ファジィ推論：基本的手法とその拡張(2)[†]

上原 清彦^{*1}・廣田 薫^{*2}

1. はじめに

ファジィ推論は合成規則に基づいた手法を起点としているが、応用上、代数的な処理を導入する手法は一つの方向と考えられる。本稿では、その一手法として α -カット(α -レベル集合)と一般化平均に基づいたファジィ推論について解説する。この推論手法は、シングルトン型ファジィ推論を特別な場合として含んでいる。ファジィ推論の基本的事項については、前回の解説[1]を参照されたい。

2. 種々の定義

本章では、以下の議論に必要な種々の定義を示す。特に支障のない限り、以下の議論に適用可能な範囲に限定した定義とし、簡潔にする。詳細は、各定義の説明で引用している文献を参照されたい。

ファジィ集合は、これを定義する全空間上における曖昧な制約を表現している。この制約をファジィ制約(fuzzy constraint)と呼び、本稿ではファジネス(fuzziness)とスペシフィシティ(specificity)で評価する。

定義1 有界な実数空間 X 上における正規な凸ファジィ集合 A のファジネス $H_f(A)$ を

$$H_f(A) = \frac{2}{\mathcal{R}(X)} \int_X |\mu_A(x) - \mu_{A_0}(x)| dx \quad (1)$$

$$\mathcal{R}(X) = x^u - x^\ell, \quad x^u = \sup X, \quad x^\ell = \inf X$$

で定義する[2, 3]。ここで、 $\mu_A(x)$ は A のメンバーシップ関数である。また、 $\mu_{A_0}(x)$ は、 $\alpha=0.5$ における A の α -カット A_0 を定義するメンバーシップ関数である。

ファジネスはファジィ集合の曖昧さにおける指標であり、 $0 \leq H_f(A) \leq 1$ である。正規なファジィ集合を三

角型メンバーシップ関数で定義した場合は、サポートの幅が広がるほどファジネスは大きな値になる。

定義2 有界な実数空間 X 上における正規な凸ファジィ集合 A のスペシフィシティ $H_s(A)$ を

$$H_s(A) = 1 - \frac{1}{\mathcal{R}(X)} \int_0^1 (x_\alpha^u - x_\alpha^\ell) d\alpha \quad (2)$$

$$x_\alpha^u = \sup A_\alpha, \quad x_\alpha^\ell = \inf A_\alpha$$

$$\mathcal{R}(X) = x^u - x^\ell, \quad x^u = \sup X, \quad x^\ell = \inf X$$

で定義する[4, 5]。ここで、 A_α は A の α -カットである。

スペシフィシティは、ファジィ集合が表す制約の度合いにおける指標であり、 $0 \leq H_s(A) \leq 1$ である。正規なファジィ集合を三角型メンバーシップ関数で定義した場合は、サポートの幅が狭くなるほどスペシフィシティは大きな値になる。

定義3 実数空間 X 上の凸ファジィ集合 A における α -カット A_α が有界である場合、 A の参照点(reference point) x_A° を

$$x_A^\circ = \frac{x_\alpha^u + x_\alpha^\ell}{2}, \quad \alpha = \max_x \mu_A(x) \quad (3)$$

$$x_\alpha^u = \sup A_\alpha, \quad x_\alpha^\ell = \inf A_\alpha$$

で定義する[6]。ここで、 $\mu_A(x)$ は A のメンバーシップ関数である。

定義4 凸ファジィ集合 A の α -カット A_α が閉区間 $[x_\alpha^\ell, x_\alpha^u]$ で与えられ、次の条件を満足する場合、 A は対称なファジィ集合(symmetric fuzzy set)と呼ぶ[6]。

$$\frac{x_\alpha^\ell + x_\alpha^u}{2} = x_A^\circ, \quad \forall \alpha \in (0, \alpha_{\max}], \quad \alpha_{\max} = \max_x \mu_A(x) \quad (4)$$

ここで、 x_A° は A の参照点であり、 $\mu_A(x)$ は A のメンバーシップ関数を表す。

[†] Fuzzy Inference: Basic Methods and Their Extensions (Part 2)

Kiyohiko UEHARA and Kaoru HIROTA

*1 茨城大学

Ibaraki University

*2 北京理工大学

Beijing Institute of Technology

定義5 実数空間 X 上における一般化平均 (generalized mean) $M(\{x_j, p_j\}; \omega)$ を

$$M(\{x_j, p_j\}; \omega) = \left[\frac{\sum_{j=1}^n p_j x_j^\omega}{\sum_{j=1}^n p_j} \right]^{\frac{1}{\omega}}, \quad x_j \geq 0, \quad p_j \geq 0 \quad (5)$$

で定義する. ここで, p_j は $x_j (\in X)$ に対する加重を与える実数であり, ω は平均の性質を決める実数である. $x_j \in [0, 1]$ として与えられる場合, 一般化平均の双対演算 (dual operation of generalized mean) を

$$\bar{M}(\{x_j, p_j\}; \omega) = 1 - M(\{1 - x_j, p_j\}; \omega) \quad (6)$$

で定義する [7].

■
一般化平均は, ω を所定の値に設定すると, 加重算術平均, 加重幾何平均, 加重調和平均などに帰着する [6, 7].

3. 推論結果における凸性とファジィ制約

ファジィ推論は合成規則に基づいた手法が起点となっている. 本章では, 合成規則に基づいた並列ファジィ推論における推論結果の凸性とファジィ制約について議論する. ここでは, 多くの分野で応用されている max-min 合成及びファジィ関係 R_c を用いた並列ファジィ推論を例として説明する¹. この場合, 各ファジィルールから得られた推論結果は max 演算で統合される [1].

3.1 推論結果における凸性

応用上, ファジィ推論における前件部ファジィ集合, 後件部ファジィ集合は, 凸ファジィ集合で与えられる場合が多い. 凸ファジィ集合は, ファジィルールを構築する上で人間による解釈を容易にしている. 合成規則に基づいた並列ファジィ推論では, 後件部を凸ファジィ集合で与えても, 推論結果は凸ファジィ集合になるとは限らない [1]. これは, 各ファジィルールから得られた推論結果を統合する際に, 論理演算を用いていることに起因する. 推論結果が非凸ファジィ集合であっても, 推論結果として数値が必要な場合は非ファジィ化を行うため, 並列ファジィ推論の利便性は高く, 多くの分野で応用されている. 一方, 非凸ファジィ集合で得られた推論結果を直接用いる場合は, 以下に述べる例が示すように問題となることがある [6, 8].

図1は, 合成規則に基づいた並列ファジィ推論シス

図1 推論結果の非凸性における問題点 [6, 8]

テム S_a における推論結果 $\tilde{Q}_a$ が非凸ファジィ集合で得られ, これを他の並列ファジィ推論システム S_b へ入力する様子を示している [8]. ここで, S_a における後件部ファジィ集合は三角型メンバーシップ関数で与えられているものとする. また, $\tilde{Q}_a$ は, 活性化したファジィルールから得られた推論結果 $\tilde{Q}_{a1}, \tilde{Q}_{a2}, \tilde{Q}_{a3}$ を max 演算で統合して得られたものとしている [1]. 図1では, 前件部ファジィ集合 P_{b1}, P_{b2} を有するファジィ推論システム S_b に $\tilde{Q}_a$ を入力し, P_{b1}, P_{b2} における一致度をそれぞれ $\tilde{p}_{b1}, \tilde{p}_{b2}$ として得ている. 同図から判るように, P_{b1} が P_{b2} よりも $\tilde{Q}_a$ のコアに近いにも関わらず, 一致度においては $\tilde{p}_{b1}$ が $\tilde{p}_{b2}$ よりも小さな値になっている. これは, 推論結果 $\tilde{Q}_a$ が非凸ファジィ集合となり, ファジィ数として扱えない形態を例示している. このような状況が多段ファジィ推論で繰り返されると, 最終段の推論結果を有意なものとして扱うことが難しくなる. 推論結果の凸性における詳細な議論については, 文献 [6, 8] を参照されたい.

3.2 推論結果におけるファジィ制約

ファジィ集合は, これを定義する空間上におけるファジィ制約を表す. このことから, ファジィ推論は事実 (入力) から推論結果へのファジィ制約伝播と考えることができ, ファジィルールはその伝播を規定するものである [9, 10]. ファジィ集合のサポートは, 可能性の範囲を決める重要な要素であり, ファジィ制約の指標に深く関係している. ここでは, 推論結果におけるファジィ制約の議論を簡単にするため, 推論結果のサポートに焦点を当てる. 特に, 議論の対象となるファジィ集合においては, 三角型メンバーシップ関数で定義されたファジィ集合のように, そのサポートが有界な場合を考える.

合成規則に基づいた並列ファジィ推論では, 入力を与えるファジィ集合のサポートの幅が変化しても, 活性化するファジィルールが変化しない場合がある. この場合, 入力におけるサポート幅の変化は, 推論結果におけるサポート幅に反映されない. 逆に, 入力におけるサポート幅を微小に広げても, 活性化するファ

¹ ファジィ関係 R_c を与える関数 $\mu_{R_c}(x, y)$ は $\mu_{R_c}(x, y) = \mu_P(x) \wedge \mu_Q(y)$ で定義される [1]. ここで, $\mu_P(x)$, $\mu_Q(y)$ はそれぞれ前件部ファジィ集合のメンバーシップ関数, 後件部ファジィ集合のメンバーシップ関数であり, $\wedge$ は min 演算を表す.

ルール 1 : If x is P_1 then y is Q_1 .
 ルール 2 : If x is P_2 then y is Q_2 .
 $\vdots$
 ルール n : If x is P_n then y is Q_n .
 事実 : x is $\tilde{P}$.

結論 : y is $\tilde{Q}$.

図 2 並列ファジィ推論の形態

ジールールの数が増え、推論結果におけるサポート幅が不連続に変化する場合がある。このため、入力から推論結果へのファジィ制約伝播が限定的になっている。これは、有限個のファジィルールの各々から得られた推論結果を論理演算で統合して、最終的な推論結果を得ていることに起因する。詳細な議論は文献 [8] を参照されたい。

4. α -カットと一般化平均に基づいたファジィ推論： α -GEMII

前章で述べた推論結果の非凸性とファジィ制約の伝播における問題を解決するための手法として、 α -カットと一般化平均に基づいたファジィ推論 α -GEMII (α -level-set and generalized-mean-based inference with the proof of two-sided symmetry of consequences) が提案されている [6, 11]。本章では、 α -GEMII とその特徴について述べる。

4.1 α -GEMII の演算プロセス

本稿における α -GEMII では、図 2 に示す並列ファジィ推論の形態を扱う。なお、図中ではファジィルールの単にルールと記述し、以降もこれに従う。図 2 における P_j 、 $\tilde{P}$ は全空間 X 上のファジィ集合とし、 Q_j 、 $\tilde{Q}$ は全空間 Y 上のファジィ集合とする。また、 $\tilde{P}$ 、 P_j 、 Q_j は正規な凸ファジィ集合とし、これらの参照点は $[0, 1]$ に含まれるものとする。 $\tilde{P}$ 、 P_j 、 Q_j のメンバーシップ関数をそれぞれ $\mu_{\tilde{P}}(x)$ 、 $\mu_{P_j}(x)$ 、 $\mu_{Q_j}(y)$ と表記する。

α -GEMII は、 α -カットを介して推論演算を行う。以下に、その演算プロセスを示す [6]。

ステップ 1 a: $\tilde{P}$ と P_j の間における一致度 $\tilde{p}_j$ を求める。例えば、

$$\tilde{p}_j = \sup_x [\mu_{\tilde{P}}(x) \wedge \mu_{P_j}(x)] \quad (7)$$

に従う。

ステップ 2 a: Q_j の参照点 $y_{Q_j}^\circ$ の加重算術平均 $y_{\tilde{Q}}^\circ$ を

$$y_{\tilde{Q}}^\circ = M(\{y_{Q_j}^\circ, \tilde{p}_j\}; 1) \quad (8)$$

によって求める。

ステップ 3 a: 推論結果 $\tilde{Q}$ の α -カット $\tilde{Q}_\alpha$ を与える閉区間 $[y_{\tilde{Q}_\alpha}^l, y_{\tilde{Q}_\alpha}^u]$ を

$$y_{\tilde{Q}_\alpha}^u = M(\{y_{Q_{j\alpha}}^u + (1 - y_{Q_j}^\circ), \tilde{p}_j\}; \omega(\alpha)) - (1 - y_{Q_j}^\circ) \quad (9)$$

$$y_{\tilde{Q}_\alpha}^l = \bar{M}(\{y_{Q_{j\alpha}}^l - y_{Q_j}^\circ, \tilde{p}_j\}; \omega(\alpha)) + y_{Q_j}^\circ \quad (10)$$

によって求める。ここで、 Q_j の α -カット $Q_{j\alpha}$ が与える閉区間を $[y_{Q_{j\alpha}}^l, y_{Q_{j\alpha}}^u]$ としている。また、 $\omega(\alpha)$ は α の非増加関数であり、

$$\omega(\alpha) \geq 1, \quad \forall \alpha \in (0, 1] \quad (11)$$

を満足するものとする。 $\omega(\alpha)$ の生成に関しては第 4.2 節で説明する。

ステップ 4 a: 必要に応じて、分解原理に基づき $\tilde{Q}_\alpha$ から $\tilde{Q}$ を生成する。 ■

図 3 は、 α -GEMII における推論結果の α -カットを求める演算過程を示している。詳細は第 5.1 節で述べるが、 α -GEMII は α -カット毎に独立に推論演算を実行することができる。

4.2 ファジィ制約伝播の制御

入力から推論結果へのファジィ制約伝播は、 $\omega(\alpha)$ によって制御することができる。以下に、 $\omega(\alpha)$ を自動生成するためのプロセスを示す [11]。

ステップ 1 b: ファジィルール “If x is P_j then x is P_j .” ($j = 1, 2, \dots, n$) を生成する。このようなファジィルールのファジィ恒真ルール FTR (fuzzy tautological rule) と呼ぶ [11]。

ステップ 2 b: 与えられた入力と FTR を用いて α -GEMII を実行する。これによって得られた推論結果を $\tilde{P}'$ と表記する。 $\tilde{P}$ と $\tilde{P}'$ におけるファジィ制約 (ファジネス、スペシフィシティ) の差が小さくなるように、 $\omega(\alpha)$ を次の条件下で最適化する。

$$\omega(\alpha') \geq \omega(\alpha''), \quad \alpha' < \alpha'' \quad (12)$$

$$\omega(\alpha) \geq 1 \quad (13)$$

ステップ 3 b: 上記の最適化によって生成された $\omega(\alpha)$ を用いて、ステップ 1 a–4 a に従って推論結果 $\tilde{Q}$ の α -カット $\tilde{Q}_\alpha$ を求める。 ■

α -GEMII は、式 (12)、(13) で与えられる条件を満足することにより、推論結果の凸性を数学的に保証する [6]。式 (11) が示すように $\alpha \in (0, 1]$ としているが、

図3 α -GEMIIの演算過程 [6]

ファジィ集合のサポートは α -カットとして扱うことが可能であるため [6], 以下の議論において $\omega(0)$ はサポートに対する推論演算に用いるものとする.

ステップ2bにおける最適化では様々な方法が考えられるが, 一手法として遺伝的アルゴリズムが適用できる [11]. α -GEMIIは, $\omega(\alpha)$ によるファジィ制約伝播の制御によって, 入力を与えるファジィ制約を推論結果に伝播した上で, 推論結果を凸ファジィ集合で得ることができる. これにより, 入力に対してファジィルールに基づいた非線形写像を反映し, 推論結果を出力する. その詳細は第5.3節で述べる.

4.3 α -カットによる三角型メンバーシップ関数の表現と α -GEMII

4.3.1 α -カットによる三角型メンバーシップ関数の表現

α -GEMIIは, α -カット毎に独立に推論演算を実行することが可能である. この特徴を活かし, 並列処理により高速に推論演算を行うことができる. 一方, 従来のファジィ推論では, 特に応用に際して演算を容易にするために, ファジィ集合を三角型メンバーシップ関数で定義することが多い. 三角型メンバーシップ関数は以下に示すように, α -カットの端点をパラメータとして表現できる. このため, α -GEMIIは三角型メンバーシップ関数に直接的に対応可能であり, その推論演算を更に高速化できる [6].

本稿における α -GEMIIでは正規な凸ファジィ集合を扱っているため, これを前提として三角型メンバーシップ関数と α -カットの関係について述べる. 三角型メンバーシップ関数で定義されたファジィ集合 A のサポート $\underline{A}$ は閉区間であり, この閉区間は A の α -カットの一つである [6]. また, A のコアは $\alpha=1$ における α -カットに等しく, シングルトンとなる. すなわち, 三角型メンバーシップ関数は, サポートに対応する α -カットの上限, 下限と $\alpha=1$ における α -カットを与える一つの数値をパラメータとして表現できる.

4.3.2 三角型メンバーシップ関数に対応した α -GEMIIの推論演算

後件部ファジィ集合を三角型メンバーシップ関数で定義し, α -GEMIIによる推論結果を三角型メンバーシップ関数で得るためには, $\omega(\alpha)$ を次のように設定する.

$$\omega(\alpha) = \begin{cases} 1, & \alpha = 1 \\ \omega_0, & \alpha = 0 \end{cases} \quad (14)$$

$\omega(1)=1$ とすることにより, 推論結果の $\alpha=1$ における α -カットはシングルトンになることが数学的に保証され, その結果として推論結果は三角型メンバーシップ関数で得られる. ω_0 は, ステップ2bにおける処理に準じて, $\tilde{P}$ のサポート幅 $w_{\tilde{P}}$ と $\tilde{P}'$ のサポート

幅 $w_{\tilde{P}}$ の差が小さくなるように最適化して得た値である [11]。これは、三角型メンバーシップ関数で定義されたファジィ集合のファジネス及びスペシフィシティがそのサポートの幅で決まることによる。以上のことから、 α -GEMIIにおいて三角型メンバーシップ関数を扱う際には、サポートとコアに対応する α -カットにおける推論演算のみを行えばよいため、演算量を減らすことができる。更に、第5.1節で述べるように、各 α -カットにおける推論演算は独立して実行できるため、サポートとコアにおける推論演算は並列処理により高速化できる [6, 11]。

5. α -GEMIIの性質

α -GEMIIの性質について、その概要を述べる。詳細は、以下の各節で引用している文献を参照されたい。

5.1 推論結果における凸性の保証と高速演算

α -GEMIIは、後件部を凸ファジィ集合で定義した場合、第4.1節で示したプロセスからも分かるように推論結果 $\tilde{Q}$ の α -カット $\tilde{Q}_\alpha$ は閉区間で得られる。また、 α -GEMIIは α -カット毎に独立に推論を実行しても、 $\tilde{Q}_\alpha$ は下記の条件を満たすことが数学的に保証されている [6]。

$$Q_{\alpha'} \supseteq Q_{\alpha''}, \quad \alpha' \leq \alpha'' \quad (15)$$

すなわち、推論結果 $\tilde{Q}$ が凸ファジィ集合で得られることを数学的に保証している。このため、 α -カット毎に並列処理することにより高速に推論演算を実行できる。

5.2 推論結果における対称性

一般化平均は $\omega=1$ のとき以外は非線形演算である。この条件下においても推論結果の対称性を数学的に保証可能とするために、式(9)、(10)にシフト演算を導入している。これにより、推論結果の対称性を保証する条件を提示できる。その条件を以下に示す。

- (i) 後件部が正規で対称な凸ファジィ集合で定義されている。
- (ii) 活性化しているファジィルールにおける後件部ファジィ集合のメンバーシップ関数は、 $y = \tilde{y}_Q^\circ$ に関して対称な位置及び形状の関係にある。
- (iii) メンバーシップ関数が $y = \tilde{y}_Q^\circ$ に関して対称な位置関係にある後件部ファジィ集合を有するファ

ジィルールを R_{j_1}, R_{j_2} とし、これらのファジィルールにおける一致度をそれぞれ $\tilde{p}_{j_1}, \tilde{p}_{j_2}$ とすると、 $\tilde{p}_{j_1} = \tilde{p}_{j_2}$ を満足する。

条件(i)は、ファジィ制約伝播を規定するファジィルールが後件部ファジィ集合の対称性を提示していることになる。条件(ii)、(iii)は、後件部ファジィ集合を定義するメンバーシップ関数の分布、形状の対称性及びこの分布に対応する一致度の対称性を規定している。

上記の条件を満足しない場合は、後件部ファジィ集合のメンバーシップ関数における分布、形状及びこの分布に対応する一致度の態様を反映した一般化平均の特質により、非対称な推論結果となる。仮に、条件(i)のみで推論結果における対称性を常に保証したとすると、推論結果は後件部の分布とこれに対応した一致度の分布を反映しないことになる。換言すると、条件(i) – (iii)により対称性を保証することが、これらの反映における感度を与えている [6]。

5.3 ファジィ制約の伝播

α -GEMIIにおけるファジィ制約伝播の性質を述べるに際して、ファジィ集合は全て三角型メンバーシップ関数で定義されているものとする。これにより、本節における議論を簡単にする。

第4.3節で述べたように、三角型メンバーシップ関数でファジィ集合を定義した場合は、そのサポートの幅によって、ファジィ制約の指標であるファジネス、スペシフィシティが決まる。 α -GEMIIにおけるファジィ制約伝播の制御においては、 $\omega(0)$ のみを最適化することになるため、この最適化を行なった後における $\omega(0)$ の値 ω_0 が推論結果のファジィ制約を決める。以下の議論のため、入力を与えるファジィ集合 $\tilde{P}$ におけるサポートの幅を $w_{\tilde{P}}$ と表す。また、 $\omega(0)=1$ に設定した場合における $\tilde{P}'$ を $\tilde{P}_\circ$ とし、そのサポートの幅を $w_{\tilde{P}_\circ}$ と表記する。

$w_{\tilde{P}} > w_{\tilde{P}_\circ}$ の場合は $\omega_0 > 1$ となり、入力ファジィ制約が推論結果に伝播する。すなわち、 $\tilde{P}_\circ$ に比較して $\tilde{P}$ のファジネスが大きく、スペシフィシティが小さい場合、推論結果 $\tilde{Q}$ におけるファジネスが大きく、スペシフィシティは小さくなる。一方、 $w_{\tilde{P}} \leq w_{\tilde{P}_\circ}$ の場合は $\omega_0 = 1$ となり、 $\tilde{P}$ のファジィ制約は $\tilde{Q}$ に伝播せず、 $\tilde{Q}$ におけるファジィ制約は活性化したファジィルールの後件部ファジィ集合によって決まる。これは、一致度を加重とした後件部ファジィ集合の算術平均で $\tilde{Q}$ が得られるためである。この算術平均は拡張原理に従った演算と等価である。

上に述べたファジィ制約伝播における α -GEMIIの

性質は、推論結果の凸性を数学的に保証するための条件である式(12), (13)に起因している。この性質は、一つのパジールールを用いて max-min 合成と Gödel の含意 [1] を採用した場合の推論と類似した性質を示しており、人間の行う推論の一形態を表している [12]。max-min 合成と Gödel の含意を採用した推論では一つのパジールールを用いた場合に上記と類似した性質を有するが、 α -GEMII は並列ファジィ推論の形態で上記の性質を有することに注意されたい。

$w_{\tilde{P}} \leq w_{\tilde{P}_0}$ となった場合においても、並列ファジィ推論の形態でファジィ制約の伝播を行う手法 α -GEMST (α -level-set and generalized-mean-based inference in synergy with composition via linguistic-truth-value control) が提案されている [12]。 α -GEMST は α -GEMII に基づいており、その基本的性質を継承している。 α -GEMST は、 α -GEMII における代数的な演算と合成規則に基づいた Baldwin の間接法 [1] に基づいており、 α -カットを介して並列処理することが可能な形態になっている [12, 13]。このフレームワークにより、 α -GEMST では $w_{\tilde{P}} \leq w_{\tilde{P}_0}$ の場合だけでなく、 $w_{\tilde{P}} > w_{\tilde{P}_0}$ となる場合においても、選択した合成演算と含意の組み合わせにより、様々な性質を有する並列ファジィ推論が提供可能となっている。

5.4 α -GEMII と従来手法の関係

$\omega(\alpha) = 1, \forall \alpha$ とした場合、式(9)は $\tilde{p}_j$ を加重とする $y_{Q_{j\alpha}}^u$ の算術平均に帰着し、式(10)は $\tilde{p}_j$ を加重とする $y_{Q_{j\alpha}}^l$ の算術平均に帰着する。これは、 α -RITHM (α -level-set and arithmetic-mean-based inference) と数学的に等価である [14]。 α -RITHM では、 $\tilde{p}_j$ を加重とする後件部ファジィ集合の算術平均を行うことで推論結果を得る。この算術平均は、拡張原理に従って行う。

ファジィ集合の特別な場合がシングルトンであることから、 α -GEMII における後件部をシングルトンで定義した場合、 α -GEMII はシングルトン型ファジィ推論 [1] と数学的に等価となる。以上のことから、 α -GEMII は、 α -RITHM とシングルトン型ファジィ推論の両方を特別な場合として含んでいる。

6. シミュレーション結果

本章では α -GEMII における推論結果の例を示す [11]。ファジールールの数を 21 とし、その前件部ファジィ集合及び後件部ファジィ集合は三角型メンバー

シップ関数で定義する。図 4 に前件部ファジィ集合 P_j , ($j = 1, 2, \dots, 21$) のメンバーシップ関数 $\mu_{P_j}(x)$ を示す。図中の MG はメンバーシップグレードを意味する。図 4 が示すように $\mu_{P_j}(x)$ は互いに同形であり、後件部ファジィ集合 Q_j のメンバーシップ関数 $\mu_{Q_j}(y)$ もこれと同形とする。 Q_j の参照点は、図 5 が示す非線形関数に P_j の参照点を入力して得た値を用いて配置している。

入力を与えるファジィ集合 $\tilde{P}_j$, ($j = 1, 2, 3$) のメンバーシップ関数 $\mu_{\tilde{P}_j}(x)$ を図 6 に示す。 $\tilde{P}_1$ におけるサポートの幅は前件部ファジィ集合のそれと同じであり、 $\omega_0 = 1$ となる例である。一方、 $\tilde{P}_2$, $\tilde{P}_3$ におけるサポートの幅は前件部ファジィ集合のそれよりも大きく、 $\omega_0 > 1$ となる例を与える。 $\tilde{P}_1$ が活性化するファジールールは、ファジィ推論による入出力関係が単調増加となる部分を表している。これに対し、 $\tilde{P}_2$, $\tilde{P}_3$ が活性化するファジールールは、単調増加と単調減少の両方を表している。

図 7 に、推論結果のメンバーシップ関数を示す。 $\tilde{Q}_j$, ($j = 1, 2, 3$) は、それぞれ $\tilde{P}_j$, ($j = 1, 2, 3$) によって得られた推論結果である。図 7 が示すように、推論結果は三角型メンバーシップ関数で得られており、凸ファジィ集合となっている。ファジールールが表す非線形な入出力関係を反映しながら、入力から推論結果へファジィ制約が伝播していることが分かる。

7. おわりに

α -カットと一般化平均に基づいたファジィ推論 α -GEMII とその性質について述べた。本手法は、 α -カットと加重算術平均に基づいたファジィ推論 α -RITHM とシングルトン型ファジィ推論を特別な場合として含んでいる。本稿で紹介した事項以外にも、 α -GEMII の様々な性質が調べられている [15, 16]。また、 α -GEMII に基づいた種々のファジィ推論が提案されており、様々な方向に展開されている [17–20]。更に、筆者らによって、 α -GEMII 及びこれに基づいた種々のファジィ推論、これらの手法にタイプ 2 ファジィ集合を導入した手法など、機能向上を目的として研究が進められている。

本稿を含めて 2 回シリーズで、ファジィ推論の基本的手法とその拡張について述べた。ファジィ推論は合成規則を起点として、様々な方向に進展している。本稿が、ファジィ推論に関する研究の更なる活性化に繋がることを期待する。

図4 前件部ファジィ集合のメンバーシップ関数[11]

図5 後件部ファジィ集合の配置に用いた関数 [11]

図6 事実(入力)を与えるメンバーシップ関数[11]

図7 推論結果を与えるメンバーシップ関数 [11]

参考文献

- [1] 上原清彦, 廣田薫, “ファジィ推論：基本的手法とその拡張 (1),” 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol. 28, No. 4, pp. 107–112, 2016.
- [2] A. Kaufmann, “Introduction to the Theory of Fuzzy Subsets,” New York: Academic Press, Vol. 1, pp. 8–30, 1975.
- [3] N. R. Pal and J. C. Bezdek, “Measuring Fuzzy Uncertainty,” IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 2, No. 2, pp. 107–118, 1994.
- [4] R. R. Yager, “On the Specificity of a Possibility Distribution,” Fuzzy Sets Syst., Vol. 50, pp. 279–292, 1992.
- [5] R. R. Yager, “Measuring Tranquility and Anxiety in Decision Making: An Application of Fuzzy Sets,” Int. J. General Systems, Vol. 8, pp. 139–146, 1982.
- [6] K. Uehara, T. Koyama, and K. Hirota, “Fuzzy Inference with Schemes for Guaranteeing Convexity and Symmetricity in Consequences Based on α -Cuts,” J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 13, No. 2, pp. 135–149, 2009.
- [7] K. Uehara and K. Hirota, “Parallel Fuzzy Inference Based on α -Level Sets and Generalized Means,” Information Sciences, Vol. 100, No. 1–4, pp. 165–206, Aug. 1997.
- [8] K. Uehara, T. Koyama, and K. Hirota, “Suppression Effect of α -Cut Based Inference on Consequence Deviations,” J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 14, No. 3, pp. 256–271, Apr. 2010.
- [9] L. A. Zadeh, “Fuzzy Logic = Computing with Words,” IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 4, No. 2, pp. 103–111, 1996.
- [10] L. A. Zadeh, “Inference in Fuzzy Logic via Generalized Constraint Propagation,” Proc. 1996 26 th Int. Symposium on Multi-Valued Logic (ISMVL'96), pp. 192–195, 1996.
- [11] K. Uehara, T. Koyama, and K. Hirota, “Inference with Governing Schemes for Propagation of Fuzzy Convex Constraints Based on α -Cuts,” J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 13, No. 3, pp. 321–330, 2009.
- [12] K. Uehara and K. Hirota, “Multi-Level Control of Fuzzy-Constraint Propagation via Evaluations with Linguistic Truth Values in Generalized-Mean-Based Inference,” J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 20, No. 2, pp. 355–377, 2016.
- [13] K. Uehara and M. Fujise, “Fuzzy Inference Based on Families of α -Level Sets,” IEEE Trans. Fuzzy Syst., Vol. 1, No. 2, pp. 111–124, May 1993.
- [14] K. Uehara, “Fuzzy Inference Based on a Weighted Average of Fuzzy Sets and its Learning Algorithm for Fuzzy Exemplars,” Proc. the International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and the Second International Fuzzy Engineering Symposium (FUZZ-IEEE/IFES'95), Vol. IV, pp. 2253–2260, 1995.

- [15] K. Uehara, T. Koyama, and K. Hirota, "Inference Based on α -Cut and Generalized Mean with Fuzzy Tautological Rules," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 14, No. 1, pp. 76–88, 2010.
- [16] K. Uehara, T. Koyama, and K. Hirota, "Inference Based on α -Cut and Generalized Mean in Representing Fuzzy-Valued Functions," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 14, No. 6, pp. 581–592, 2010 (JACIII Best Paper Award 2011).
- [17] K. Uehara, S. Sato, and K. Hirota, "Inference for Nonlinear Mapping with Sparse Fuzzy Rules Based on Multi-Level Interpolation," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 15, No. 3, pp. 264–287, May 2011.
- [18] K. Uehara and K. Hirota, "Multi-Level Interpolation for Inference with Sparse Fuzzy Rules: An Extended Way of Generating Multi-Level Points," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 17, No. 2, pp. 127–148, Mar. 2013.
- [19] K. Uehara and K. Hirota, "Infinite-Level Interpolation for Inference with Sparse Fuzzy Rules: Fundamental Analysis Toward Practical Use," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 17, No. 1, pp. 44–59, Jan. 2013.
- [20] K. Uehara and K. Hirota, "Inference with Fuzzy Rule Interpolation at an Infinite Number of Activating Points," J. of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics (JACIII), Vol. 19, No. 1, pp. 74–90, 2015.

(2016年8月5日 受付)

[問い合わせ先]

〒316-8511 日立市中成沢町 4-12-1

茨城大学工学部

上原 清彦

TEL/FAX: 0294-38-5096

E-mail: kiyohiko.uehara.art@vc.ibaraki.ac.jp

著者紹介

うえはら きよひこ
上原 清彦 [正会員]

1981年茨城大学工学部卒。1983年茨城大学大学院工学研究科修士課程修了。1998年東京工業大学より博士(工学)授与。1983年東京芝浦電気(株)(現(株)東芝)、総合研究所。1989年ATR光電波通信研究所。1992年(株)東芝、関西研究所。1994年(株)東芝、研究開発センター。2004年茨城大学。現在、同大学准教授。JACIII Best Paper Award 2011 受賞^{*}。知能工学、特にファジィ推論及びその学習方法と応用に関する研究に従事。日本知能情報ファジィ学会、電子情報通信学会、IEEEの会員。(※ JACIII: Journal of Advanced Computational Intelligence and Intelligent Informatics)

ひろた たかのり
廣田 薫 [正会員]

1979年東京工業大学大学院理工学研究科博士課程修了工学博士。相模工業大学・法政大学・東京工業大学を経て、現在、北京理工大学海外1000人計画教授・日本学術振興会北京研究連絡センター長・東京工業大学名誉教授。日本知能情報ファジィ学会会長・IFSA(国際ファジィシステム学会)会長等を務める。日本知能情報ファジィ学会論文賞・著述賞、日本音響学会論文賞・Grigore Moisil賞・Henri Coanda Medal等を受賞。DeLasalle大学・Bulacan州立大学・哈爾濱理工大学・長春理工大学・Budapest Technical Univ.・Szechenyi Istvan大学・Nottingham大学・北京理工大学・中国地質大学武漢の名誉博士/教授。