, 江本, 向殿, ファジィ論理における台形真理値の性質について, 日本ファジィ学会誌, Vol.11, No.2, pp.338-346, 1999.
- [15] 大矢, 量子コンピュータの数理, 丸善, 1999.
- [16] 小田: 多次元多値論理体系の提案-ファジィ論理の多次元拡張としての超論理空間モデル-, 日本経営工学会論文誌, Vol.49, No.3, pp.136-145, 1998.
- [17] 菊池, 多重区間真理値を取る関数の性質について, 日本知能情報ファジィ学会, 第23回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, TD1-2, pp.477-480, 2007.
- [18] 小林, 表現と表示, 日本評論社, 1996.
- [19] 高木, 非凸なファジィ真理値とその性質, 日本知能情報ファジィ学会, 第23回ファジィシステムシンポジウム講演論文集, TD1-4, pp.487-492, 2007.
- [20] 玉野, 光学ファジィ演算による画像認識法, 日本ファジィ学会誌, Vol.6, No.5, pp.1012-1020, 1994.
- [21] 月本: 連続値論理数学について, 知識工学と人工知能, Vol.60, No.5, pp.1-6, 1988.
- [22] 月本: 古典論理のすべての公理を満たす連続値論理関数について, 電子情報通信学会論文誌D-I, Vol.J-77-D-I, No.3, pp.247-252, 1994.
- [23] 森田, 可逆コンピューティング, 情報処理, Vol.53, No.5, pp.496-502, 2012.
- [24] 森田, 可逆計算, 近代科学社, 2012.
- [25] 服部, 非線形工学入門, 裳華房, 2009.
- [26] 向殿, 菊池: ファジィ・インターバル論理の提案, 日本ファジィ学会誌, Vol.2, No.2, pp.209-222, 1990.
- [27] 山川, FUZZY コンピュータの発想, 講談社, 1988.
- [28] 光・電気をCMOSで混載 IBM社が開発に本腰, 日経エレクトロニクス, 2010.12.27, pp.12-13, 2010.
- [29] 光配線があらゆる機器へ 光と電気をチップで融合, 日経エレクトロニクス, 2011.7.11, pp.65-76, 2011.
- [30] 光伝送はチップ間へ 光源もCMOS互換に, 日経エレクトロニクス, 2013.4.15, pp.43-51, 2013.
- (2012年11月15日 受付)
(2013年10月24日 採録)
- [問い合わせ先]
〒731-5193 広島市佐伯区三宅2-1-1
広島工業大学 工学部 電子情報工学科
荒木 智行
TEL: 082-921-4303
FAX: 082-921-4303
E-mail: araki@ieee.org

著者紹介

あらき ともゆき
荒木 智行 [正会員]

1985年明治大学工学部電子通信工学科卒業、1987年同大学院博士前期課程修了。同年、日本アイ・ビー・エム株式会社入社。PBX、ネットワーク・マネジメント・ソフトウェアの開発・導入に従事。1991年より明治大学・電算化推進室。1993年より神奈川工科大学工学部情報工学科助手。2002年より広島工業大学工学部電子・光システム工学科講師。2004年同助教授。2007年同工学部電子情報工学科准教授。博士(工学)。多値論理、ファジィ論理、量子情報科学、ネットワークアプリケーション、情報技術を用いた障害者・高齢者支援システムなどの研究に従事。日本知能情報ファジィ学会、電子情報通信学会、情報処理学会、日本テレワーク学会、IEEEなどに所属。

On Complex Vector Fuzzy Logic and Reversible Computing

by

Tomoyuki ARAKI

Abstract :

Recently, complex vector truth value and its optical representation have been studied.

In this paper, we propose complex vector fuzzy logic, which can treat fuzzy truth values of Type-2 easily. Furthermore, this paper proposes realization of logical gates for operations of complex vector truth value from optical engineering's point of view. Logical gates proposed in the paper enable us to realize reversible computing of fuzzy truth values.

Keywords : complex vector fuzzy logic, fuzzy truth value of Type-2, optical computing, reversible computing, reversible gate

Contact Address : Tomoyuki ARAKI

Department of Electronics and Computer Engineering, Faculty of Engineering, Hiroshima Institute of Technology

2-1-1, Miyake, Saeki-ku, Hiroshima, 731-5193, Japan

TEL : 082-921-4303

FAX : 082-921-4303

E-mail : araki@ieee.org