原著論文

初等幾何図形入力システムにおける角判定†

福田 亮治*・古城 柊人*

初等幾何における図形を非視覚情報として伝えるとき、触覚情報（形としての情報）に加えて図形の種類や相互関係を合わせて伝える必要がある。手描き入力によりこのような図形情報を入力するシステムを作成する場合に、判断が難しい物の一つに角判定（折れ曲がりの判定）がある。角判定は書き手や対象（分野など）により状況が変化しやすく柔軟に対応しうるシステムの開発が必要と思われる。この論文では、我々が開発しようとする図形入力システムの概要とその中での角判定の位置づけおよび、ショケ積分型評価関数および遺伝的アルゴリズムを用いた、角判定の実現方法について述べる。ショケ積分型の評価関数は、特徴量およびその相互関係の重要度を直接的に把握することができ、ユーザが適宜微調整しながら使用する場合に適している。判別関数に関するパラメータ決定のための学習や、それに必要となる正規化については、複数の特徴量を伴うデータのグループ分けという立場で一般化しやすい形での実現を目指している。

キーワード：図形認識， ファジィ積分， 評価関数

1. はじめに

視覚情報を触覚情報やテキスト情報として伝えることで、視覚障がい者にとっての情報のバリアを取り除く工夫や研究は古くから盛んにおこなわれている。その中でも、自然科学分野における数式や図形などの視覚情報では、形や位置関係に特別な意味があったり、状況に応じてとらえ方を変えるべきだったりと取り組むべき問題が多様で、さまざまな角度から研究されている([1, 2, 3])。そのような中にあっても、視覚情報を得ることができない状況で初等幾何の図形情報を伝えることは困難で、全盲の学生に経験を積んだ教育者が伝える場合でも多くの時間を要することがしばしばである。

聴覚障がい者に対するサポートであるノートテイカーは、音声として伝えられる情報を手書やキーボード入力の文字として伝えるもので、数回の研修を受けたボランティアにより実行可能なサービスである。このようなサービスを、視覚情報の提供の目的で行うことは現時点では容易ではない。しかし、触覚情報を実時間で表示するための機械[1]や、音声合成や点字モニターを用いたテキスト情報の伝達手段の普及[2]などを考えると、実現不可能ではないと考えられる。こ

の報告では、図形をこのような形で伝達するうえで把握すべき情報を手描きの線図形から認識する手法に関して、角判定を中心にその概要および汎用的な学習を想定した認識手法について述べる。

図形情報を伝えるうえでの障害の原因として、人間の目(脳)の認識能力の高さを挙げることができる。科学的内容の解説に対して、効果的な図が描いてあるとわかりやすくなるが、これは雑多な情報を把握したうえで、その中から必要な情報だけを取り出すという作業が一瞬に行われている事によるのであろう。触覚による図形情報の伝達に関しては、複雑なものが表現できないだけではなく、このような能力がほぼ期待できないということも合わせて考える必要がある。適切な情報を提供するためには、多面的な情報を簡単な操作で取得し、その中から必要な部分を適切な形で伝える必要がある。

マウスやペンタブレットなどによる図形入力は、直感的に把握しやすい手法である([4])。この報告で扱う認識は、マウスで描かれたフリーハンドの描画曲線から必要な情報を取得するために必要な技術である。この報告での中心的な話題は、多角形の頂点の近くのように折れた線と、円弧のような曲線との判別、すなわち「角判定」である。初等幾何における図形を入力するソフトウェアを実現するとき、マウスで描かれた曲線を、種類や他との関連を把握した上で入力することが望ましい。基本的な線図形の入力の中で必要になる認識は比較的単純なものが多いが、ほぼ唯一「角判定」は複雑な要因を含んでいるものである(詳細を2節で

† Corner Judgment in a Handwriting Input System for Elementary Geometry

Ryoji FUKUDA and Masato KOJO

* 大分大学工学部 大分大学大学院工学研究科
Faculty of Engineering Oita University, Graduate School of Engineering Oita University

述べる)。加えて多角形や円の入力における入力の修正は、正解に対する候補を特定することが困難であることがあり、他と比べて「角判定」に高い精度が要求される。

角判定と本質的に近い「角検出」はデジタル画像処理の分野で広く研究されている([5])。また、本研究における「角判定」はある種の分類器とも見ることが出来る。全ての人に対応するグローバルな解を求めることが目標とする場合、サポートベクターマシン([6])やAdaBoost([7])、バイズ分類器([8])などの代表的な分類器を用いた解析の中に最良のものがあられると思われる。しかし、手描き入力によるオンラインの角の判定は、現在与えられている状況に対してだけ問題を解決すればよいわけではなく対象(分野)、書き手などが変化する場合でも柔軟に対応できるように、直感的に分かりやすい特徴量を用いて、変化に対応すべきである。さらに、得られた判断方法に対して、必要があれば手作業で微調整できるような手法の開発が、将来的に実現したい目標である。

この研究における判断には、3種類の特徴量を用いたショケ積分型の評価関数を用いている。この評価関数には、それぞれの特徴量および任意の2つの特徴量の組み合わせに対応する係数が必要で、これらの係数が特徴量単独での重要度と、2つが同時に大きいことに対する重要度を表している。これらの係数は比較の意味の捉えやすいものであり、入力システムにおいて適切なユーザインターフェイスが実現されれば調整された係数をユーザが微調整することも可能となる。また、係数の最適化には遺伝的アルゴリズムを用いるが、これは状況に関する予備知識なしで最適解を広い係数空間から選り出すために用いている。この研究では提案手法により、十分な判別能力を実現することが可能であることを示し、さまざまな状況に柔軟に対応しうる「角判定」を含むシステムを構築する足がかりにしたい。

本論文で用いるショケ積分型評価関数に用いる特徴量は $[0, 1]$ の値を取る必要があり、生のデータを効果的に正規化する必要があるが、本手法では[13]で用いた手法で正規化を実現している。また、遺伝的アルゴリズムにおける遺伝子の組み換えに対しては、ベクトルを遺伝子とする状況で汎用的に適用することができるものを実現しているので、短見的にはユーザによるシステムの柔軟な調整(学習機能など)の実現、長期的には様々な分野への適用を期待するものである。

2. 図形入力に必要な認識

初等幾何で用いられる図形は、その本質的な情報が線要素で構成されている。この報告では、入力の対象を円(円弧)、および線分で構成される図形とする。マウスによって描かれた線は、円または線分、折れ線と判断され、それらを組み合わせて図形情報が作られるものとする。実際には領域を塗りつぶすことなどで、領域を表していることも多々あるがここでは対象としない。この節では、このような線要素で構成される図形情報が、手描きの線によって入力される場合に必要となる情報の要素と要素間の関係の概略について述べる。著者らは[9]において非視覚情報として図形情報を入力するための実験的なシステムについて報告したが、この節の内容はこれに基づくものである。

2.1 入力される要素

初等幾何の図形の特徴として、入力された図形の構成要素が相互に関わりを持ち、その関係そのものが考察の対象となることが挙げられる。一般的に情報はグラフ構造としてとらえることでわかりやすくなることが多いが、我々の解析の対象とする図形情報において、節点は「点」や「線分」などの図形の概念に結びついた要素であり、有向辺(または無向辺)は要素間の関係、またはループとして図形要素の属性としてとらえ

表1 図形情報の節点

概念	描画に必要な情報
点	座標
角	点, 開始角, 終了角
線分	端点(始点, 終点)
円弧	角, 半径
円	中心, 半径
三角形	3点
四角形	4点
扇形	円弧

表2 図形要素の属性

要素	属性
角	直角, 平角
三角形	正三角形, 直角三角形, 2等辺三角形
四角形	平行四辺形, ひし形, 長方形, 正方形

表3 図形要素の関係

要素1	要素2	関係
線分	点	端点, 中点
円	点	中心
円	線分	直径, 半径, 弦, 接する
線分	線分	平行, 直交
三角形	円	内接, 外接

られる。このような立場から、次の表1が節点としての代表的なものである。要素の属性(辺としてはループ)としては、表2に代表的なものを挙げておく。要素間の関係としては、単純な要素の包含や共有に加えて、表3のものを考える。われわれの実験的なシステム[9]では表1～3を解析や認識の対象としている。

2.2 認識の部品

前項で述べた要素や属性、関係を認識するためには次のような情報が必要となる。

- 2点間の距離
- 点と曲線(直線)の距離
- 円と曲線(直線)の距離
- 線分の角度
- 角の判定

最後に挙げられた角の判定は、円弧のように曲がった線として描かれているか、多角形の頂点のように折れた線として描かれているかの判断で、定量的には表現しづらい項目である。他は図形情報から比較的容易に定量化しうる。

これらを用いると、基本的に前項で述べた全ての判断をすることができる。比較的困難と思われるいくつかの例で、その組み合わせ方法を示しておく。

- 円であること：始点と終点が同一 a) かつ、途中に角がない e)
- 線分が円の直径である：始点と終点が円周上 b) にあり、中心を通っている b)
- 円が三角形に内接する：円が3つの辺に接している(c)

実際には、線を継ぎ足すことなどもあり、さらに複雑な場合分けが必要となるが、基本的には上のような組み合わせ方で、すべての場合を網羅することができる。「e)角判定」を除けば、自明な特徴量に対して、適切なしきい値を設定した判断をすることで実現するこ

とができる。この報告では、次節以降 e) 角判定の手法について述べる。

3. 角判定に必要な特徴量

この報告で対象としている「角」とは、まっすぐな線(曲率0の曲線)が、ある部分で曲り、その後再びまっすぐな線が続くものとする。これと紛らわしいものが、比較的小さな半径の円弧を描いた場合でこれを区別することを目的とする。このような形での「角」の部分では、

1. 曲率が局所的に大きくなる
2. 対象部を中心とする範囲の回帰直線の平均2乗誤差は、対象部の直前または直後の範囲における対応する誤差より大きい
3. 描き手の意図で一瞬描画速度が落ちる

といった特徴が予想される。これらを数値化することで評価関数の元となる特徴量をつくる。

3.1 曲率を用いた特徴量

マウスを用いて描画領域に描かれた曲線を2次元平面の点列 $\{p_j\}_{j \leq n} \subset \mathbb{R}^2$ (n は入力数) として定める。「角」の判定のための直接的な特徴量として初めに曲率を考える。この曲線上の点 p_j における接ベクトルを

$$D_j = \frac{1}{2\Delta}(p_{j+\Delta} - p_{j-\Delta})$$

と置く。マウスイベントから得られる点列は密に取られるので、少し離れた時点の座標を用いるため、この解析では $\Delta=5$ を用いた。 $d_j = \frac{D_j}{|D_j|}$ ($\Delta < j \leq n - \Delta$) とし、

$$K_j = \frac{|d_{j+\Delta} - d_{j-\Delta}|}{|p_{j+\Delta} - p_j| + |p_j - p_{j-\Delta}|}$$

により曲率を近似する。フリーハンドで小さな円を描く場合、曲率も一定ではなく、大きい部分では鈍角のものより大きくなることも多い。しかし、小さな円を描く場合は曲率が常にある程度大きいのに対し、折れた線を描く場合は「角」の部分を除けば曲率が小さくなる。そこで相対的な曲率の大きさを表す次の特徴量を考える。

$$r_j = \frac{K_j}{\bar{K}_j} \quad (1)$$

ただし、 $\bar{K}_j$ は j を中心とした、曲線の20%の点における K_j の平均である。図1は円弧を描いた場合と、折れた線を描いた場合の r_j の比較、図2は実際に描いた線である。

図1 相対的曲率

図2 描画した曲線

図3 回帰誤差を用いた特徴量

図4 相対回帰誤差

3.2 回帰誤差を用いた特徴量

鈍角の線を描いたものの中には相対的な曲率が、円弧の場合と紛らわしいものもある。そこで、別の視点からの特徴量を定める。折れた線を描く場合には、通常前後がまっすぐな線であるので、折れた点を含まない前後の線は短い区間で線分に近いことが期待できる。従って、次の特徴量が折れているかどうかの判断に有効だと期待される。

$$e_j = \frac{ec_j}{eb_j + ef_j} \quad (2)$$

ここに ec_j は折れた点を中心とした区間での回帰直線の平均2乗誤差、 eb_j , ef_j は折れた点を含まない前後の区間での回帰直線の平均2乗誤差とする(図3)。図4は折れた線を描いた場合と円弧を描いた時の e_j の比較である。

3.3 描画速度を用いた特徴量

手描きによる図形入力システムでは、描き手が描こうとしたものを推測した上でその認識に反映させることが望ましい。フリーハンドでの描画においては、思い通りに線を描けるとはとは限らず、半径の小さな円弧と鈍角の描画は、見かけ上は区別がつかないこともありうる。しかし、描き手の意図は描く順番や筆速、筆圧などにも現れることが予想される。マウスのオンライン入力における「角」の判定については筆速が有効な情報であると考えられる。折れた線を描こうとした場合、同じ速さで書き続けることはほぼなく、折れるところでゆっくりになるのが一般的である。丁寧に描く場合は折れた箇所でも止まることも多い。 t_j を p_j ($j = 1, 2, \dots$) に対応する時刻(ミリ秒)とし、角を判定するための特徴量として次の値(速度の逆数)を用いる。

$$v_j = \frac{t_{j+\Delta} - t_j}{|p_{j+\Delta} - p_j| + \varepsilon} \quad (3)$$

図5 速度の逆数

ここに, ε は 0 で割ることを避けるための定数で, 実際の解析では $\varepsilon = 0.25$ を用いている. 図 5 は折れた線を描いた場合と, 円弧を描いた場合の v_j の比較である.

4. ショケ積分型評価関数と正規化

前節で得られた特徴量はいずれも, 折れ曲がった部分で大きな値を取るものであるが, それぞれ特殊な場合に判断を誤る可能性を持っている. 例えば, 円を描く意図でマウスを動かす時に, 曲率が変化したり部分的に直線的なところがでてくる場合は, 曲率を用いた特徴量や回帰直線を用いた特徴量の値が大きくなると予想され, 途中で円弧がいびつになったことに気付いた場合は描画速度が落ち速度の逆数が大きくなることもありうる. そこで, これらの特徴量を組み合わせた評価関数を用いることで, 判断の精度を上げることが目標とする.

4.1 ショケ積分型評価関数

有限集合 $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$ 上の二加法的測度 μ に関する $f: \Omega \rightarrow [0, 1]$ なる関数のショケ積分は, メビウス変換から得られる定数を用いて

$$\int_{\Omega} f d\mu = \sum_{k=1}^n \mu_k f(k) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \nu_{j,k} f(j) \wedge f(k)$$

と表すことができる. この解析では, 一般に実定数の集合 $M = \{\mu_j\}_{j=1, \dots, n} \cup \{\nu_{j,k}\}_{j,k \leq n, j \neq k}$ と t -ノルム $\otimes$ を用いて

$$\sum_{k=1}^n \mu_k f(k) + \sum_{1 \leq j < k \leq n} \nu_{j,k} f(j) \otimes f(k) \quad (4)$$

と表される評価関数を $[0, 1]$ -値特徴量 $f(1), \dots, f(n)$ から得られるショケ積分型評価関数と呼ぶ. 我々の解析では, 評価関数が「しきい値」を超える場合に「角」があるとする判断をしている. この判定に間違いが少なくなるように最適化することで認識の改良を試みる. ここに, t -ノルムとしては, 経験的に近似精度が良かった Dombi の t -ノルム ([10], パラメータは 2.5) を用いた. ショケ積分型評価関数は, [11, 12] で扱われている包除積分に含まれる概念であるが, 積分としての意味合いを重要としていないことや, 将来的な一般化なども考えて, この報告ではこの名称で呼ぶ事にする.

4.2 並べ替えを用いた正規化

上で説明したショケ積分型の評価関数を用いるためには, 特徴量は全て $[0, 1]$ に値をとる必要がある. こ

の節ではデータの分布を考慮して, 特徴量の値を $[0, 1]$ 値に正規化する手法を説明する. t -ノルムの中には通常の積や $\wedge$ (小さい方) などのように $[0, 1]$ に制限する必要のないものもあるが, 仮に t -ノルムとしてこれらの演算を用いる場合でも, 大きさに差がある場合は t -ノルムを施した項が意味のないものになる場合がある. 例えば, 身長の数値 (cm) と日本で標準的に用いられている基準での視力の数値では, 小さい方は必ず視力になるはずで, 線形回帰をする場合などには解析に不具合が生じることがある.

X をひとつの特徴量を確率変数として抽象化したものとする. 仮に X の分布関数 $F(x) = \Pr(X \leq x)$ が連続で狭義単調増加であれば, $F(X)$ は $[0, 1]$ 上の一様分布に従う. すなわち, 得られたデータを $F(\cdot)$ で変換すると, $[0, 1]$ 上に偏りなく配置されることになり, これを理想的な正規化と考える事にする. 一般には分布関数に不連続な部分も存在するのが, この解析では, 近似的にこれを実現する次の方法で, 正規化を行う. この手法は [13] の中でも用いている.

- 1) 特徴量ごとに値の集合 $\{x_k\}_{k \leq N} \subset \mathbb{R}$ を準備する. (N はデータ数, 同じものがあっても削除せず取得した順番に並べたもの.)
- 2) $\{y_j\}_{j \leq N'}$ は集合として $\{x_k\}_{k \leq N}$ と同じもので, 同じ値が複数回出てくるものを取り除き, 小さい順に並べ替えたものとする.
- 3) j 毎の積算量を $c(j) = \#\{k: x_k \leq y_j\}$ と定める. ただし集合 A に対して $\#A$ はその個数を表すこととする.
- 4) 実数 y に対して $y = y_j$ となる j がある場合は, 正規化値 $n(y)$ を $n(y) = \frac{(c(j-1) + c(j))}{2N}$ とする.
- 5) $y_{j-1} < y < y_j$ となる $j \geq 2$ がある場合は,

$$n(y) = \frac{c(j-1) - 0.5 + \frac{y - y_{j-1}}{y_j - y_{j-1}}}{N}$$

と定める.

- 6) $y < y_1$ である場合は,

$$w = \frac{1}{N' - 1} \sum_{j=2}^{N'} (y_j - y_{j-1}) = \frac{y_{N'} - y_1}{N' - 1}$$

と置くとき, $n(y) = \frac{y - y_1 + w}{2wN} \vee 0$ と定める.

- 7) $y > y_{N'}$ である場合は, 6) で定めた w を用いて, $n(y) = \frac{(y - y_1)}{2wN} \wedge 1$ と定める.

一般に, データの最大値または最小値が既知ではないとして, $n(y)$ の値は y_1 (最小値) で $\frac{1}{2N}$, $y_{N'}$ (最大値)

図6 正規化における近似的分布関数

で $1 - \frac{1}{2N}$ となるようにしている。さらに、近接データとの平均的な幅 w を用いて最小値 $-w$ で 0, 最大値 $+w$ で 1 となるように折れ線関数を拡張している。

特定の数値が複数回出る場合は、ポイントマスがあるものとして処理をしているが、この部分の近似分布関数の様子を図6に示す。

5. 遺伝的アルゴリズムを用いた最適化

3節で定めた特徴量をもとに作られた、ショケ積分型評価関数は、係数に正のものが多ければ「角」がある場合に大きな値となるものである。このような評価関数に対して、適切なしきい値を定め、しきい値を超えた場合に「角」と判断する手法は、評価関数を決定するためのパラメータ $\mu_1, \mu_2, \mu_3, \nu_{1,2}, \nu_{1,3}, \nu_{2,3}$ によってその認識精度が左右される。この節では遺伝的アルゴリズムを用いて最適なパラメータを探索する手法を説明する。

通常、遺伝的アルゴリズムは最適解を求めるのが困難な複雑な状況で用いられることが多い。ここで行っている解析は比較的単純で、後述する実験では早い世代でそれ以上は改良できない状態になっている。従って、与えられた状況ごとにデータを詳しく見ることでもっと効率の良い方法を探そうと思われる。しかし、それらはおそらくデータの状態にロバストではないことが予想され、解析に何らかの前提となる知識が入り込む可能性が高い。そこで、教師データ以外の前提知識がなるべくない状態からの探索を可能とするため、遺伝的アルゴリズムを用いて実現することを試みた。

5.1 遺伝子と評価関数

前提条件として、各成分が正規化された3次元ベクトル列が「角」におけるベクトルかそうでないかの2値情報とともに与えられているものとし、これを評価関

数作成のための教師データとする。3次元ベクトルの成分は x, y, z の順で、3節で式(1), (2), (3)を用いて定めた特徴量である。遺伝子はショケ積分型の評価関数(4節の式(4))を決定する係数集合 $M = \{\mu_j\}_{j=1,2,3} \cup \{\nu_{j,k}\}_{(j,k)=(1,2),(1,3),(2,3)}$ で、6次元ベクトルである。この遺伝子に対応する評価値は対応するショケ積分型評価関数を用いた場合の認識率とする。

1. 与えられたパラメータをもとにした評価関数の値をすべての教師データに対して計算する。
2. 評価値を小さい順に並べたとき、隣り合う2つの数値の相加平均をしきい値の候補とする。
3. すべてのしきい値候補に対して認識率を調べて、最大のものを採用する。

このようにして得られた最良のしきい値に対応する認識率を、遺伝子ベクトルの評価値とする。パラメータである遺伝子ベクトルはスカラー倍しても、認識率に影響を与えない。そこで、遺伝子のベクトルとしての大きさは全て1とする。

5.2 遺伝子の組み換え

遺伝的アルゴリズムの手順は、すべての遺伝子 (N 個) を初期化したのち評価値により並べ替えをおこなう。この報告における「遺伝的アルゴリズム」は本来のものを拡大解釈して用いている。遺伝子は有限次元実ベクトル、交叉は複数個の遺伝子の情報をもとに改善のある可能性のある新たな遺伝子(ベクトル)を作り出すこととしている。ある世代の遺伝子の上位 n 個を選び出し、それをもとに遺伝子の組み換えを行い、 N 個の遺伝子を作成する。これを1回の世代交代とし必要な世代数これを繰り返すものとする。

遺伝子の組み換えは以下の4種類をほぼ同数行う。ランダムに選ぶ方法(突然変異)を除き、次世代を構成するために選ばれた遺伝子の中から5個をランダムに選択したものを「近傍」と呼び、組み換えに用いる。評価関数が遺伝子ベクトルのなめらかな関数であり、近傍の構成要素が最適値に充分近い場合は、これらの点を含む凸領域の中に最適値が含まれる可能性が高く、最降下法の改良、2次近似的改良、内部を任意に選ぶといった方法で遺伝子の改良を行っている。以下遺伝子ベクトルの次元を d 次元とする。実際の解析では $d=6, n=5$ を用いている。

以下に遺伝子ベクトルの改良方法を示すが、これら処理では必ずしも大きさ1のベクトルを得ることができないので、適宜大きさで割ることにより変更後の遺伝子を得る。これらの遺伝子の組み換えを十分繰り返

した後、評価値が変化しなくなったものを近似的な最適解と考える。

5.2.1 ランダムな変更

独立な標準正規分布に従う乱数 d 個を成分とするベクトルを作り正規化する(大きさで割る)。これにより d 次元単位球面上の一様乱数を得る。

5.2.2 勾配を用いた変更

$\vec{p}_0, \vec{p}_1, \dots, \vec{p}_{n-1}$ を近傍の点(位置ベクトル)とし、対応する評価値を $f_0, f_1, \dots, f_{n-1}$ とする。 $\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_{n-1}$

図7 近似的勾配を用いた遺伝子組み換え

図8 2次近似を用いた遺伝子組み換え

図9 内分点を用いた遺伝子組み換え

に対して $\vec{p}_0$ を起点とした相対位置ベクトルを $n-1$ 次元ベクトルとして表現したものを $\vec{v}_1, \dots, \vec{v}_{n-1}$ と置き、 $d_j = f_j - f_0$ ($j=1, \dots, n-1$) と置く。 $\vec{g}$ を連立方程式 $\vec{g} \cdot \vec{v}_j = d_j$ ($j=1, 2, \dots, n-1$) の解とする。これをもとの空間に戻した $\vec{g}'$ を近似的な勾配と考え、 $\vec{p}_0$ を $-\vec{g}'$ の方向に微小量変化させたものを変更されたベクトルとする。

5.2.3 2次近似を用いた変更

$\{(\vec{p}_j, f_j)\}_{j=0,1,\dots,n-1}$ を前節と同じものとする。 $\{\vec{p}_j\}_{j=0,1,\dots,n-1}$ より得られる分散共分散行列の最大固有値に対応する固有ベクトルを $\vec{v}$ と置く。 $\{(\vec{v} \cdot (\vec{p}_j - \vec{p}_0), f_j - f_0)\}_{j=1,2,\dots,n-1}$ を用いて2次回帰により2次関数で近似し、 $\{(\vec{v} \cdot (\vec{p}_j - \vec{p}_0))\}$ の最小値、最大値で定まる閉区間における最小点を求める。 $\vec{p}_0$ を通り $\vec{v}$ を方向ベクトルとする直線上の点で、上で定めた最小点に対応する点を改良点とする。

5.2.4 内点を用いた変更

近傍の任意の3点を頂点とする三角形を $\mathbf{R}^2$ 上に合同変換する。変換された三角形上の一様乱数を発生させる。上の変換の逆変換で求めた点を改良点とする。

6. 認識実験

提案手法の評価をするために、マウスで描かれた曲線のデータをもとに認識実験を行う。描かれた線が折れているかどうかを、判断するためのものなので、折れている線と、大小の円を中心としたデータを用いる。被験者は20代前半の男性(工学部の学生、院生)10名で、通常のマウスを用い(ペン型のタブレット等は用いていない)画面上に出力される線を見ながら入力をしてもらった。入力に際して、特徴量に関する前提の知識は与えず、図形を描くための線の入力に関わる調査だということと、大きな円、小さな円、直角に近い角、鈍角といった指示のみを与えて描いてもらった。被験者はいずれも、マウスの使用には十分慣れているとともに、数学の図形に関する基礎的知識も十分あると考えられる。

6.1 データ概要

被験者には直線に近い図形、円、折れ曲がった線を描いてもらう。認識に用いるデータは、マウスイベントにより得られる点の集合で、整数値で得られる画面上の座標を取得する。これに加えて時刻情報をミリ秒単位で取得する。

これらの点の中から、折れた場所の点、曲がっている点、まっすぐな部分の点に対してそれぞれその近く

から、3節で説明した3つの特徴量を取得する。結果3次元の特徴量ベクトルとブール値のデータを正規化のためのデータとして70組(3次元ベクトルのみ)、ショケ積分型評価関数のパラメータの学習のために75組、認識実験のために75組を得た。

6.2 実験手順

ショケ積分型評価関数を用いるために、3次元ベクトルの各成分を4.2節で説明した手法で $[0, 1]$ の値に正規化を行う。正規化には各成分の分布を推定するための教師データが必要なので、正規化のためのデータ70組を用いて、並べ替えを用いた正規化を行う関数を得る。このようにして得られた正規化済みのベクトルを75個の教師データを用いて学習し(教師データとは異なる)75個のデータを用いて認識実験を行った。詳細を表4に示す。

表4 認識実験の詳細

正規化のためのデータ数	70
評価関数学習のためのデータ数	75
認識実験のためのデータ数	75
遺伝子の数	1000
世代数	100

表5 最適なパラメータ

特徴量の番号(組み合わせ)	パラメータ
0	0.0041
1	-0.013
2	0.979
0-1	-0.1417
0-2	0.0360
1-2	0.136

図10 認識率の比較

6.3 実験結果

学習は100世代行われたが、5世代以降は学習の進歩が見られなかった。提案手法を用いてこの教師データにより学習する場合には、この精度が最良と考えられる。学習における最低誤答率は4世代で0.0266675世代以降0.013333である。

最良のパラメータに一意性は期待できないが、表5が一例として得られた。この表で番号0は相対的曲率を用いた特徴量、1は前後と中心を挟んだ最小2乗誤差を用いた特徴量、2は速度の逆数を用いた特徴量にそれぞれ対応する。この組み合わせ以外にも同等の精度をもつ評価関数は十分ありうるが、この場合においては速度を用いた特徴量が中心的な役割を果たしている。また2乗誤差に関わる特徴量は単独ではマイナスの指標になっているが、これは速度との組み合わせでよりその真価を発揮していると見ることができる。それぞれ特徴量単独の場合との認識率の比較を図10に示す。このグラフからもわかるように、単独では描画速度を用いた特徴量による判別が一番成績が良い。学習の結果表5に見るようにこれに対応する係数が一番大きく、さらに他の特徴量との組み合わせの項にも比較的大きなものがあり、僅かではあるが総合した認識率が上がっている。

7. まとめ

手描き入力された曲線の「角」を判別するための特徴量として、相対的な曲率と角の前後の2乗誤差を用いた値、速度の逆数を用いて、その判別をショケ積分型評価関数を用いて行った。ショケ積分型評価関数のパラメータ(2加法的測度のメビウス変換に相当するもの)の決定には、ベクトル遺伝子に対して汎用的に用いることのできる遺伝的アルゴリズムを用いたが、対応する評価関数として、教師データにおける認識率を用いた。この評価関数は、離散的な値しか取らず(全体数をかけると整数値)特に教師データ数が少ない場合には、現状をより反映する評価関数に置き換えたほうが良いことが予想される。実際、誤認識した対象に対する判別関数のしきい値からのずれの2乗平均を遺伝子の評価値として用いた遺伝的アルゴリズムも試みているが、現在の設定と同程度の遺伝子数で、比較的早い世代で同じ認識率を得ることができている。しかし世代をさらに重ねることで認識率が下がることがあり、この評価関数が必ずしも認識率に直結しないこともわかった。目的に対する評価関数の適性の評価を誤ると、学習が必ずしも事態を改善するとは限らないということであり、今後理論的解析が必要となるであろう。

この手法は、正規化においては与えられた教師データから容易に正規化のための関数を実現することができること、遺伝的アルゴリズムの遺伝子組み換え(パラメータの改良候補を作ることに相当)が、ベクトルを遺伝子とするような設定では汎用的に使えること、を考え合わせると、判別やグループ分けに広く一般化できる可能性を持つと考えられる。さらに、現状では遺伝的アルゴリズムによる学習も実時間の使用に耐えるほど短時間ですんでおり、ソフトウェアにおける認識率改善の自動学習に応用できるかも知れない。

謝辞

この論文を作成するにあたって、九州工業大学の本田あおい准教授に有効なアドバイスをいただきました。また、投稿後に査読をしてくださった方のコメントや編集の方の取りはからいにより、内容を大きく改善することができました。ここに、深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] K.Miesenberger et al. (Eds.), Computer-Aided Design of Tactile Models Taxonomy, Proceedings of ICCHP Part I, (LNCS 7382) (2012), 497-504
- [2] K.Miesenberger et al. (Eds.), Blind Friendly LaTeX AnOption forAdapting Electronic Documents Containing Mathematical Text, Proceedings of ICCHP Part I (LNCS 7382) (2012), 138-141
- [3] K.Miesenberger et al. (Eds.), Development of a DAISY Player That Utilizes a Braille Display for Document Structure Presentation and Navigation, Proceedings of ICCHP Part I, (LNCS 7382) (2012), 515-522
- [4] 加藤直樹, 中川正樹, ペン入力指向の図形整形インタフェースと教育ソフトへの応用, 日本ソフトウェア科学会 WISS2001 (2000), 45-50
- [5] E. Rosten, T. Drummond, Machine learning for high-speed corner detection, European Conference on Computer Vision (2006), 430-443
- [6] 赤穂昭太郎, 津田宏治, サポートベクターマシン 基本的仕組みと最近の発展, 別冊・数理科学 脳情報数理科学の発展, サイエンス社 (2002)
- [7] Y. Freund, R. E. Schapire, A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting, Journal of Computer and System Sciences, 55 (1) (1997), 119-139
- [8] D.J. Hand, K. Yu, Idiot's Bayes-not so stupid after all?, International Statistical Review. Vol 69 part 3, pages 385-399. ISSN 0306-7734.
- [9] R. Fukuda and M. Kojo, Graphic Input System in Elementary Geometry for Non-visual Communication, Proceedings of the 18 th Asian Technology Conference in Mathematics (2013), 261-269
- [10] 中島 信之, t-ノルムの全て, 日本ファジィ学会ソフトウェア研究会
- [11] Aoi Honda and Jun Okamoto, Inclusion-exclusion integral and its application to subjective videoquality estimation, Proceedings of IPMU2010, Lecture Notes in Artificial Intelligence, Springer (2010)
- [12] 本田あおい, 非加法的測度による新しい積分の提案, 京都大学数理解析研究所講究録 (RIMS Kokyuroku) 1683, 非加法的性の数理と情報:凸解析との接点 (2010), 74-92
- [13] Aoi Honda, Ryoji Fukuda and Jun Okamoto, Rescaling for evaluations using inclusion-exclusion integral, Proceedings of IPMU 2014, 284-293
(2014年2月19日 受付)
(2014年6月27日 採録)

[問い合わせ先]

〒870-1192 大分市大字旦野原700
大分大学工学部福祉環境工学科
福田 亮治
TEL: 097-554-7860
FAX: 097-554-7860
E-mail: rfukuda@oita-u.ac.jp

著者紹介

ふくだ りょうじ
福田 亮治 [正会員]

大分大学工学部福祉環境工学科准教授，博士(数理学)，視覚障害者支援を中心とする福祉情報工学および非加法的測度を用いた主観的評価問題に関する研究に従事，日本知能情報ファジィ学会，電子情報通信学会会員。

こじょう まさと
古城 証人 [非会員]

大分大学工学部福祉環境工学科卒業，同大学院福祉環境学専攻在学(修士2年)，視覚障害者支援およびファジィ測度を用いた主観的評価問題に関する研究に従事。

Corner Gudgegment in a Handwriting Input System for Elementary Geometry

by

Ryoji FUKUDA and Masato KOJO

Abstract :

Free-hand drawing of graphical elements using the mouse is one of most user-friendly methods. In non-visual communication, graphical elements can be easily expressed using tactile communication tools; however, these methods are not competent in expressing properties and relations of graphical contents in elementary geometry. Graphical elements are most optimally recognized using inputted hand-written curves. Corner detection is a complex technique, which serves an important role in these recognitions. We describe recognition aspects in inputted graphical contents of elementary geometry, and improve the break-bend judgment using Choquet's integral like evaluation functions and generic algorithms. Our learning method and the corresponding normalization method are made universal, and can be applied to other problems.

Keywords : graphical recognition, fuzzy integral, evaluation function.

Contact Address : **Ryoji FUKUDA**

Faculty of Engineering Oita University
700, Dan-noharu, Oita, 870-1192, Japan
TEL : 097-554-7860
FAX : 097-554-7860
E-mail : rfukuda@oita-u.ac.jp