結合部接触熱特性の FEM 解析への導入法*

— 基本的導入法の提案 —

清水伸二**

菊森一洋***

坂本治久**

Importation Method of the Thermal Contact Characteristics of the Joint into the FEM Analysis
- Basic Proposal -

Shinji SHIMIZU, Kazuhiro KIKUMORI and Haruhisa SAKAMOTO

Although the significance of the thermal contact characteristics of joints in machine tools has been pointed out for a long time, the thermal contact resistance, that is one of major factors of the joints, has still many uncertain facts. Therefore the resistance was not considered or the empirical value of the resistance was used in the past analysis of the machine tool thermal deformation. Then it is difficult to say that the thermal characteristics of the machine tools can be analyzed exactly. Moreover few researches compared the analytical results with the experimental ones. Accordingly, in this research the method to incorporate the measured value of the thermal contact resistance into the FEM analysis is proposed to express the nonlinear temperature distribution near the joint and the validity of the proposal is considered with the experiment. The conclusions in this research are as follows.

- (1) The contact thermal conductivity element can be introduced to incorporate the measured thermal contact resistance.
- (2) λ_e and d_c , those are main factors of the contact conductivity element, are determined uniquely by the thermal contact resistance R , and the nonlinear temperature distribution near the joint can be analyzed by FEM using the element.

Key words: thermal contact resistance, joint, FEM, machine tools, contact thermal conductivity, boundary condition

1. 緒 言

工作機械の熱変形の抑制と制御には、正確な熱変形解析が必要である。しかしながら、工作機械には多くの結合部が存在し、それらの結合部の接触熱特性が解析を困難にしている。従来から、結合面での熱特性の重要性に関しては指摘されている^{1) 2)}が、その主要因子である結合面での接触熱抵抗に関しては明らかになっていない部分が多い。そこで、著者らは、接触熱抵抗と接触状態を同時測定可能な装置を開発し、それを用いて接触熱抵抗の定量的測定を行うことにより、結合面の接触状態と接触熱抵抗の関係について明らかにしてきた³⁾。

一方、工作機械などの熱変形解析に関するこれまでの研究においては、結合部での接触熱抵抗を考慮に入れずに熱変形解析を行っているものが多い。また考慮に入れたとしても、接触熱抵抗の値や、接触熱抵抗の作用により温度分布が非線形になる領域などが明確でないなど、その取扱法についてはまだ不明確な点が多い。そのため、非線形領域は無視して、簡易的な実験により求めた接触熱抵抗値を用いたり⁴⁾、非線形領域を経験的に設定したりする⁵⁾方法が採られている。またさらに解析した結果を実際の測定結果と対応させて考察しているものはほとんど見当たらない。

市販の有限要素法 (FEM) 解析ソフトにおいても、接触熱抵抗による結合表面間の温度差を表現できるものはあるが、温度分布が非線形になる領域やその領域での温度勾配までは表現できない。そのため結合面付近での温度分布や熱変形、さらには結合面での接触圧力の正確な把握は困難であると考えられる。

そこで本研究においては、接触熱抵抗の作用による結合面付近

での非線形な温度分布をより正確に表現するため、接触熱抵抗の大きさに応じ非線形な温度分布領域が設定可能で、その実測接触熱抵抗を、より単純な手順で FEM 解析モデルに組込むための基本的な方法を提案すると共にその妥当性を実験的に明らかにする。

2. 結合部を考慮した熱変形解析への FEM 適用の有効性

変位基準を基本とする剛性設計がなされる工作機械においては、工作機械構造内に多く存在している結合部の取り扱いが大きな課題となっている⁶⁾。静的には、結合部の結合剛性が大きな影響を及ぼし、動的には結合部の減衰特性が、熱的には、結合部の接触熱抵抗が、そして、運動特性には、結合部の幾何学的形状精度が大きな影響を及ぼす。そして、これら各特性は、お互いに影響しあっていることから、非常に複雑な挙動を示す。力学的および伝熱学的な面からそれらの関係を示したのが、図 1 である。熱的負荷により結合部構成要素が変形するだけではなく、これに伴い、結合面の圧力分布が変化し、結合面の実接触面積も変化することから、著者ら³⁾がすでに明らかにしたように、結合面での接触熱抵抗も変化する。これが構造全体の新たな温度分布を生じさせ、構造全体の新たな熱変形を引き起こすことになる。これに伴い、再び結合部の圧力分布が変化するというように、このような閉ループ系が定常状態に達するまで繰り返される。これに、さらに機械的な負荷が加わると、結合部の構成要素が変形し、結合面の圧力分布が変化し、結合部の接触剛性も変化することから、構造全体の変形状態も新たな状態に変化する。したがって、再び結合面の圧力分布が変化することになり、先の熱的負荷に対する熱変形と同様に、定常状態になるまで、この閉ループ系が繰り返されることになる。このような熱的負荷と機械的負荷を同時に受けた時の複雑な変形挙動を理論的に定式化することは、殆ど不可能に近い。この可能性を持っている解析手法として、現状では、有限要

* 原稿受付 平成 18 年 3 月 23 日

** 正 会 員 上智大学 (東京都千代田区紀尾井町 7-1)

*** 上智大学大学院 (現 (株)オリパス)

Fig.1 Influence of joint on thermal deformation of structure

Fig.2 Model of thermal conductivity of joint

素法を挙げることができる。ここで提言するように実験的に求められた接触熱抵抗を FEM 解析に導入すれば、結合部の接触剛性も考慮に入れながら複雑な挙動を繰り返し計算により求めることができる。手順としては、ここで提言する手法により、構造全体の最終的な温度分布状態が明らかとなり、これをもとに最終的な熱変形状態を計算する。これを初期状態として、機械的な負荷による変形計算を行い、これに基づき、結合部の圧力分布より結合面の接触状態と、それに基づくその時の接触熱抵抗を求め、構造の温度分布と熱変形状態をもとめる。このような繰り返し計算を行うことにより、熱負荷と機械的負荷を同時に受けた場合の工作機械の変形挙動解析が可能になる。以上のように、本研究により実験的に求めた接触熱抵抗の有限要素解析への導入法を確立することの意義は、非常に大きいと言える。

3. 結合部接触熱伝導のモデル化

3.1 接触熱抵抗の FEM 解析への導入法

図 2(a)のように結合している二つの固体の接触面を通して熱が流れる時、結合面付近の温度分布は、接触面の粗さやうねり、または接触状態等の影響により、同図のように接触面のごく狭い範囲内で急激な温度降下を生じる。このような現象を生じさせるのが、接触熱抵抗である。この接触熱抵抗は、結合面付近での温度降下 ΔT [K] と接触境界面に垂直な熱流束 q [W/mm²] を用いて次のように定義されている⁷⁾。

$$R = \frac{\Delta T}{q} \left(q = -\lambda \frac{dt}{dx} \right) \quad (1)$$

この接触熱抵抗は、結合面の非線形な弾性接触特性、結合面の加工法、表面粗さやうねり等の様々な表面性状、また機械的な負

Fig.3 Idealization of contact heat-conduction model

荷による圧力分布などの影響を受け非常に複雑な挙動を示すことが知られているが、筆者らの研究³⁾により、材質が決まれば、結合面の実接触率により一義的に決定できることが明らかとなっている。

従来、結合部の伝熱特性を表すパラメータとして、上述の接触熱抵抗 R が用いられてきた。しかしながら、この接触熱抵抗 R を境界条件として用いると、図 2(a)中の破線が示すように結合面における温度分布が不連続になってしまう。その結果、同図の実線で示すような結合面付近での非線形な温度分布の領域を表現できず、前述のように結合面付近での温度分布や熱変形を正確に把握することは困難と思われる。これに対して、Attia⁵⁾らは、棒状の接触要素を導入することを提案している。この要素は、非線形領域の厚さに相当する長さを棒要素に与えるとともに、棒に所定の直径と等価接触熱伝導率を与えて、接触熱抵抗 R を有限要素法に組込むことを提案している。しかしながら、 R の実測値を導入する方法ではなく、棒要素の長さを経験的に設定するとともに、等価接触熱伝導率を面圧や表面硬度、表面粗さの形状により決定しなければならないなど、非常に複雑な導入法となっている。また、 R の実測値を用いたとしても、非線形領域を一義的に定めることができないという欠点がある。

そこで、本論文では、図 2(b)に示すようなモデル要素（以降、接触熱伝導要素と呼ぶ）を導入することを提案する。この接触熱伝導要素は、図 2(b)に示すように結合面付近に接触熱伝導率 λe で接触領域厚さ dc を持つ境界要素である。次節では、この λe と dc （以降、これらを接触熱伝導パラメータと呼ぶ）を接触熱抵抗 R の実測値に応じて、一義的に決定する方法について検討する。

3.2 接触熱伝導モデルの定式化

接触熱抵抗 R と接触熱伝導パラメータの関係を定義するために、図 3 のような結合部での温度分布をモデル化したものを考える。

まず、熱流束 q は物体および接触熱伝導要素内で変化しないことから、

$$q = -\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right)_1 = -\lambda e \left(\frac{dt}{dx} \right)_2 \quad (2)$$

となる。したがって、

$$\left(\frac{dt}{dx} \right)_1 = \frac{\lambda e}{\lambda} \left(\frac{dt}{dx} \right)_2 \quad (3)$$

と表せる。この式(3)と式(1)より、接触熱抵抗 R は、

$$R = \frac{\Delta T}{q} = \frac{\Delta T}{-\lambda e \left(\frac{dt}{dx} \right)_2} \quad (4)$$

Fig.4 Model and algorithm for parameter determination

と表せる。また、熱の流れの方向を考慮に入れ、図3の幾何学的な関係より、以下の関係が得られる。

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_2 = -\frac{2\delta T + \Delta T}{dc} \quad (5)$$

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_1 = -\frac{\delta T}{dc/2} = -\frac{2\delta T}{dc} \quad (6)$$

式(5), (6)から、

$$\left(\frac{dt}{dx}\right)_2 = \left(\frac{dt}{dx}\right)_1 + \frac{\Delta T}{dc} \quad (7)$$

となり、式(3), (7)より、

$$\begin{aligned} \left(\frac{dt}{dx}\right)_2 &= \frac{\lambda e}{\lambda} \left(\frac{dt}{dx}\right)_2 + \frac{\Delta T}{dc} \\ \left(\frac{dt}{dx}\right)_2 &= \frac{\Delta T}{\left(1 - \frac{\lambda e}{\lambda}\right) \cdot dc} \end{aligned} \quad (8)$$

となる。

したがって、式(4), (8)より、接触熱抵抗 R と接触熱伝導パラメータの関係は以下ようになる。

$$R = \frac{\left(1 - \frac{\lambda e}{\lambda}\right) dc}{\lambda e} \quad (9)$$

この式(9)には、結合面を形成する材質の熱伝導率 λ が含まれていることがわかる。よって、材質に応じた接触熱伝導パラメータを設定することが可能であると考えられる。

4. 接触熱伝導パラメータ値の設定

前章において接触熱抵抗 R と接触熱伝導パラメータの関係式を定義した。しかし、式(9)だけでは、測定により接触熱抵抗 R の値が明らかになったとしても、 $\lambda e, dc$ が共に未知数のために接触熱伝導要素を設定することはできない。したがって、もう1つの関係式を導出する必要がある。

そこで、図4に示す方法を用いて R と dc 、または、 R と λe の関係を導出することを試みる。具体的手順としては、まず、図4(a)に示す結合部モデルにおいて定常熱伝導解析を行い、その解析結果の温度分布より接触熱抵抗 R を計算する。結合部モデルでは、実際の結合面を考えた場合に接触熱抵抗 R に影響を及ぼすと考えられる因子である実接触率 Er^* 、結合表面の粗さ Rz 、粗さの形状、粗さのピッチ p を表現するために Rz を凹凸高さ h 、粗さの形状を凹凸傾斜角 θ 、ひとつの突起が接触している幅を L として表現している。また、実接触率 Er^* は、結合面径 w と L および凹凸の数 n を適当に調節することで表現する。粗さのピッチ p は、 Er^* と w を一定に保ちながら、 L と凹凸の数 n を変化させていくことで表現する。これらのパラメータを適当に変えることにより R の値を変化させる。

次に、結合部モデルにより得られた R に対し、 dc を仮設定し、式(9)を用いて λe を計算する。この $dc, \lambda e$ により接触熱伝導要素を設定し、定常熱伝導解析を行い、温度分布を得る。そして、この接触熱伝導要素を用いた際の温度分布と結合部モデルの温度分布の一致度合いを判定し、もし一致しないようであれば dc を再設定し直し、同様の計算を行うといった繰り返し計算を行い、最終的に両者の温度分布の相関係数が最大になる時の $dc, \lambda e$ と R の関係を求めた。

なお、境界条件は、解析モデルの下端を $100[^\circ\text{C}]$ で温度拘束し、上端で熱伝達（熱伝達率 $h=0.00001[\text{W}/\text{mmK}]$ 、雰囲気温度 $22[^\circ\text{C}]$ ）が生じるように設定した。その他の面では、断熱とし、空隙部介在物の熱伝達を無視し、結合面の接触状態に起因する接触熱抵抗のみを評価できるように設定した。また、材料物性値は S45C の値を用いた。

図5は、上述の方法を用いて求めた接触熱伝導パラメータ ($\lambda e, dc$) と接触熱抵抗 R の関係を示している。同図(a)は、 R と λe の関係、また、同図(b)は R と dc の関係を示している。

図5(a)より、 R と λe はおよそ対数関係にあることがわかる。その際の式は、以下ようになる。

(a) Relationship between R and λ_e (b) Relationship between R and d_c

Fig.5 Relationship between R and contact heat-conduction parameter

$$\lambda_e = -0.0049 \cdot \ln(R) + 0.0455 \quad (10)$$

式(9)と式(10)より、Rと d_c の関係は、式(11)のように表すことができる。図5(b)中の実線が示すようになる。

$$d_c = \frac{R \cdot (-0.0049 \cdot \ln(R) + 0.0455)}{1 - (-0.0049 \cdot \ln(R) + 0.0455) / 0.0486} \quad (11)$$

また、同図において接触状態(Er^* , L , h)を変化させているが、Rと d_c および λ_e の関係は、一義的に定まっていることがわかる。よって、実際の結合面の接触熱抵抗Rの値が明らかになれば、FEM解析モデルにおいて、これらの関係式を用いて接触熱伝導モデルを設定することで、どんな接触面においても結合面付近の非線形な温度分布を表現できると考えられる。

5. 実験による妥当性の検討

5.1 実験方法

図6は接触熱抵抗測定装置を示している。この測定装置では超音波による結合面の接触率測定と、熱電対による接触熱抵抗測定を同時に行うことが可能である。また、装置内を真空状態にすることで、空気等の結合部空隙部介在物の熱伝導を無視し、結合面での接触状態により生じる熱抵抗のみを評価することが可能である。よって、図4での熱的境界条件を正確に再現することができると考えられる。

表1は、測定用試料の仕様および測定条件を示している。材質は、上部、下部試料共にS45Cを用いた。熱電対穴は、上部、下部試料共に、結合面から、2, 5, 10, 20[mm]の位置に設け、計8点で温度測定を行った。なお、接触状態に関しては、超音波により

Fig.6 Schematic diagram of measurement system

Table 1 Specification of measurement specimen and measurement condition

Item	Value
Material	S45C
Thermal conductivity	0.0486 W/mmK
Specific heat	0.494 J/gK
Density	0.00787 g/mm ³
Surface roughness	Lapping: Ra=0.015
Position of thermo-couple	2, 5, 10, 20 mm from joint
Atmosphere Pressure	8 Pa
Heater temperature	60 °C

接触率の分布状態を監視し、片当たり等の接触状態が生じていないことを確認した上で、接触熱抵抗測定を行った。

具体的な妥当性の検討方法としては、まず、試料を適当な荷重で結合させ、その後60分以上経過し、ほぼ定常状態になったことを確認してから、その時の接触熱抵抗Rを測定する。次に、そのRに対する接触熱伝導パラメータを式(10)、(11)より計算し、接触熱伝導要素を設定し、FEM解析により温度分布を解析する。そして、その温度分布と実際の実験時の温度測定データとの比較を行い、接触熱伝導要素を用いることの妥当性の検討を行う。

5.2 解析モデルの作成

解析モデルにおいて熱伝達係数や実験室温度などの実際の測定環境を表現するのは非常に難しい。また、その熱的境界条件が解析結果に与える影響は非常に大きいと考えられる。よって、今回は、実際の測定環境を正確にFEM解析上で表現するために図7に示すような方法を用いて解析モデルの熱的境界条件を設定し、実際の測定結果との比較を行う。

その際の要点は以下のとおりである。

- 解析モデルの寸法を実際の測定における熱電対の温度測定範囲と等しくする。
- 解析モデルの一端を実際の測定におけるヒータに一番近い熱電対の測定データの温度 T_1 で温度拘束する。
- もう一端の熱伝達係数 h を、解析モデルの熱流束が実際の測定における熱流束と同じになるように設定する。具体的には、 T_1 と T_2 の温度測定データおよび熱電対間の距離 d ($d=10\text{mm}$)を用い熱流束の定義式(12)から測定時の熱流束 q を計算する。次に、その q が流れるような h を定めるために、式(13)のニュートンの冷却則に式(12)より得られた q と T_7 の温度測定

Fig.7 Determination of thermal boundary condition for FEM analysis

データを代入し熱伝達係数 h を求める. なお, 雰囲気温度 T_{∞} は $22 [^{\circ}\text{C}]$ とした.

$$q = -\lambda \left(\frac{dt}{dx} \right) = -\lambda \left(\frac{T_2 - T_1}{10} \right) \quad (12)$$

$$q = h \cdot (T_7 - T_{\infty}) \quad (13)$$

5.3 妥当性の検討結果

図8は測定より得られた接触熱抵抗 R を接触熱伝導要素に適用し, FEM 解析した結果の温度分布と実際の測定時の試料内部の温度データの比較結果を示している. 同図(a)は, $R=259.19 [\text{Kmm}^2/\text{W}]$ 時 (荷重 8kN) の結果を示している. この R に対応する dc , λe は, 式(10), (11)より, $dc=8 [\text{mm}]$, $\lambda e=0.0189 [\text{W/mmK}]$ である. また, 同図(b)は, $R=193.30 [\text{Kmm}^2/\text{W}]$ の時 (荷重 10kN) の結果であり, これに対応する dc , λe は $dc=6.85 [\text{mm}]$, $\lambda e=0.0205 [\text{W/mmK}]$ である.

同図より, 接触熱伝導要素を導入した時の温度分布と実際の測定時の温度データは誤差率がおおよそ 1%程度と非常に良く一致していることがわかる. また, 結合部付近の温度分布が非線形になっている領域 (同図の $X=18, 22 [\text{mm}]$ の点) においても両者の温度は非常によく一致している事がわかる. よって, 接触熱伝導要素を用いることで, 接触熱抵抗の作用により温度分布が非線形になる領域もほぼ正確に表現できると考えられる.

6. 結 論

接触熱抵抗 R の FEM 解析への導入法およびその妥当性について検討した結果, 以下の結論を得た.

- 1) 接触熱抵抗 R による結合面付近の非線形な温度分布を表現するための方法として, 接触熱伝導率 λe と接触領域厚さ dc により定義される接触熱伝導要素を提案できた.
- 2) λe と dc は, 接触熱抵抗 R により一義的に決めることができ, これらを用いた接触熱伝導要素を結合部の境界要素として用いることにより, 有限要素法により実際の結合面付近の非線形な温度分布を正確に解析することができる.
- 3) 接触熱伝導要素を導入して FEM 解析した結果と実験結果は良く一致し, 提案した接触熱伝導要素を用いることの妥当性が明らかとなった.

Position X mm	Temperature T °C		Error δ %
	Analysis	Experiment	
0	40.43	40.43	
10	38.79	38.66	-0.36
15	37.97	38.00	0.08
18	37.39	37.02	-0.99
22	34.86	34.80	-0.18
25	34.28	34.29	0.04
30	33.46	33.35	-0.33
40	31.82	31.81	-0.05

(a) $R=259.19 \text{ Kmm}^2/\text{W}$

Position X mm	Temperature T °C		Error δ %
	Analysis	Experiment	
0	40.29	40.29	
10	38.65	38.58	-0.18
15	37.82	37.90	0.21
18	36.91	36.89	-0.05
22	35.36	35.30	-0.16
25	34.45	34.71	0.74
30	33.63	33.77	0.41
40	31.99	32.19	0.64

(b) $R=193.30 \text{ Kmm}^2/\text{W}$

Fig.8 Comparison of experimental and analytical result

参 考 文 献

- 1) M.H.Attia & L.Kops : Importance of Contact Pressure Distribution on Heat Transfer in Structural Joints of Machine Tools, Trans. ASME, 102(1980) 159.
- 2) M.H.Attia & L.Kops : On the Role of Fixed Joints in Thermal Deformation of Machine Tool Structure, Annals of CIRP, 27,1(1978) 305.
- 3) 清水伸二, 菊森一洋, 坂本治久 : 真実接触面積を考慮した結合部接触熱抵抗の定量的測定法, 精密工学会誌論文集, 71, 8(2005)1026.
- 4) 奥島啓式, 垣野義昭, 菊池敏彦 : 工作機械の熱変形に関する研究 (第2報), 精密機械, 38, 7(1972), 7.
- 5) M.H.Attia and L.Kops : Nonlinear Thermoelastic Behavior of Structural Joints, Trans. ASME, 101(1979) 348.
- 6) 伊東誼 : 工作機械の結合部の新たな展開, 機論 C 編, 54, 500, (1988)807.
- 7) 甲藤好郎 : 伝熱学特論, 養賢堂(1989)2.