解説

ファジィ測度・ファジィ積分モデルの計算方法 — 表計算ソフトウェアを利用して —†

高萩 栄一郎*

ファジィ測度・ファジィ積分の計算を表計算ソフトウェアの計算式で表現する。マクロなどのプログラミング言語を使った計算では、入出力関係がブラックボックスになりやすく、計算のしくみの理解や新たな指標や計算方法の開発を困難にすることが多い。表計算ソフトウェアは、人間になじみやすい表の形式で表現されるため、理解を容易にし、指標の開発、結果の可視化や解釈などを容易にするだろう。本稿では、集合の表現方法、単調性、優（劣）加法性のチェック方法、メビウス反転、Shapley 値、 λ ファジィ測度の計算方法、ショケ積分、菅野積分の計算方法の解説を行う。

1. はじめに

表計算ソフトウェアは、計算手順を含めて可視化することができる。分析ソフトウェアは、入力値を与えれば、その結果を出力値として提示する。計算過程は、結果の解釈などに必要なときのみ、結果の一部として提示される。これは、表計算ソフトウェアでマクロを使ったり表計算ソフトウェアに組み込まれた関数やツールを使ったときも同様である。

本稿では、表計算ソフトウェアのマクロを使用せず、セルに設定した計算式でファジィ測度の指標やファジィ積分の計算を行う。セル間の計算式であるので、数値がどのように変化するか可視化することができ、それらがどのような性質を持つのか理解するのに役立つだろう。また、新たなモデルや指標を考えるにあたり、計算式の変更などで対応でき、プロトタイプを作成を容易にするだろう。

著者はこれまでマクロを使ったツールを開発してき

たが、中身がブラックボックス化するため、本稿の計算表を開発した。基本的にワークシートだけで計算しているので、計算時間が多少かかることがある。近年の計算機の処理速度の向上によりこの問題は解決されるだろう。提供する計算表は、Microsoft Excel のファイルである。ファジィ測度関連（2 章）の計算表は、「FuzzyMeasure.xlsx」、ファジィ積分関連（3 章）の計算表は、「FuzzyIntegral.xlsx」で提供する。マクロなどを使用しないので、一部の機能を除いて、多くの表計算ソフトウェアで実行できるであろう。

本稿で利用する計算表は、日本知能情報ファジィ学会の「SOFT Computing Repository」(<http://soft-cr.org>) または著者のページで提供する。本稿を読み進めるにあたり、ぜひファイルを参照・利用していただきたい。水色または灰色の背景色のセルは、利用者が変更することを想定したセルである。

2. ファジィ測度

2.1 ファジィ測度の表現方法

ファジィ測度 [1] は、評価基準の全体集合を $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ としたとき、そのすべての部分集合に数値（非負の値）を割り当てたものである。ファジィ測度 g は、非負の実数値をとる集合関数として定義されている。

$$g(\emptyset) = 0 \quad (1)$$

$$g(A) \geq g(B) \quad \text{if } A \supseteq B, \forall A, B \subseteq X \quad (2)$$

$$g(X) = 1 \quad (3)$$

式 (2) は単調性制約で、通常この制約が課される。単調性制約を課さないファジィ測度は非単調ファジィ測度と呼ばれている。単調制約を満たすと、ショケ積分で入力値に対して単調増加関数となる。式 (3) は正規性の仮定で、ファジィ積分はすべての入力値が 1 のとき、出力値が 1 となる関数となる。

† Calculation of Fuzzy Measures and Fuzzy Integrals Using Spreadsheet Software
Eiichiro TAKAHAGI

* 専修大学商学部
School of Commerce, Senshu University

	x8	x7	x6	x5	x4	x3	x2	x1
何番目	7	6	5	4	3	2	1	0
2進数表現	0	0	1	0	0	1	0	1
10進数	128	64	32	16	8	4	2	1
要素			x6			x3		x1
			32			4		1

図 1 集合 $\{x_1, x_3, x_6\}$ の 2 進数表現

2.2 集合の表現方法

（本稿で用いる）集合の表現方法と演算方法について説明する。集合は、ビット列（2 進数）で表現する（図 1）。右から i 番目のビットが ON ならば、 $i+1$ 番目の要素がその集合に含まれていることを示す。例えば、 $A = \{x_1, x_3, x_6\}$ の場合、0, 2, 5 番目のビットがオンになるので、 $00100101_{(2)} = 2^0 + 2^2 + 2^5 = 1 + 4 + 32 = 37$ となる。この表現を集合番号と呼ぶ。

表 1 に $n = 3$ の場合の番号番号と集合の対応表を示す。また、表計算ファイルのシート「集合表現」に $n = 8$ までの集合番号と数式表現、要素数の対応表を作成した。水色のセルを変更することにより基準名を変更できる。

この表現を利用して、ファジィ測度・ファジィ積分の計算を行うが、その際必要とする集合演算の計算方法を表 2 に示す。集合 A, B の集合番号の値を a, b とする。また、 $2^8 - 1 = 255$ は全体集合を表す。和集合と差集合については、条件付きで容易な計算方法を付けた。これは、ファジィ測度・ファジィ積分の計算ではこれらの条件が満たされるという前提での計算が多いためである。また、表計算ファイルのシート「ビット演算」に表 2 の計算例を示した。

計算は、 n を要素数とし、 a, b を A, B の集合番号とし次のように行う。

1. $A, B \subseteq X$ のチェック: $a \leq 2^n - 1$ かつ $b \leq 2^n - 1$
2. $A \supseteq B$ のチェック（表 2 より）: $BITAND(255 - a, b)$ が 0 に等しく、かつ $a \neq b$
3. 1., 2. の条件が満たされたとき単調性をチェック: $g(A) \geq g(B)$

2.3 単調性のチェック

式 (2) のファジィ測度の単調性のチェックは、図 2 のように、各集合 A のすべての部分集合に対して行っている。要素数 8 までの計算表は、シート「単調性チェック」にある。調べる要素数を記入し、水色（灰色）の値の欄に、ファジィ測度の値を記入していくと、 $g(A)$ （縦方向）と $g(B)$ （横方向）で単調性のチェック

表 1 集合番号と集合

集合番号	2 進数表現	集合 (数式表現)
0	000 ₍₂₎	$\{\}$
1	001 ₍₂₎	$\{x_1\}$
2	010 ₍₂₎	$\{x_2\}$
3	011 ₍₂₎	$\{x_1, x_2\}$
4	100 ₍₂₎	$\{x_3\}$
5	101 ₍₂₎	$\{x_1, x_3\}$
6	110 ₍₂₎	$\{x_2, x_3\}$
7	111 ₍₂₎	$\{x_1, x_2, x_3\}$

$(g(A) \geq g(B))$ をしている。空白のセルはチェックの対象外の場合である。

図 2 での $A = \{1, 2\}$ と $B = \{1\}$ の計算式を図 3 に示す。B10 と I3 は A と B の集合番号、C4 は X の集合番号、D10 と I5 は $g(A)$ と $g(B)$ の値である。

2.4 優加法性、劣加法性のチェック

ファジィ測度の性質として、2 つの集合 B, C （ただし、 $B \cap C = \emptyset, A = B \cup C, A, B \neq \emptyset$ ）のファジィ測度の大小関係で 3 つの場合がある。

$$\text{優加法性 } g(A) \geq g(B) + g(C) \quad (4)$$

$$\text{劣加法性 } g(A) \leq g(B) + g(C) \quad (5)$$

$$\text{加法性 } g(A) = g(B) + g(C) \quad (6)$$

また、すべての $B \cap C = \emptyset$ となる $B \subseteq X, C \subseteq X$ で、それぞれの性質が成立するとき、優加法的なファジィ測度、劣加法的なファジィ測度、加法的なファジィ測度と呼ぶ。

図 4 は、その計算表である。集合 A を列（縦）方向に並べ、集合 B を行（横）方向に並べている。ただし、 $A, B \neq \emptyset$ なので、集合番号 0 の行、列は調べていない。 $A \supseteq B$ の場合、 $C = A \setminus B$ を求め、 $g(A) \geq g(B) + g(C)$ ならば TRUE を、そうでなければ FALSE を表示している。

計算手順は、 a, b, c を A, B, C の集合番号とし、

1. $A, B \subseteq X$ の A, B かのチェック: $a \leq 2^n - 1$ かつ $b \leq 2^n - 1$
 2. $A \supseteq B$ のチェック（表 2 より）: $BITAND(255 - a, b)$ が 0 に等しく、かつ $a \neq b$
 3. 1., 2. の条件が満たされたとき優加法性をチェック: $g(A) \geq g(B) + g(B)$
 - (a) c の集合番号は、 $C = A \setminus B$ かつ $A \supset B$ より、 $c = a - b$ となる。
 - (b) $a - b$ の集合番号より、B7:D262 の表を引き（VLOOKUP 関数） $g(C)$ の値を求めている。
- である。 $A = \{x_1, x_2, x_3\}, B = \{x_1\}, C = A \setminus B =$

表2 集合演算の計算 ($n = 8$ の場合)

集合演算	(条件)	計算式
$A \cap B$		$\text{BITAND}(a, b)$
$A \cup B$		$\text{BITOR}(a, b)$
$A \cup B$ ($A \cap B = \emptyset$ の場合)		$a + b$
A^C (補集合)		$(2^8 - 1) - a$
$A \supseteq B$		$\text{BITAND}((2^8 - 1) - a, b) == 0$
$A \supsetneq B$		$\text{AND}(\text{BITAND}((2^8 - 1) - a, b) == 0, a <> b)$
$A \setminus B$		$a - \text{BITAND}(a, b)$
$A \setminus B$ ($A \supseteq B$ の場合)		$a - b$

基準数	3				集合番号	0	1	2	3	4	5	6
$2^n - 1$	7				集合 B	{}	{x1}	{x2}	{x1,x2}	{x3}	{x1,x3}	{x2,x3}
					値 g(B)	0	0.2	0.3	0.6	0.9	1	0.7
集合番号	集合 A	値 g(A)	単調性	満たさない数								
0	{}	0	TRUE	0								
1	{x1}	0.2	TRUE	0	TRUE							
2	{x2}	0.3	TRUE	0	TRUE							
3	{x1,x2}	0.6	TRUE	0	TRUE	TRUE	TRUE					
4	{x3}	0.9	TRUE	0	TRUE							
5	{x1,x3}	1	TRUE	0	TRUE	TRUE			TRUE			
6	{x2,x3}	0.7	FALSE	1	TRUE		TRUE		FALSE			
7	{x1,x2,x3}	1	TRUE	0	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE

図2 単調性のチェック

図3 単調性のチェックの計算式

基準数	3				集合番号	0	1	2	3	4	5	6
$2^n - 1$	7				集合 B	{}	{x1}	{x2}	{x1,x2}	{x3}	{x1,x3}	{x2,x3}
					値 g(B)	0	0.2	0.3	0.4	0.1	0.6	0.9
集合番号	集合 A	値 g(A)	優加法性	満たさない数	チェック無し							
0	{}	0	TRUE	0								
1	{x1}	0.2	TRUE	0								
2	{x2}	0.3	TRUE	0								
3	{x1,x2}	0.4	FALSE	2		FALSE	FALSE					
4	{x3}	0.1	TRUE	0								
5	{x1,x3}	0.6	TRUE	0			TRUE			TRUE		
6	{x2,x3}	0.9	TRUE	0				TRUE		TRUE	TRUE	
7	{x1,x2,x3}	1	FALSE	2		FALSE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	TRUE	FALSE

図4 優加法性のチェック

図5 優加法性のチェックの計算式

$\{x_2, x_3\}$ の場合の計算式を図5に示す。

劣加法性の場合、図5の真理値の部分の $\leq$ となり、加法性は $=$ 、強い意味での優加法性は $>$ 、強い意味での劣加法性は $<$ とする。

また、シート「優劣加法性チェック」で、 $g(C) - (g(A) + g(B))$ の値を表示し、表計算の条件付き書式で、セルの背景色を変更している。

2.5 メビウス反転

ファジィ測度のメビウス反転 [2] は、ファジィ測度に一対一対応するファジィ測度の別表現である。ファジィ測度 g のメビウス反転 g^A は、

$$g^A(A) = \sum_{B \subseteq A} (-1)^{|A| - |B|} g(B), \forall A \subseteq X \quad (7)$$

で定義され、逆変換は、

$$g(A) = \sum_{B \subseteq A} g^A(B), \forall A \subseteq 2^X \quad (8)$$

となる。

ファジィ測度からメビウス反転を求める式は (7) であるが、式 (8) を次のように変形すると計算が容易である。

$$\begin{aligned}
 g(A) &= \sum_{B \subseteq A} g^A(B) \\
 g(A) &= g^A(A) + \sum_{B \subsetneq A} g^A(B) \\
 g^A(A) &= g(A) - \sum_{B \subsetneq A} g^A(B) \quad (9)
 \end{aligned}$$

集合 A のメビウス反転値 $g^A(A)$ を求めるには、 A の真部分集合のメビウス反転値 $g^A(B)$ の合計を求め、その値と $g(A)$ の差を求める。これは、直観的な理解がしやすい。

求める手順は、 $g^A(A)$ の計算で使う $g^A(B)$ を先に計算していく。本稿の例では集合番号順に計算している。

基準数	4		i	2^{i-1}	基準名	入力値 x_i	計算用 x_i	順位 $\sigma(i)$			
2^n-1	15		1	1	{x1}	60	60	4			
			2	2	{x2}	80	80	2			
番号	集合 A	値 g(A)	3	4	{x3}	70	70	3			
0	{}	0	4	8	{x4}	90	90	1			
1	{x1}	0.2	5	16	{x5}						
2	{x2}	0.3	6	32	{x6}						
3	{x1,x2}	0.6	7	64	{x7}						
4	{x3}	0.3	8	128	{x8}						
5	{x1,x3}	0.4									
6	{x2,x3}	0.7									
7	{x1,x2,x3}	0.8	順位	集合番号	基準名	入力値	差	番号累積	累積集合B	g(B)	g(B)*差
			1	8	{x4}	90	10	8	{x4}	0.1	1
8	{x4}	0.1	2	2	{x2}	80	10	10	{x2,x4}	0.5	5
9	{x1,x4}	0.4	3	4	{x3}	70	10	14	{x2,x3,x4}	0.8	8
10	{x2,x4}	0.5	4	1	{x1}	60	60	15	{x1,x2,x3,x4}	1	60
11	{x1,x2,x4}	0.6	5			0					
12	{x3,x4}	0.6	6			0					
13	{x1,x3,x4}	0.7	7			0					
14	{x2,x3,x4}	0.8	8			0					
15	{x1,x2,x3,x4}	1				0					
									合計(出力)		74

図 10 ショケ積分の計算表

順位は任意の入力値を高順位とし、同順位は許さない。 $x_{\sigma(1)} \geq x_{\sigma(2)} \geq \dots \geq x_{\sigma(n)}$, $X = \{\sigma(1), \dots, \sigma(n)\}$ とする。 $x_1 = 60, x_2 = 80, x_3 = 70, x_4 = 90$ の場合, $\sigma(1) = 4, \sigma(2) = 2, \sigma(3) = 3, \sigma(4) = 1$ となる。

ショケ積分 [6, 7] は,

$$f_g^C(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n [g(\{\sigma(1), \dots, \sigma(i)\})(x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(i+1)})] \quad (21)$$

で定義される。ただし, $\sigma(n+1) = n+1, x_{n+1} = 0$ とする。

図 10 は, シート「ChoquetIntegral」は, ショケ積分の計算表である。3つの部分からなっていて, 左は, ファジィ測度 g の値を入力したものである。 $g(A)$ は, 第2章で計算した任意のファジィ測度の値を複写して利用できる。

図 10 の右上の部分は, $\sigma(i)$ の値を求めている。基本的には表計算ソフトウェアの RANK 関数を用いている。表計算ソフトウェアの RANK 関数は, 同点の場合, 同順位の値を示す。そこで, 対象の入力値より小さい i での x_i の個数 ($|\{x_j; x_j = x_i, j = 1, \dots, i-1\}|$) を加えている。例えば $i = 4$ で $\sigma(i)$ の計算式は,

$$=IF(F5<= C1, RANK(J5, J2:J9, 0) + COUNTIF(J$2:J4, J5), "")$$

となる。「IF(F5<= \$C\$1)」は, 計算の範囲にあるかのチェックで, 「RANK(J5, \$J\$2:\$J\$9, 0)」は, 評価値 x_i の順位 (大きい順) を表す。「COUNTIF(J\$2:J4, J5)」の J5 は x_i を, J\$2:J4 は $x_j, j = 1, \dots, i-1$ を表す。

右下の表は, 式 (21) の計算で, 順位は, 式 (21) の i を表している。

集合番号の列: 右上の表から順位に対応した集合番

号 (2^{i-1}) の値を求めている。表計算の match 関数で対応する順位が何番目か求め, その何番目から index 関数を使って集合番号を求めている。

基準名, 入力値: 右上の表を使い, 集合番号から vlookup 関数を使って, 基準名, 入力値を求めている。

入力差: 式 (21) の $(x_{\sigma(i)} - x_{\sigma(i+1)})$ を計算している。

番号累積, 累積集合B: $g(B)$ 式 (21) の $\{\sigma(1), \dots, \sigma(i)\}$ を求めている。 i が 1 増える毎に要素 $\sigma(i)$ が追加されるので, 集合番号を累積している。 $g(B)$ の値は, 番号累積を使って, 左の表から vlookup 関数を使って表引きしている。

$g(B)*$ 差: 式 (21) の $\sum$ 内の計算をしている。

合計 (出力): 式 (21) の $\sum$ の計算をしている。

図 10 の方法では, 図右のように表の形で計算されるので, 複数の入力値の組を計算するのは不便である。そこで, シート「ChoquetIntegral_line」に, 1つの評価値を 1行で計算する表を用意した。計算方法は, 図 10 と同様で, 右表の各列の計算を横長のセルで計算したものである。

3.2 ショケ積分 (負の入力値を含む場合)

3.1 節の方法は, 非負の入力値を前提としている。負の入力値を含む計算は, ショケ積分の次の性質を使って容易に計算できる。実数 $a > 0$ と b に対して

$$f_g^C(a \cdot x_1 + b, \dots, a \cdot x_n + b) = a \cdot f_g^C(x_1, \dots, x_n) + b \cdot g(X) \quad (22)$$

となる [7]。この性質を利用して, $x_i < 0$ となる入力値がある場合, $a = 1, b = \min(x_1, \dots, x_n)$ とすれば,

基準数	4		i	2 ⁿ (i-1)	基準名	入力値 x _i	計算用 x _i	順位 σ(i)	最小値 計算用		
2 ⁿ n-1	15		1	1	{x1}	-10	30	3	-10		
			2	2	{x2}	20	60	2	20		
番号	集合 A	値 g(A)	3	4	{x3}	60	100	1	60		
0 { }		0	4	8	{x4}	-40	0	4	-40		
1 {x1}		0.2	5	16	{x5}						
2 {x2}		0.3	6	32	{x6}						
3 {x1,x2}		0.6	7	64	{x7}						
4 {x3}		0.3	8	128	{x8}						
5 {x1,x3}		0.4	最小値(b)							-40	
6 {x2,x3}		0.7	順位	集合番号	基準名	入力値	差	番号累積	累積集合B	g(B)	g(B)*差
7 {x1,x2,x3}		0.8	1	4	{x3}	100	40	4	{x3}	0.3	12
8 {x4}		0.1	2	2	{x2}	60	30	6	{x2,x3}	0.7	21
9 {x1,x4}		0.4	3	1	{x1}	30	30	7	{x1,x2,x3}	0.8	24
10 {x2,x4}		0.5	4	8	{x4}	0	0	15	{x1,x2,x3,x4}	1	0
11 {x1,x2,x4}		0.6	5			0					
12 {x3,x4}		0.6	6			0					
13 {x1,x3,x4}		0.7	7			0					
14 {x2,x3,x4}		0.8	8			0					
15 {x1,x2,x3,x4}		1				0			合計		57
16 {x5}			最小値							-40	
17 {x1,x5}								15	{x1,x2,x3,x4}	1	-40
									合計 (出力値)		17

図 11 負の入力値を含むショケ積分の計算表

基準数	4		i	2 ⁿ (i-1)	基準名	入力値 x _i	計算用 x _i	順位 σ(i)			
2 ⁿ n-1	15		1	1	{x1}	0.4	0.4	3			
			2	2	{x2}	0.8	0.8	2			
番号	集合 A	値 g(A)	3	4	{x3}	0.4	0.4	4			
0 { }		0	4	8	{x4}	0.9	0.9	1			
1 {x1}		0.2	5	16	{x5}						
2 {x2}		0.3	6	32	{x6}						
3 {x1,x2}		0.6	7	64	{x7}						
4 {x3}		0.9	8	128	{x8}						
5 {x1,x3}		1	順位	集合番号	基準名	入力値	番号累積	累積集合B	g(B)	min(g(B),入力値)	
6 {x2,x3}		0.7	1	8	{x4}	0.9	8	{x4}	0.1	0.1	
7 {x1,x2,x3}		1	2	2	{x2}	0.8	10	{x2,x4}	0.5	0.5	
8 {x4}		0.1	3	1	{x1}	0.4	11	{x1,x2,x4}	0.5	0.4	
9 {x1,x4}		0.2	4	4	{x3}	0.4	15	{x1,x2,x3,x4}	1	0.4	
10 {x2,x4}		0.5	5			0				0	
11 {x1,x2,x4}		0.5	6			0				0	
12 {x3,x4}		0.4	7			0				0	
13 {x1,x3,x4}		0.3	8			0				0	
14 {x2,x3,x4}		0.2				0				0	
15 {x1,x2,x3,x4}		1				0			最大値(出力)		0.5

図 12 菅野積分の計算表

$$f_g^C(x_1, \dots, x_n) = f_g^C(x_1 - b, \dots, x_n - b) + b \cdot g(X) \quad (23)$$

5. 右下の表の最下行で、 $f_g^C(x_1 - b, \dots, x_n - b) + b \cdot g(X)$ を計算している。

となる。各入力値から最小値を引き（最小値の絶対値を加え）ショケ積分の計算をし、最小値倍した $g(X)$ を加える。

図 11 は、負の入力値を含むショケ積分の計算表で、シート「ChoquetIntegral_wneg」である。

- 図 11 右上の表の「最小値計算用」の列で、 x_i の最小値 (b) を求めている。
- 「計算用 x_i 」の列は、 $x_i + b$ にし、すべて非負の値にしている。
- 右下の表（最下の 2 行を除く）で、図と同様の方法で、 $f_g^C(x_1 - b, \dots, x_n - b)$ の値を計算している。
- 右下の表の下から 2 行目で、 $b \cdot g(X)$ を計算している。

3.3 菅野積分

菅野積分 [1] は、

$$f_g^S(x_1, \dots, x_n) = \bigvee_{i=1}^n [g(\{\sigma(1), \dots, \sigma(i)\}) \wedge x_{\sigma(i)}] \quad (24)$$

で定義される。 $\vee, \wedge$ はそれぞれ最大値、最小値の演算子である。ショケ積分（式 (21)）との違いは、(1) 大きい順に並べた入力値の差異ではなく入力値自体を使い (2) その入力値とファジィ測度の積ではなく最小値を取っていること（式 (24) の $[\]$ 内）と (3) ファジィ測度と入力値の最小値の合計ではなく最大値を求めていることである。

図 12 は、シート「SugenoIntegral」の計算表で、図 10 との違いは、下記の 2 点である。

- 右下の表の最右列で入力値とファジィ測度 ($g(B)$) の最小値を計算し、
- その最下行で、最大値を計算している

4. おわりに

表計算ソフトウェアを利用したショケ積分の計算では、塚本 [8] の T-formula を利用した方法もある。この方法では、表計算ソフトウェアのデータベース関数を利用している。

本稿では記述できなかったファジィ測度の表現やファジィ積分がある。また、回帰分析のように、多くの観測値からファジィ測度を同定する問題もある。今後機会があれば、表計算ソフトウェアでの可視化や数理計画法の問題への変換方法について記述したい。

参 考 文 献

- [1] M. Sugeno: "Theory of fuzzy integrals and its applications," Doctoral Thesis, Tokyo Institute of Technology, 1974.
- [2] 藤本勝成: "意思決定とメビウス反転," 知能と情報, Vol.10, No.2, pp. 206-214, 1998.
- [3] 室伏俊明: "ファジィ測度を読む技術 (I) ファジィ測度の Shapley 値," 第 2 回ファジィワークショップ講演論文集, pp. 39-48, 1992.
- [4] 塚本弥八郎: "不確実性を伴う意思決定問題のファジィ測度論による分析," 講座ファジィ 14 ファジィ理論と人文社会科学, 日刊工業新聞社, pp. 148-170, 1994.
- [5] 高萩栄一郎: "重要度と λ による λ ファジィ測度の同定について," 知能と情報, Vol.12, No.5, pp. 665-676, 2000.
- [6] T. Murofushi and M. Sugeno: "A Theory of fuzzy measure. Representation, the Choquet integral and null sets," *J. Math. Anal. Appl.*, Vol.159, pp. 532-549, 1991.
- [7] 菅野道夫, 室伏俊明: "ファジィ測度," 日刊工業新聞社, 1993.
- [8] 塚本弥八郎: "Choquet 積分の T-formula による簡単計算," 知能と情報, Vol.28, No.2, pp. 583-587, 2016.
(2018 年 6 月 16 日 受付)

[問い合わせ先]

〒214-8580 神奈川県川崎市多摩区東三田 2-1-1

専修大学

高萩 栄一郎

E-mail: takahagi@isc.senshu-u.ac.jp

—— 著 者 紹 介 ——

たかはぎ えいいちろう
高萩 栄一郎 [正会員]

1985 年中央大学経済学部卒業。
1989 年中央大学経済学研究科博士課程退学。福井工業大学経営工学科助手を経て、現在、専修大学商学部教授。ファジィ測度、ファジィ積分、AHP の研究に従事。日本オペレーションズ・リサーチ学会、日本経営数学会等の会員。