有限長データ用ローパスフィルタの研究 (第2報) *

—最小2乗基準によるローパスフィルタ—

沼田宗敏** 野村 俊** 神谷和秀** 田代発造*** 奥水大和†

A Study on Low-Pass Filter for Finite Length Data (2nd Report)
- Low-Pass Filters Based on A Least-Squares Criterion -

Munetoshi NUMADA, Takashi NOMURA, Kazuhide KAMIYA, Hatsuzo TASHIRO and Hiroyasu KOSHIMIZU

A low-pass filter is almost always applied to data of finite length. Therefore, unexpected vibration occurs at the data end of the low-pass filter output. To solve this problem, the previous report of this paper has proposed that two types of low-pass filters (i.e. spacial and frequency) can be used in a point symmetric extension method. To make the above proposal more specific, a point symmetric extension method was applied to reduce an abnormal value occurring in the filtered data at the data end where the center of the point symmetric method is applied. Before that, the data end was replaced by the generalized low-pass filtered output. Consequently this paper proposes a method to determine the center point of this point symmetric extension based on the sum of squared errors between the primary and the filtered output. This new method also uses a spatial low-pass filter and a frequency low-pass filter. The method is applicable not only to a low-pass filter that uses a point symmetric extension method but also to all other types of low-pass filters for minimizing the sum of squared errors between primary and filtered data.

Key words: finite length data, low-pass filter, least-squares criterion, point symmetric extension

1. 緒 言

計測・信号処理・画像処理・CADなど多くの分野で、平滑化のためにローパスフィルタが用いられている。これはデータに含まれる高周波成分を除去するフィルタで、これには空間領域で処理する空間型ローパスフィルタと周波数領域で処理する周波数型ローパスフィルタとがある。しかし、有限長データにローパスフィルタを適用すると、空間型フィルタではデータ端で無効領域が生じ¹⁾、周波数型フィルタではデータ端に予期せぬ振動が発生する。これはリングング²⁾や周期断続性³⁾と呼ばれる振動現象である。前報ではこれらデータ端で生じる問題を終端問題と呼び、点対称拡張 (PSE: Point Symmetric Extension) 法を用いて解決する方法を示した⁴⁾。

ところで、この点対称拡張法を用いたローパスフィルタは、点対称拡張の中心点が異常値だと正しいフィルタリング出力が得られない。このため前報では、点対称拡張の中心点を一般化ローパスフィルタ⁴⁾の出力で置き換えることにより、異常値の影響を低減させる方法を提案した。そして、一般化ローパスフィルタにGRI (1次回帰型ガウシアンフィルタ)を用いて、終端問題評価値・漸近的計算量ともに良好な結果を得た。

この終端問題評価値は、データ端近傍における元データとフィルタリング出力とのRMSE (Root Mean Square Error) で定義されていた。この考え方を発展させると、終端問題評価値を最小にする条件から最良の点対称拡張の中心点が得られると考えられる。そこで本報では、点対称拡張法を用いたローパスフィルタにおける点対称拡張の中心点を求める方法として、最小2乗

基準を用いる方法を提案する。

以下、第2章では最小2乗基準を用いた空間型ローパスフィルタについて述べ、第3章では同一の結果を与える最小2乗基準を用いた周波数型ローパスフィルタについて述べる。第4章で実験を行い、第5章で全体をまとめる。

2. 最小2乗基準による空間型ローパスフィルタ

本章では、点対称拡張法を用いたローパスフィルタにおける点対称拡張の中心点を、元データと出力との残差の2乗和を最小にする条件、すなわち最小2乗基準から求めることにする。

フィルタリング出力 s_i は元データ f_i に重み関数を畳み込んで得られる。重み関数は重みの総和が1、左右対称形で幅を $2r$ とする。ここで、図1に示すように点対称にデータを拡張する。点対称の中心点はデータ左端では β 、右端では γ である。このとき拡張されたデータは次式で示される。 N はデータ数である。

$$f_i = 2\beta - f_{-i} \quad (i = -0, -1, -2, \dots, -r) \quad (1)$$

$$f_{N-1+i} = 2\gamma - f_{N-1-i} \quad (i = +0, +1, +2, \dots, +r) \quad (2)$$

元データの端を f_{+0} および f_{N-1-0} と表現する理由は、以下に述べる端点置き換えの f_0 および f_{N-1} と区別するためである。式(1),(2)より、 f_{+0} とこれを点対称拡張したデータ f_0 、 f_{N-1-0} とこれを点対称拡張したデータ f_{N-1+0} との間には次式の関係が成立する。

Fig. 1 Point symmetric extension ($r=4$)

* 原稿受付 平成 17 年 8 月 10 日

** 正 会 員 富山県立大学大学院工学研究科
(富山県射水市黒河 5180)

*** 正 会 員 富山大学工学部 (富山市五福 3190)

† 中京大学情報科学部 (豊田市貝津町床立 101)

Fig. 2 Computational procedure for the spacial PSE method

$$\frac{f_{-0} + f_{+0}}{2} = \beta \quad (3)$$

$$\frac{f_{N-1-0} + f_{N-1+0}}{2} = \gamma \quad (4)$$

β は f_{+0} と f_{-0} の平均値, γ は f_{N-1-0} と f_{N-1+0} の平均値となるので, これらをそれぞれ f_0 , f_{N-1} とおくことにする (図 1). これが端点置き換え $\beta \rightarrow f_0$, $\gamma \rightarrow f_{N-1}$ である. このとき, フィルタリング出力 s_i は重み関数 $\varphi_k = \varphi(k)$ を用いて次式で与えられる.

$$s_i = \sum_{k=-r}^r \varphi_k f_{i-k} \quad (i = 0, 1, \dots, N-1) \quad (5)$$

重み関数は左右対称形であるため $\varphi_i = \varphi_{-i}$ である. また, 点対称拡張と重み関数の性質から, $s_0 = \beta = f_0$, $s_{N-1} = \gamma = f_{N-1}$ が成立する.

さて, 最小 2 乗基準を用いたローパスフィルタは, 次式の ε を最小にする.

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^{N-2} (s_i - f_i)^2 + (s_0 - f_{+0})^2 + (s_{N-1} - f_{N-1-0})^2 \quad (6)$$

データ端からフィルタ幅の半分以上内側の領域では, 点対称拡張の中心点 β , γ の取り方によらず出力は不変で, このため終端問題が生じない. よって, 式(6)の ε を最小にする解は, 次式の ε_1 , ε_2 を最小にする β , γ として求めることができる.

$$\varepsilon_1 = \sum_{i=0}^r (s_i - f_{+0})^2 \quad (7)$$

$$\varepsilon_2 = \sum_{i=N-1-r}^{N-1} (s_i - f_{N-1-0})^2 \quad (8)$$

ここで, 式(7)の ε_1 を最小にする β の求め方について述べる. 式(5), (1) と $\varphi_i = \varphi_{-i}$ の関係より次式が得られる.

$$s_i = \beta(\varphi_i + 2 \sum_{k=1}^r \varphi_k) + \sum_{k=i+1}^r \varphi_k f_{i+k} - \sum_{k=i-1}^r \varphi_k f_{k-i} \quad (9)$$

これを式(7)に代入し, 最小 2 乗基準 $\partial \varepsilon_1 / \partial \beta = 0$ を解き β を得る.

$$\beta = \frac{-\sum_{i=0}^r \left\{ \left(\varphi_i + 2 \sum_{k=1}^r \varphi_k \right) \left(\sum_{k=1}^{i+r} \varphi_k f_{i+k} - \sum_{k=1}^{i-r} \varphi_k f_{k-i} - f_{+0} \right) \right\}}{\sum_{i=0}^r \left(\varphi_i + 2 \sum_{k=1}^r \varphi_k \right)^2} \quad (10)$$

式(8)の ε_2 を最小にする γ も, β と同様を求めることができる.

フィルタリング出力 s_i の計算は, まず点対称拡張の中心点である β と γ を求め, 端点置き換え $\beta \rightarrow f_0$, $\gamma \rightarrow f_{N-1}$ を行う. 続いて式(1),(2)により点対称拡張を行い, 最後に式(5)を計算する. 図 2 にフィルタリング出力 s_i の計算手順を示す.

3. 最小 2 乗基準による周波数型ローパスフィルタ

本章では最小 2 乗基準を用いたローパスフィルタを, 周波数領域で計算することにする.

(a) f'_i and h'_i (b) Deviation $\xi_i = h'_i - f'_i$ Fig. 3 Relationship between f'_i and h'_i

3.1 周波数型ローパスフィルタ

式(5)をフーリエ変換するため, まず次式のように変形する.

$$s(x)|_{x=i} = \sum_x \varphi(x) f_{i-x} \quad (11)$$

これをフーリエ変換して, 次式を得る.

$$S(u) = \Phi(u) \tilde{F}(u) \quad (12)$$

ここに, $S(u)$ は $s(x)$ の複素フーリエ変換, $\Phi(u)$ は重み関数 $\varphi(x)$ の複素フーリエ変換である. また, $\tilde{F}(u)$ は, 元データ f_i の離散的フーリエ変換, 変数 u は $u = u_n = n/N$ である.

さて, 式(6)の右边が残差の 2 乗和から成り立っていることに注目すると, これを次式のようなパワースペクトルの総和の形式に書き直すことができる. なお, 点対称拡張の性質から得られる条件 $s_0 = f_0$, $s_{N-1} = f_{N-1}$ と式(12)を用いた.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \sum_{i=0}^{N-1} (s_i - f_i)^2 + (s_0 - f_{+0})^2 + (s_{N-1} - f_{N-1-0})^2 \\ &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |\tilde{F}(u)|^2 (\Phi(u) - 1)^2 + (s_0 - f_{+0})^2 + (s_{N-1} - f_{N-1-0})^2 \end{aligned} \quad (13)$$

3.2 端点置き換えによる残差の 2 乗和

ここでは, 式(6)を最小にする端点 β , γ を, 周波数領域で計算する手順を示す.

まず, 端点置き換えを行わず, 点対称拡張とせん断に, 元データの f_0 と f_{N-1} を直接使う場合を考える. この場合は, $f_0 = f_{+0} = f_0$, $f_{N-1} = f_{N-1-0} = f_{N-1+0}$ が成立する. そこで, 元データ f_i を右側端点 f_{N-1} を中心として点対称に拡張し, f_N から f_{2N-2} までのデータを得る. 続いて, f_{N-1} が f_0 に等しくなるように拡張後のすべてのデータにせん断を施し, 新しいデータ f'_i を得る.

$$f_{N-i} = 2f_{N-1} - f_{N-1-i} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \quad (14)$$

$$f'_i = f_i + \frac{(f_0 - f_{N-1})i}{N-1} \quad (i = 0, 1, \dots, 2N-2) \quad (15)$$

なお, 式(14), (15)より $f'_0 = f'_{N-1} = f'_{2N-2}$ が成立する.

今度は, 端点置き換え $\beta \rightarrow f_0$, $\gamma \rightarrow f_{N-1}$ を行ってから上記の点対称拡張とせん断を行う場合を考える. 端点置き換え後のデータ

を h_i , せん断後のデータを h'_i とすると, 次式が成立する.

$$h_0 = \beta, h_{N-1} = \gamma, h_i = f_i \quad (i = 1, 2, \dots, N-2) \quad (16)$$

$$h_{N-1+i} = 2\gamma - h_{N-1-i} \quad (i = 1, 2, \dots, N-1) \quad (17)$$

$$h'_i = f_i + \frac{(\beta - \gamma)i}{N-1} \quad (i = 0, 1, \dots, 2N-2) \quad (18)$$

フィルタリングの無効領域発生を避けるため, データ h'_i は次式のように $2N-2$ の間隔で周期的に繰り返すものとする. ここに k は任意の整数である.

$$h'_{(2N-2)k+i} = h'_i \quad (i = 0, 1, \dots, 2N-1) \quad (19)$$

f'_i と h'_i の関係を図 3(a) に示す. ここで, h'_i の離散的フーリエ変換を $\tilde{H}'(u)$ とすると, 式(13)を用いることにより, s_i と f_i の残差の 2 乗和 ε を次式で記述できる.

$$\varepsilon = \frac{1}{4(N-1)} \sum_{n=0}^{2N-3} |\tilde{H}'(u)|^2 (\Phi(u)-1)^2 + (\beta - f_{+0})^2 + (\gamma - f_{N-1+0})^2 \quad (20)$$

さて, ここで h'_i と f'_i の残差を ξ_i とおくと, 式(15), (18)より次式が得られる. これを図 3(b) に示す.

$$\begin{aligned} \xi_i &= h'_i - f'_i \\ &= \begin{cases} b & (i = 0, N-1, 2N-2) \\ ai & (i = 1, 2, \dots, N-2) \\ 2b + a(i-2N+2) & (i = N, N+1, \dots, 2N-1) \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

ここに, b は β と f_{+0} との残差, a は残差 ξ_i の傾きである.

$$\begin{aligned} b &= \beta - f_{+0} \\ a &= \frac{(f_{N-1+0} - \gamma + b)}{N-1} \end{aligned} \quad (22)$$

ξ_i の離散的フーリエ変換を $\tilde{\Xi}(u)$ とすると次式が得られる.

$$\tilde{\Xi}(u) = \tilde{H}'(u) - \tilde{F}'(u) \quad (u \neq 0) \quad (23)$$

ここに, $\tilde{F}'(u)$ は f'_i の離散的フーリエ変換で次式で与えられる.

$$\tilde{F}'(u) = \text{DFT}[f'_i]_{2N-2} \quad (24)$$

ところで式(20)の $\Phi(0)$ は直流成分, すなわち重みの総和であるから 1 である. $\Phi(0)=1$ と式(20), (23)を用いると次式を得る.

$$\varepsilon = \frac{1}{4(N-1)} \sum_{n=1}^{2N-3} |\tilde{F}'(u) + \tilde{\Xi}(u)|^2 (\Phi(u)-1)^2 + (\beta - f_{+0})^2 + (\gamma - f_{N-1+0})^2 \quad (25)$$

$\tilde{\Xi}(u)$ は, 離散的フーリエ変換の公式を式(21)に適用することにより, 次式の形に変形できる.

$$\tilde{\Xi}(u) = \text{DFT}[\xi_i - b]_{2N-2} \equiv j\{aA(u) + bB(u)\} \quad (26)$$

ここに, j は虚数単位, $A(u), B(u)$ は式(27)のとおりである. 式(26)は近似形であるが, 誤差のオーダーは数値計算の台形公式のオーダーと同じで, N が大きい場合には無視することができる.

$$\begin{aligned} A(u) &= \frac{2\pi u(N-1.5)\cos(2\pi u(N-1.5))}{2\pi^2 u^2} \\ &\quad + \frac{-\sin(2\pi u(N-1.5)) - \pi u \cos(\pi u) + \sin(\pi u)}{2\pi^2 u^2} \\ B(u) &= \frac{\cos(\pi u) - \cos(2\pi u(N-1.5))}{\pi u} \end{aligned} \quad (27)$$

ここで, 最小 2 乗基準 $\partial \varepsilon / \partial a = 0, \partial \varepsilon / \partial b = 0$ を解いて次式を得る.

Fig. 4 Computational procedure for the frequency PSE method

$$\begin{aligned} a &\equiv \frac{c_0 c_4 + c_1 c_3}{c_2 c_4 - c_1^2} \\ b &\equiv \frac{c_2 c_3 + c_1 c_0}{c_2 c_4 - c_1^2} \end{aligned} \quad (28)$$

ここに, 係数 c_0, c_1, c_2, c_3, c_4 を次式に示す.

$$\begin{aligned} c_0 &= -\frac{1}{2N-2} \sum_{n=1}^{2N-3} A(u) \tilde{F}'(u) \{1 - \Phi(u)\}^2 \\ c_1 &= 2(N-1) - \frac{1}{2N-2} \sum_{n=1}^{2N-3} A(u) B(u) \{1 - \Phi(u)\}^2 \\ c_2 &= 2(N-1)^2 + \frac{1}{2N-2} \sum_{n=1}^{2N-3} A(u)^2 \{1 - \Phi(u)\}^2 \\ c_3 &= -\frac{1}{2N-2} \sum_{n=1}^{2N-3} B(u) \tilde{F}'(u) \{1 - \Phi(u)\}^2 \\ c_4 &= 4 + \frac{1}{2N-2} \sum_{n=1}^{2N-3} B(u)^2 \{1 - \Phi(u)\}^2 \end{aligned} \quad (29)$$

よって, β, γ は式 (22)より次式で計算できる.

$$\begin{aligned} \beta &= b + f_{+0} \\ \gamma &= f_{N-1+0} + b - a(N-1) \end{aligned} \quad (30)$$

これより h'_i の離散的フーリエ変換 $\tilde{H}'(u)$ は式(23), (26)より次式で与えられる.

$$\begin{aligned} \tilde{H}'(0) &= \tilde{F}'(0) + 2b(N-1) \\ \tilde{H}'(u) &\equiv \tilde{F}'(u) + j\{aA(u) + bB(u)\} \quad (u \neq 0) \end{aligned} \quad (31)$$

h'_i のフィルタリング出力 s'_i の離散的フーリエ変換を $\tilde{S}'(u)$ とすると, 式(12)より次式が成立する.

$$\tilde{S}'(u) = \tilde{H}'(u) \cdot \Phi(u) \quad (32)$$

これを離散的フーリエ逆変換して s'_i を得る.

$$s'_i = \text{DFT}^{-1}[\tilde{S}'(u)]_{2N-2} \quad (33)$$

フィルタリング出力 s_i は, s'_i に逆せん断を施して次式で与えられる. これは式(18)に対応した逆変換式である.

$$s_i = s'_i - \frac{(\beta - \gamma)i}{N-1} \quad (i = 0, 1, \dots, N-1) \quad (34)$$

Fig. 5 Results obtained when Gaussian filter using a PSE method is applied to primary profile 1

(a) Primary profile 2

(b) Primary profile 3

Fig. 6 Results obtained when Gaussian filter using a PSE method is applied to primary profiles 2 & 3

以上が、周波数領域における最小2乗基準によるローパスフィルタの計算手順である。これを図4に示す。

Table 1 Termination problem evaluation value E obtained by applying Gaussian filter using a PSE method

	Method 1	Proposed method (Frequency type)	Proposed method (Spatial type)
Primary profile 1	1.543 μm	1.541 μm	1.541 μm
Primary profile 2	0.984 μm	0.983 μm	0.983 μm
Primary profile 3	0.810 μm	0.809 μm	0.809 μm

4. 実験結果

4.1 大型ガウシアンフィルタを用いた実験

図5は非接触式3次元測定機NH3(三鷹光器製)で計測したレジンドダイヤモンド砥石の断面曲線1に、点対称拡張法を用いた3種類のローパスフィルタを適用した結果である。データ数は $N=227$ 点(測定長さ $L=0.34\text{mm}$)、PV(Peak to Valley)値は $16.5\mu\text{m}$ である。

ローパスフィルタに、表面粗さ測定用に用いる大型のガウシアンフィルタを用いた⁵⁾。フィルタサイズはデータ点数の $1/5$ の $2r=46$ 、標準偏差は $\sigma=8.44$ である。終端問題の発生するデータ端からフィルタ幅の半分の領域(データ数23)では、通常のガウシアンフィルタは適用できない。このため点対称拡張法を用いてデータを拡張した。端点の計算には、一般化ガウシアンフィルタGR1の出力を用いる手法1と、最小2乗基準による空間型フィルタおよび最小2乗基準による周波数型フィルタの2手法を提案手法として用いた。終端問題の発生しない B_2 に属する領域では、3種類のローパスフィルタの出力はすべて一致した。また、データの左側端近傍の B_1 に属する領域では2つの提案手法の出力は一致した。手法1もこれにほぼ近い結果が得られた。

図6(a),(b)は、図5と同じレジンドダイヤモンド砥石の計測場所を変えて得た断面曲線2,3に、同じローパスフィルタを適用した結果である。終端問題の発生しない B_2 に属する領域では、3種類のローパスフィルタの出力はすべて一致した。また、データ端近傍の B_1 に属する領域では2つの提案手法の出力は一致した。手法1もこれにほぼ近い結果が得られた。

ここで、前報で扱った終端問題評価値 E の計算式を示す。

$$E = \sqrt{\frac{1}{2(r+1)} \left\{ \sum_{i=0}^r (s_i - f_{i+0})^2 + \sum_{i=N-1-r}^{N-1} (s_i - f_{i-0})^2 \right\}} \quad (35)$$

E は集合 B_1 に属する領域における元データとフィルタリング出力とのRMSEである。終端問題の影響が小さいほど E は小さい。

図5,6の断面曲線に対する終端問題評価値 E を、手法別および断面曲線の種類別に表1に示す。最小2乗基準を用いた2つの提案手法の評価値は一致し、断面曲線の違いによらず手法1よりも小さかった。ただ、手法1と提案手法の違いはわずかであった。

4.2 矩形ローパスフィルタを用いた実験

図7は図5のレジンドダイヤモンド砥石の断面曲線1に対し、ローパスフィルタとして幅46、高さ $1/46$ の空間型矩形関数を重み関数として畳み込んだ結果である。点対称拡張法として、図5の場合と同じく3種類の手法を用いた。終端問題の発生しない B_2 に属する領域では、3種類のローパスフィルタの出力はすべて一致した。両端近傍の B_1 に属する領域では、2つの提案手法の出力は一致した。これに比べ、手法1の結果は提案手法の結果からは大きくずれた。

図7の断面曲線に対する終端問題評価値 E を、手法別に表2

Fig. 7 Results obtained when rectangular filter using a PSE method is applied to primary profile 1

Table 2 Termination problem evaluation value E of a rectangular filter that uses PSE method

	Method 1	Proposed method (Frequency type)	Proposed method (Spatial type)
Primary profile 1	1.850 μm	1.783 μm	1.783 μm

Table 3 Asymptotic computational quantity of filtration

	Proposed method (Frequency type)	Proposed method (Spatial type)
$r \ll N$	$O(N \log_2 N)$	$O(N)$
$r \propto N$	$O(N \log_2 N)$	$O(N^2)$

に示す。提案手法は、矩形ローパスフィルタを用いた場合でも、終端問題評価値が一致した。これに対し、手法 1 の終端問題評価値は提案手法とは大きく異なった。

4.3 考 察

最小 2 乗基準を用いた空間型・周波数型 2 つの提案手法は同一の結果を与える。厳密には周波数領域で計算する手法には式 (26) の近似誤差が含まれるが、これは数値積分に伴う誤差と同じオーダーの誤差であり、無視できることが確かめられた。また、提案手法の終端問題評価値はフィルタの形によらず最小であることも明らかになった。なお、大型ガウシアンフィルタ使用の場合に限ると、手法 1 は提案手法とほぼ同じ終端問題評価値を得る。この提案手法は、点対称拡張法を用いるローパスフィルタの中だけにとどまらず、ローパスフィルタ全体の枠組みの中における、元データとフィルタリング出力との残差の 2 乗和 ε を最小にする手法となっている。

なお、フィルタリングに要する漸近的計算量は、フィルタサイズ $2r$ が N に比例する ($r \propto N$) か定数 ($r \ll N$) かで大きく異なる。これを表 3 に示す。点対称拡張の中心点の計算に要す

Table 4 Asymptotic computational quantity required for calculation of point symmetric extension center point

	Method 1	Proposed method (Frequency type)	Proposed method (Spatial type)
$r \ll N$	$O(1)$	$O(N)$	$O(1)$
$r \propto N$	$O(N)$	$O(N)$	$O(N^2)$

る漸近的計算量も、フィルタサイズによって大きく異なる。手法 1 では、最小 2 乗法の計算に要する計算回数はフィルタサイズに比例するため、 r が定数の場合には O 記法⁴⁾を用いて $O(1)$ であり、 r が N に比例する場合でも $O(N)$ と小さい。一方、提案手法の周波数型手法では、周波数空間で演算を行うため、フィルタサイズによらず計算量は一定で、 $O(N)$ である。これに対し、提案手法の空間型手法では、式 (10) の 2 重ループの積和演算があるため、 r が定数の場合の漸近的計算量のオーダーは $O(1)$ 、 r が N に比例する場合には、 $O(N^2)$ と大きい。これを表 4 に示す。

これより、フィルタ幅が一定の場合には点対称拡張の中心点計算に提案手法の空間型手法を用い、フィルタリングに空間型を用いると漸近的計算量のオーダーは $O(N)$ となる。一方、フィルタ幅が N に比例する大きな幅の場合には、点対称拡張の中心点計算に提案手法の周波数型手法を用い、フィルタリングに周波数型を用いると、漸近的計算量のオーダーは $O(\log_2 N)$ となる。

なお、点対称拡張法を用いたローパスフィルタは、データ全域で通常のローパスフィルタと振幅伝達特性が等しい⁴⁾。このため提案手法も、データ全域で通常のローパスフィルタと振幅伝達特性が等しい。

5. 結 言

本研究では、点対称拡張法を用いた有限長データ用ローパスフィルタの点対称拡張の中心点を、最小 2 乗基準を用いて求める方法を提案し、以下の結論を得た。

- (1) 提案手法は、元データとフィルタリング出力との残差の 2 乗和を最小にするローパスフィルタである。
- (2) 提案手法は、データ全域で通常のローパスフィルタと振幅伝達特性が等しい
- (3) 最小 2 乗基準を用いた提案手法は、大型ガウシアンフィルタ、矩形ローパスフィルタのいずれにおいても、終端問題評価値は最も小さくなった。また、提案手法には、空間領域で計算する手法と周波数領域で計算する手法の 2 つがあるが、いずれも終端問題評価値は一致した。

本研究は文部科学省の科研費 (C2, No.15560099) の補助によって行われた。研究を遂行するにあたり、実験に必要なデータを提供いただいた三鷹光器 (株) 三浦勝弘氏に謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 原精一郎, 谷川洋平: 欠損領域を含む面領域凹凸形状データを対象とした曲面回避法, 精密工学会秋季大会学術講演会講演論文集, (2001) 267.
- 2) 中村周: フーリエ解析, 朝倉書店, 東京 (2003) 30.
- 3) 菊池務, 坪田秀一: X 線画像のパワースペクトル解析とその応用—離散的フーリエ変換に於ける周期断続性の影響とその補正—北放技術誌, **48**, (1988) 1.
- 4) 沼田宗敏, 野村俊, 神谷和秀, 田代発造, 興水大和: 有限長データ用ローパスフィルタの研究—一般化ローパスフィルタと点対称拡張法を用いた空間型・周波数型ローパスフィルタ, 精密工学会誌, **71**, 12 (2005) 1600.
- 5) 柳和久, 原精一郎: ISO での「製品の幾何特性仕様: 表面性状」に呼応して, 精密工学会誌, **69**, 8 (2003) 1057.