拡張ミッドレンジ指標 XMR の提案†

小田 哲久*

各種代表値指標の中で、ミッドレンジ（Midrange： MR ）は、外れ値に弱いという欠点があり、今ではほとんど使われていないが、人間が複数の観測値の代表値を直感的に求める時のモデルとしては有力候補の1つである。しかし、 MR は最大値と最小値しか利用せず効率が良くないので、少数データに関しては、人間のデータ処理モデルに最適とは言い切れない。本研究は、データ集合をレンジのネスト（入れ子）として扱い、各レンジの MR を一定基準で作成したウェイトで結合した重み付き平均を、新たな代表値指標として提案。4 種のモデルの中で、観測データのソーティングが不要なモデルとして XMR 指標を取り上げ、伝統的な代表値指標との関係を、指数乱数によるシミュレーションで調査した。また、調査に似た心理学的実験を試行し、被験者の応答する主観的代表値がどの指標に近いかは個人差が大きいことが示唆された。

キーワード：代表値、拡張ミッドレンジ、心理学的実験

1. はじめに

複数回の観測で得られたデータ集合の代表値（representative value）の指標として、古くから算術平均（mean, average：以下 Av と略記）、中央値、最頻値、範囲中央（mid-range：以下 MR と略記）などが使われて来た。代表値の指標は、時代によるアルゴリズムの変遷はあっても、科学・技術・政治・経済その他あらゆる分野に活用されて来ている。

一方、人間が社会生活を送る上で、複数の観測値をどのように処理しているかを知る事は、個人や集団の行動の予測に役立つと考えられる。しかし、数学的に定義された各種代表値指標の中でどの指標が近いのかについては、あまり良くわかっていない（社会心理学研究における情報統合理論研究では、個別刺激の印象の算術平均がほぼ全体の印象になることが多くの実験で確認されており、刺激のセット数や提示順序などの影響を受ける効果が確認され、そのメカニズムも様々に研究されているが、非数値刺激を扱うことが一般的であって、数値刺激問題に適切なモデルとは言いにくい）。

伝統的な指標の中で、 MR は単純なので、心理的な代表値指標の候補たりうるが、全データのうちで最大値と最小値の2個以外が無視されてデータの利用効率が悪いのは些か気になる点である。例えば少数個のデータ集合では、中間部分の値が無視されるというのは考えにくい。その一方で、データが多くなった場合に、人間がデータの算術平均を直感的に計算しているとも考えにくい。中央値についても、人間が全データを順序付けてその中央のデータを選んでいるとは考えにくい。最頻値は、頻度表などが可視的に提示されない限り、人間が直感的に選ぶことは難しそうである。このような背景の下、本研究は、拡張ファジィ論理を応用した複数観測値の散布度の指標 [1, 2] を参考に、各種の重み付き平均モデルを提案し、 MR を拡張し

た新指標 XMR を提案する。その後、指数乱数による簡単なシミュレーションを行い、伝統的指標との相対的関係を調査する。また、心理学的実験の試みを通じて人間による数値データの代表値推定の傾向に迫る。

2. 各種代表値指標

よく知られた指標も含め、代表値指標を整理する。

- (1) 算術平均（相加平均）：全データを加算し、データ数 n で除した値。
- (2) 幾何平均： n 個のデータの積の n 乗根。
- (3) 調和平均：データの逆数の算術平均の逆数。
- (4) 一般化平均：(1), (2), (3) は、一般式

$$\mu_m = \sqrt[n]{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^m} \quad (1)$$

によって統一的に表現できる。パラメータ $m = 1$ で算術平均、 $m \rightarrow 0$ の極限で幾何平均、 $m = -1$ で調和平均、 m は一般の実数に拡張される。

- (5) 中央値（メジアン：Median, 本稿では Med と略記）：ソーティングしたデータの中央の項の値、データ数が偶数個の場合は、ソーティングしたデータの中央の2項の算術平均。
- (6) 最頻値（モード：Mode）：頻度が最も高いデータの値。
- (7) 範囲中央（ミッドレンジ：Midrange, 本稿での表記は MR ）：最大値と最小値の算術平均。
- (8) 重み付き平均：各データ x_i に、異なる重み w_i を掛けて加算し、重みの総和で除算する。
- (9) トリム平均（Trim Mean）：小さい側から n 個、大きい側から n 個を外れ値とみなして除外し、残りの算術平均を算出。
- (10) ウィンザー化平均（Winsorised Mean）：トリム平均と似ているが、外れ値を除外する代わりに、指定区間内の限界の値を複製して算術平均を算出する。
- (11) ファジィ平均：高橋山ら [3] によって提案された指標。他にも、意思決定のモデルとして様々な提案が行われて来ている [4–6]。
- (12) ホッジス・レーマン推定量（Hodges–Lehmann Estimators）：

† A Proposal of the Extended Mid-Range Index XMR
Tetsuhisa ODA

* 愛知工業大学
Aichi Institute of Technology

(以下, *HLE* と略記) データ集合 X の直積 $X \times X$ のデータペア (x_i, x_j) の内, $i \leq j$ となるペアの算術平均 (中央値でもある) の中央値. *HLE* は「Pseudo-Median である」とされる. 尚, *HLE* は, R 言語では, ICSNP パッケージ内の `hl.loc` 関数や, `rt.test` パッケージ内の `HL.estimate` 関数として用意されている. *HLE* の正確な定義は [7] を参照のこと.

(13) **擬メジアン (Pseudo-Median)**: この名称には定まった定義がある訳ではなく, *HLE* 以外にも各種の定義が可能. 例えば, (12) で, 全ての直積要素 (ペア) の算術平均の中央値を指標とする定義や, $i = j$ のペアを省く定義もある. 後者は `HL.estimate` 関数で `IncudeEqual = TRUE` とする事で利用可能.

3. 新指標提案の原点

2次元ファジィ論理 [8] を応用した, 「複数観測データに関する散布度」の指標としての $C..$ 値は, データ集合をレインジのネスト (入れ子) として解釈し, 最も外側のレインジから, 中央側のレインジに向けて線形に減少するウェイトを掛けて加算した値. 詳細は [1, 2] を参照のこと.

データを昇順に並べ, $T = \{t_1, t_2, t_3, t_4, \dots, t_n\}$ とする.

(1) n が偶数の場合,

$$C.. = (n-1)(t_n - t_1) + (n-3)(t_{n-1} - t_2) + (n-5)(t_{n-2} - t_3) + \dots + \left(t_{\frac{n}{2}+1} - t_{\frac{n}{2}}\right) \quad (2)$$

(2) n が奇数の場合,

$$C.. = (n-1)(t_n - t_1) + (n-3)(t_{n-1} - t_2) + (n-5)(t_{n-2} - t_3) + \dots + 2 \left(t_{\frac{(n-1)}{2}+1} - t_{\frac{(n-1)}{2}}\right) \quad (3)$$

小田 [2] は, $C..$ を 2 倍してから n^2 で除した, 曖昧さの指標 *Amb* を定義している. *Amb* は, 資料標準偏差などと同様にデータ集合の散布度を示す指標と考えられる.

4. 新しい代表値指標について

複数観測値の散布度の指標 $C..$ 値に倣って, データ集合の代表値の新指標を定義する (ファジィ論理とは無縁になる).

データを昇順に並べた集合を $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$ とする.

通常の *MR* は, $(t_n + t_1)/2$

その内側の *MR* は, $(t_{n-1} + t_2)/2$

さらに内側の *MR* は, $(t_{n-2} + t_3)/2$

以下同様.

新指標は, ネストになったレインジ群の各 *MR* を重み付け平均で集約して定義する. 各 *MR* は, それぞれが代表値になりうるので, それらをどのように重みづけ平均しても, 良い代表値になる.

ウェイト集合 $W = \{w_1, w_2, w_3, \dots, w_n\}$ と,

データ集合 $T = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_n\}$ から, 重み付き平均値

$$W_{Av} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^n w_i} \quad (4)$$

を計算する.

ただし, レインジがネストなので, $w_i = w_{n-i+1}$ とする.

重み付き平均で考えると, *Av*, *Med*, *MR* が一般化できる.

(1) *Av*: $W = \{1/n, 1/n, 1/n, \dots, 1/n\}$ と, 全て同じ値

(2) *Med*: n が奇数の場合は中央項のみが $w = 1$, 他項は $w = 0$, n が偶数の場合は中央近傍の 2 項が $w = 0.5$, 他項は $w = 0$.

(3) *MR*: $W = \{1/2, 0, 0, 0, \dots, 0, 0, 1/2\}$

今回提案するモデル 1 からモデル 4 の指標は, それらの中間的な存在になる.

4.1 モデル 1 (*EMR1*)

ウェイトは, [1] で矛盾度の和として定義して導出された $C..$ の係数と同じとし, 内側になるほど線形に減少する係数を用い, 拡張 *MR* すなわち Extended Mid-Range 指標として提案する. 記号を *EMR1* とする.

$$n = 2, EMR1 = (t_2 + t_1)/2 \quad MR \text{ に同じ}$$

$$n = 3, EMR1 = (2t_3 + 2t_1)/4 \quad MR \text{ に同じ}$$

$$n = 4, EMR1 = (3t_4 + t_3 + t_2 + 3t_1)/8$$

$$n = 5, EMR1 = (4t_5 + 2t_4 + 2t_2 + 4t_1)/12$$

EMR1 は, *Amb* 指標 [2] と同様に, 奇数個のデータの場合に, 中央の項が無視されるという, 多少の問題点がある.

4.2 モデル 2 (*EMR2*)

EMR1 の問題点を解消するために, *Amb* 指標から完全に離れてモデル 1 のウェイトの全係数を 1 ずつ増やして, 中央値のウェイトが 1 になるように定義し, 指標名を *EMR2* とする.

$$n = 2, EMR2 = (2t_2 + 2t_1)/4 \quad MR \text{ に同じ}$$

$$n = 3, EMR2 = (3t_3 + t_2 + 3t_1)/7$$

$$n = 4, EMR2 = (4t_4 + 2t_3 + 2t_2 + 4t_1)/12$$

$$n = 5, EMR2 = (5t_5 + 3t_4 + t_3 + 3t_2 + 5t_1)/17$$

EMR2 は, ウェイト値に必然性が無い事と, 中央値へのウェイトが相対的に低く, あまり有効なモデルとは言えない.

4.3 モデル 3 (*EMed*)

アプリアリに徹して, *EMR1*, 2 とは逆に, 外側から中央に向かうにつれて線形に増加するウェイトを持つ指標を定義する.

増加係数を一定値 a に設定すると, W は次のようになる.

(1) n が偶数の場合,

$$W = \left\{ 1, a, 2a, 3a, \dots, \left(\frac{n}{2} - 2\right)a, \left(\frac{n}{2} - 1\right)a, \left(\frac{n}{2} - 1\right)a, \left(\frac{n}{2} - 2\right)a, \dots, 3a, 2a, a, 1 \right\} \quad (5)$$

(2) n が奇数の場合,

$$W = \left\{ 1, a, 2a, 3a, \dots, \left(\frac{n-1}{2} - 1\right)a, \left(\frac{n-1}{2}\right)a, \left(\frac{n-1}{2}\right)a, \left(\frac{n-1}{2} - 1\right)a, \dots, 3a, 2a, a, 1 \right\} \quad (6)$$

となる. ただし $a > 1$.

(ウェイトの総和で割り算することは自明なので記述省略)

EMed のウェイトの変化は線形でなくても良い. 中央の項へ

のウェイト増加を急峻にする, 又は, ならぬかにする定義も可能. $EMed$ はウェイト定義の自由性が高く, 将来的には, より適切なウェイトの定義が与えられる可能性がある.

4.4 モデル 4 (XMR)

各 MR にそのレンジの大きさ自体をウェイトとして付与するモデル. 内容的には Extended Mid-Range であるが, 記号は EMR と区別して XMR とする.

$$\begin{aligned} n=2, XMR &= (t_2 - t_1)\{(t_2 + t_1)/2\}/(t_2 - t_1) \\ n=3, XMR &= (t_3 - t_1)\{(t_3 + t_1)/2\}/(t_3 - t_1) \\ n=4, XMR &= \frac{(t_4 - t_1)(t_4 + t_1)/2 + (t_3 - t_2)(t_3 + t_2)/2}{(t_4 - t_1) + (t_3 - t_2)} \\ n=5, XMR &= \frac{(t_5 - t_1)(t_5 + t_1)/2 + (t_4 - t_2)(t_4 + t_2)/2}{(t_5 - t_1) + (t_4 - t_2)} \end{aligned}$$

式を整理する.

$$\begin{aligned} n=2, XMR &= (t_2 + t_1)/2 \quad MR \text{ に同じ} \\ n=3, XMR &= (t_3^2 - t_1^2)/2(t_3 - t_1) \quad MR \text{ に同じ} \\ n=4, XMR &= (t_4^2 + t_3^2 - t_2^2 - t_1^2)/2(t_4 + t_3 - t_2 - t_1) \\ n=5, XMR &= (t_5^2 + t_4^2 - t_2^2 - t_1^2)/2(t_5 + t_4 - t_2 - t_1) \end{aligned}$$

一般化すると,

$$XMR = \frac{\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} t_i^2 - \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n t_i^2}{2 \left(\sum_{i=1}^{\frac{n}{2}} t_i - \sum_{i=\frac{n}{2}+1}^n t_i \right)} \quad (7)$$

となる. ただし, パラメータ i は, 整数であり, $n/2$ は, n を 2 で除してから小数点以下を切り捨てた値である.

XMR は, データのソーティングが不要である (但し, データ集合を Med より大の要素の集合 U と, Med より小の要素の集合 L に 2 分する必要がある).

すなわち, (1) n が偶数 $2m$ の場合

$$L = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_m\}, \quad U = \{t_{m+1}, t_{m+2}, t_{m+3}, \dots, t_n\} \quad (8)$$

(2) n が奇数 $2m+1$ の場合

$$L = \{t_1, t_2, t_3, \dots, t_m\}, \quad U = \{t_{m+2}, t_{m+3}, t_{m+4}, \dots, t_n\} \quad (9)$$

であり,

$$XMR = \frac{\sum U^2 - \sum L^2}{2(\sum U - \sum L)} \quad (10)$$

となる.

なお, $EMRI$ と同様に中央の項は無視される.

4.5 提案指標のまとめ

Med や MR がデータ集合の部分データと順位情報から全体を代表する指標値を算出しようとするのに対し, 新提案指標の特徴は, 全データを有効に使う事である. 新提案指標の中で, $EMRI$, $EMR2$, $EMed$ は, データのソーティングを要する

が, XMR はそれが不要である. 関数形の簡潔さのメリットと, ソーティング不要のメリットを勘案し, 以下では, 拡張 MR の代表として XMR を取り上げる.

なお, 伝統的な代表値指標は, $n=1$ に於いてデータの値 t_1 を代表値とするので, 全ての新指標でもそれを踏襲する.

5. モンテカルロ法シミュレーション

正規乱数, 一様乱数など, 左右対称な分布の乱数を使ったシミュレーションでは, 代表値指標の間の違いは見出しにくい. そこで, 本研究では, 非対称分布の指数乱数によって, ごく稀に生起するランダム現象をシミュレートする.

5.1 シミュレーションの手続き

(使用乱数) 指数乱数 (母数 $\lambda > 0$, 確率密度関数 $\lambda e^{-\lambda x}$) を適用. $\lambda = 1$ に設定. データ数 $n = 2$ から, $n = 1,000$ まで順次生成してゆく.

(繰り返し数) 同一のデータ数 n について, それぞれ, 10,000 回の繰り返しを行う.

(比較する 5 種類の指標) Av , Med , MR , XMR , HLE

5.2 結果の平均値・中央値による集約

(1) データ数 n 個 ($n = 2$ から $n = 1,000$ まで) について得られた 10,000 組の乱数列について, 5 種の代表値指標を計算し, 平均値 $mean$ で集約してみる (指標 Av との混乱を避けるため, ここでは集約法を $mean$ と呼ぶ). 以下の図は全て横軸がデータの個数, 縦軸が集約された指標値を表す (図 1, 2 は横軸が対数目盛, 図 3 は両対数目盛).

図 1 で, Av は, 安定した数値を示す. 1 点推定値と見れば, シミュレーションで用いた指数乱数の規準化後パラメータ ($\lambda = 1$) への推定誤差は極めて小さい. しかし, 災害の「周期」を知ろうという試みに対して, 数値の安定性が絶対的に優位か否かは不明である. シミュレーションと違って, 現実の観測データは一回限りの再現性の無いもので, 人々はそのから現象の「周期性」を判断しなければならない.

(指数乱数に周期性はないが, ここでの「周期」ないし「周期性」は, 「何年に 1 度の災害」, といった, あえて周期性を前提にした主観的表現を意味する.)

また, 図 1 から, MR の値は, n の増加につれて増大することが読みとれる. XMR はある程度まで MR に追随するが, 途中から平坦になり Av に並行に近づく. HLE , Med は, 下降しつつ平坦になる. 理論的には, $n \rightarrow \infty$ では, $Med \rightarrow \frac{1}{\lambda} \ln 2$, $\lambda = 1$ では, 約 0.6931472 に近づくはずである.

(2) 中央値による集約 (図 2) では, 全指標が, $n = 2$ で, 同一値からスタートする (指数分布の和の「アーラン分布」における $n = 2, \lambda = 1$ の中央値の $1/2$ は約 0.839173 だが, 有限回のシミュレーションでは多少異なる値が出現する. 今回は約 0.838). MR は n の増加につれて増大し, XMR はある程度まで MR に追随し, 途中から Av に並行に近づく. Av は, 分布の期待値 ($\lambda = 1$) に下方から漸近的に近づく. HLE , Med は, ごく小さい n で奇数と偶数で多少の凹凸変化をするが, n の増加につれて平坦になる. Med については, 比較的小さい n で $\frac{1}{\lambda} \ln 2$

図1 mean による集約

図3 標準偏差による集約

図2 中央値による集約

の近傍に安定する。

以上の2つの集約方法の比較から、指標 *Av*、指標 *Med* について、指数分布パラメータの1点推定という視点では、小さい n で理論値に近づくことから、それぞれの集約方法が適しているとわかる。

5.3 結果の $\sqrt{V}$ による集約

5種の指標の各10,000組についてシミュレーション結果のばらつきを標準偏差 $\sqrt{V}$ （不偏分散の平方根）で集約する。

図3に見られるように、*Av*、*Med*、*HLE*の3指標がほぼ同じ値を示し、 n の増大につれて下がってゆく。一方、*MR*はほぼ平坦である。*XMR*は、 $n = 10$ 付近までは*MR*と*Av*などとのほぼ中間に位置するが、 n の増加につれて*Av*などと平行になる。なお、四分偏差で集約してもほぼ同じ結果を得た。

今回のシミュレーション結果（数値表）を活用することで、各指標からの λ の推定が可能になり、また、得られた推定値の誤差評価も可能になると考えられる。

6. 心理学的実験の試み

シミュレーションで想定された状況を心理学的実験で試みる。被験者に乱数データを見せて周期を推測させるのは、数学的には無謀だが、現実社会では、このような事態は珍しくない。大地震の周期説のように、周期性の存在自体が不明な現象の周期性に科学者が固執してきたことは記憶に新しい。

6.1 実験手続き

被験者は、無記名・ボランティア。愛知工業大学経営学部生（A群）15名と、日本知能情報ファジィ学会東海ファジィ研究会参加者（B群）11名。A群は授業時に依頼、B群は研究会での著者の講演開始に先立って配布し応答を依頼。

（教示）下記データは、大きな災害の起きた歴史を調べて、ある災害が起きてから、同様な災害が発生するまでの期間を調べたものです。場所により、また、現象によって起き方は様々です。それぞれ、どの程度の期間で発生していると感じるか、主観的に答えてください。（計算によるのではなく、あくまで、直感で答えてください。感じ方は人によって違うので、正解というものはありません。）表の下のカッコの中に数値を記入してください。

なお、数字が0なのは、年単位なら1年以内に次の災害が起きた場合の表記です。

（刺激課題と数値）

AからJの課題には、それぞれ10個の数値と単位（年または日）が示され、応答は空欄に自由に数値を記入させた。

表1のパラメータから表2の刺激数値を作成。

6.2 実験結果

各被験者が、課題AからJを通じて、どの代表値指標に似た傾向を示すかを、 $\lambda = 1$ に規準化後の応答値と課題の間の積率相関係数 r で数値化してみる。 r では、絶対値の近似の程度は検討できないが、ある程度の類似性（被験者の推定値がどの代表値指標に似ているか）は観察できる。

表 1 各課題 S に割り当てた指数乱数のパラメータ $1/\lambda$

S	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
$\frac{1}{\lambda}$	365	10	7	30	120	100	3	50	5	21

S は、A から J までで、それぞれ 10 個の整数データを持つ。各パラメータの指数乱数を 10 個発生させ、四捨五入して作成。

表 2 提示される各課題の数値データ (刺激)

A	217	589	272	37	538	368	402	83	682	126
B	5	1	2	24	4	1	11	2	15	2
C	3	10	16	2	1	1	5	8	3	3
D	59	2	30	6	17	59	47	50	38	49
E	117	66	65	552	21	24	154	218	12	301
F	60	42	129	39	26	113	28	25	58	28
G	0	3	3	4	4	3	1	1	3	2
H	9	52	61	142	157	44	5	10	7	103
I	9	0	0	2	1	6	7	0	1	11
J	31	32	10	26	13	13	15	6	41	11

A と F は日数、それ以外は年数と教示した。

表 3 実験結果 (積率相関係数 r)

Cluster	ID	Av	Med	MR	XMR	HLE
a	11	0.83**	0.51	0.76*	0.84**	0.68 *
a	18	0.63	0.19	0.73 *	0.73*	0.51
a	21	0.68*	0.24	0.87**	0.84 **	0.42
a	24	0.72 *	0.2	0.97**	0.93**	0.38
a	25	0.85**	0.67*	0.59	0.73 *	0.83**
b	4	0.71*	0.67*	0.39	0.55	0.75 *
b	22	0.70*	0.84**	0.13	0.42	0.84**
b	23	0.67*	0.78**	0.14	0.38	0.84**
c	1	0.46	0.1	0.71*	0.64*	0.19
c	8	0.42	0.07	0.66*	0.57	0.22
c	10	0.4	0.1	0.57	0.5	0.25
c	12	0.27	-0.18	0.58	0.47	-0.01
c	13	0.23	-0.21	0.66*	0.49	-0.04
c	15	0.49	0.1	0.75*	0.68*	0.2
c	16	0.29	-0.08	0.43	0.36	0.23
c	20	0.23	-0.03	0.45	0.36	0.08
d	2	0.55	0.35	0.45	0.5	0.56
d	7	0.51	0.3	0.35	0.46	0.54
d	9	0.17	0.31	-0.14	-0.01	0.28
d	17	0.41	0.48	0.11	0.27	0.42
d	19	0.43	0.61	-0.02	0.18	0.66*
e	3	-0.04	-0.06	0.01	-0.04	0.1
e	5	-0.21	-0.37	-0.04	-0.12	-0.2
e	6	-0.43	-0.38	-0.43	-0.47	-0.26
e	14	-0.35	-0.2	-0.35	-0.4	-0.19
le	26	-0.32	-0.07	-0.5	-0.44	-0.11

実験群 A と B は、いずれかのモデルに近似できるかどうかについて統計的な有意差は見出せないの、両群のデータをプールして階層的クラスター分析 (Ward 法, ユークリッド距離) を行った。5 群に分類した所、比較的解釈しやすいので、結果を表 3 に示す。表中、ID は被験者番号を表し、ID = 1 から ID = 15 までは実験群 A、以後は実験群 B を示す。

*は 5% 有意, **は 1% 有意を示す。表中の太字は、各被験

者の相関係数の最大値 (ただし、 $r < 0$ は太字にしない)。

6.3 考察

今回の実験では、被験者数が少なく、十分な結論を得ることはできないが、結果は被験者による違いが顕著であった。表 3 からは、5 群のクラスターを、概略、(a) Av, MR, XMR で近似可能、(b) Av, Med, HLE 以外で近似可能、(c) MR, XMR で近似可能、(d) どの指標とも弱い相関を示す、(e) どの指標とも逆相関の応答をする、といった内容で解釈できそうである。その中で、(d)、(e) の両群、特に (e) の被験者は、教示を十分には理解できていなかった可能性もある。

今後の実験では、被験者数の大幅増と共に課題数も多少増やすことが望ましい。また、各課題の刺激数 n が多いと被験者負担が大きくなってモラルが下がるので各 10 個に設定したが、3 個以上可変とすれば、 n の値による変化と共に、 n が奇数と偶数の場合の違いも検討可能になる。しかし、課題によって n が異なると相関係数による比較が困難になり、別の n には別の被験者を割り付ける等の工夫が必要になると思う。

7. 結び

人が複数データを見た時の代表値推定に対する主観的モデルとして、算術平均 (Av) モデルやミッドレンジ (MR) モデルが考えられるが、検討すべき指標は他にもある。本稿では、データ集合をレンジのネストに分解して重み付け平均をとる 4 種の新指標を提案し、その代表として拡張ミッドレンジ XMR を提案した。

ランダム現象を模した指数乱数のモンテカルロシミュレーションを行ったところ、XMR は、少数データでは Av と MR の中間的な特徴を示し、多数データでは Av に似た特徴を呈する様子が可視化された。

今回の被験者実験は、発生が稀な事象を人間がどう認識するかを検討する為の設定にした。その結果、有望視していた Av, MR だけでなく、XMR, HLE に近い応答をする被験者もいた。その一方で、どの指標にも似ていない応答も見られた。予備の実験で被験者数が過少だが、教示や課題数、各課題のデータ数 n 、パラメータ $\frac{1}{\lambda}$ 等の課題設定が不十分だった可能性もある。しかし個人差の重要性が窺える結果を得た。

実験では、新指標 XMR と被験者応答との相関は、MR の場合と似た結果を得たが、両者の比較では、相互に、より高い場合もより低い場合もあり、XMR も伝統的指標と並んで代表値推定の主観的モデルに使えそうである。

参 考 文 献

- [1] 小田哲久: “複数観測データの間の矛盾度について—超論理空間モデルによる考察—,” 知能と情報 (日本知能情報ファジィ学会誌), Vol.16, No.1, pp. 70-79, 2004.
- [2] 小田 哲久: “FCR 法矛盾度を用いたデータ散布度の新指標 AMB 値の特性,” ファジィシステムシンポジウム講演論文集, 9 月 3-5 日, 名古屋, pp. 31-36, 2018.
- [3] 高橋山, 田宮稔士, 河原田秀夫: “ファジィ平均の提案,” 数理解析研究所講義録, Vol.891, pp. 168-179, 1995.
- [4] 小田哲久: “データ集合の代表値に関する研究,” 第 62 回日本経営システム学会大会講演論文集, pp. 168-171, 2019.

- [5] 小田哲久: “複数観測の矛盾度の考え方の重み付き平均への応用,” 東海ファジィ研究会講演論文集, pp. 3-1_3-7, 2019.
- [6] 小田哲久: “拡張ミッドレンジ指標 *XMR* の特性について,” 第 63 回日本経営システム学会大会講演論文集, pp. 86-89, 2019.
- [7] J. L. Hodges and E. L. Lehmann: “Estimates of location based on rank tests,” *The Annals of Mathematical Statistics*, Vol.34, No.2, pp. 598-611, 1963.
- [8] 小田哲久: “多次元多値論理体系の提案: ファジィ論理の多次元的拡張としての超論理空間モデル,” 日本経営工学会論文誌, Vol.49, No.3, pp. 135-145, 1998.

(2020 年 4 月 15 日 受付)

(2020 年 5 月 30 日 採録)

[問い合わせ先]

〒464-0044 愛知県名古屋市中種区自由ヶ丘 2-49-2

愛知工業大学経営学部経営学科

小田 哲久

E-mail: oda@aitech.ac.jp

—— 著 者 紹 介 ——

おだ てつひさ
小田 哲久 [特別会員]

1971 年東京理科大学工学部経営工学科卒業。1976 年早稲田大学大学院理工学研究科機械工学専攻満期退学。同年愛知工業大学工学部経営工学科専任講師。1990 年同助教授。2000 年愛知工業大学経営情報科学部マーケティング情報学科教授。2002 年博士（工学）（早稲田大学）。2018 年愛知工業大学経営学部経営学科退職。同名誉教授。現在、日本知能情報ファジィ学会、日本経営システム学会（2015～2017 年会長）、日本オペレーションズリサーチ学会、日本心理学会の会員。1986 年よりファジィ理論の心理学への応用研究に従事。

A Proposal of the Extended Mid-Range Index *XMR*

by

Tetsuhisa ODA

Abstract:

Among various representative value indicators, mid-range (*MR*) has the disadvantage of being vulnerable to outliers, and is rarely used today. The *MR* index is one of the promising models used by humans to intuitively find the representative value of multiple observation values. However, it is not efficient to use only the maximum and minimum values, so there is a possibility that the *MR* index can be an inappropriate model for small size data set. In this study, we propose to treat a data set as nested range values and then calculate a weighted averaging value as new representative value indexes by combining the ranges with the set of weights created according to the definitions. Among the four proposed models, the special extended mid-range index, which is named *XMR*, was selected as a model that does not require sorting of observation data. Then, its relative properties compared with traditional representative indexes (mid-range, mean, median, Hodges–Lehmann estimators) were investigated by a simple Monte Carlo simulation using exponential random numbers. Furthermore, preliminary psychological experiment was conducted, which resembled the situation of the simulation. The subjects were asked to reply their estimated representative value by intuition after reading 10 numbers which are assumed to note the intervals between severe accidents or disasters. The result of the experiment suggested that the differences among subjects' estimation could be fairly large.

Keywords: representative value, extended mid-range, psychological experiment

Contact Address: Tetsuhisa ODA

Department of Business Administration, Faculty of Business Administration, Aichi Institute of Technology

2-49-2 Jiyugaoka, Chikusa-ku, Nagoya, Aichi 461-0044, Japan

E-mail: oda@aitech.ac.jp