局所クラスタリング組織化法のジョブショップ・スケジューリング問題への適用*

古川 正志** 松村 有祐*** 渡辺 美知子†

Development of Local Clustering Organization Applied to Job-shop Scheduling Problem

Masashi FURUKAWA, Yusuke MATSUMURA and Michiko WATANABE,

A new method has been introduced to solve combinatorial problems so-named “local clustering organization method (LCO)”. In applying LCO to the traveling salesman problem (TSP), it is proven that LCO has good solutions with high accuracy and computation speed. A learning theory of LCO is based on Riccati type learning equation as well as self-organizing maps (SOM). However, LCO is independent of neuron synapses in learning process. LCO makes use of a criteria function instead of neuron synapses. In this study, The LCO solution is proposed in being applied to the job-shop scheduling problem (JSP) and its efficiency is investigated. Numerical experiments verify that LCO solves JSP with high accuracy and computation speed in comparison with the genetic algorithm.

Key words: job-shop scheduling problem, genetic algorithm, self-organizing maps, learning, combinatorial optimization

1. 緒 言

多種少量生産から変種変量生産へ移行した製造業は、近年なお加速する需要の多様化・個性化への対応を強いられている。常に受注状況が変動する生産現場においては、人的資源・機械資源を含んだ工場の運転効率の最大化は重要な問題であり、効率的な生産計画を迅速に得るスケジューリング解法の開発は今でも古くて新しい問題である。

本研究では、スケジューリング問題の一つとして知られる m 機械 n 仕事 (ジョブ) のジョブショップ・スケジューリング問題 (job-shop scheduling problem, JSP) を対象とする。JSP は、巡回セールスマン問題 (traveling salesman problem, TSP) 同様に組合せ爆発をもつ NP 完全問題 (non-deterministic polynomial complete problem)¹⁾に属し、問題の記述を行う変数の数に対して多項式計算時間で最適解が得られない問題である。

JSP の実用的な解法としては、SPT, EDD, SLACK, MWKR, LWKR 及びその他多くのディスパッチング・ルール²⁾⁻³⁾ (仕事の優先度を計算する方法) がヒューリスティックな方法として古くから使用され、また現在でも開発されている。

厳密解法としては、分岐限界法 (branch and bound method, BBM)⁴⁾が提案されている。BBM は、分割統治法に基づく一般的な解法であり、多くの問題に適用されている。BBM は、JSP を上界 (下界) を推定可能な子問題へと分割し、上界に基づいて子問題を更に次々と新たな子問題へと分割する。分割不可能となった子問題の上界が他のすべての子問題の上界よりも優れる場合に計算を終了する。BBM を大規模な JSP に適用すると、(1)子問題の分割数が飛躍的に増大する、(2)上界の推定により分岐の効率が左右される、等のため実用的には使用されないことが多い。

近年になって、遺伝アルゴリズム (genetic algorithm, GA) が最

適化の一般手法として多方面で適用されている。Syswerda⁵⁾や Whitley⁶⁾は、スケジューリング問題や TSP に対し、GA がディスパッチング・ルールやランダム法に比して良い結果を導くことを 1980 年代後半に報告している。GA を採用したスケジューリング問題へのアプローチは、日本においても小林等⁷⁾、玉置等⁸⁾、大倉等⁹⁾及び飯間等¹⁰⁾が、遺伝子の設計方針や遺伝演算として採用される演算の効率などに関する精力的な研究を行っている。

渡辺、古川等¹¹⁾も JSP に GA を適用し、工場の現場に実際に供用した実用的な解法を報告している。この研究では、GA に適用するスケジューリング解の構文表現として、染色体の解釈において工程先行関係を実現できる多重遺伝子の形質順序表現を提案している。この表現は、Syswerda⁵⁾の実験において順序問題で比較的良好な結果を示した順序表現を発展させたものであり、本研究でも採用されている。

著者らは、大規模な TSP の (準) 最適解を高速に導く方法として、局所クラスタリング組織化法 (local clustering organization, LCO)¹²⁾を提案した。LCO は、T. Kohonen¹³⁾が提唱するコネクショニズムに基づく。すなわち、あるトポロジーで結合された人工ニューラルネットワーク (artificial neural network, ANN) のニューロンをランダムに選択し、その近傍のニューロン集合のシナプス学習を繰り返し、最終的に ANN を自己組織化する原理に基づいている。T. Kohonen の方法は、自己組織化マップ (self-organizing maps, SOM) と呼ばれる。SOM を TSP に適用するにはシナプス学習が不可欠である。そのため、都市が座標値で与えられない一般的な問題に対しては適用不可能である。これに対し、LCO はシナプス学習のかわりに局所クラスタリングアルゴリズムを採用し、これによって都市間の費用のみで与えられる一般的な TSP への適用を可能とした。LCO を大規模な TSP に適用した結果は、従来の方法と比較して高速かつ高精度の演算性能を持つことが検証された¹²⁾。LCO が TSP に適用可能なことは、LCO が NP 完全問題に分類される他の問題に対しても適用可能であることを示唆している。

本研究では、TSP と同様に NP 完全問題に含まれる JSP に対して LCO を適用する方法を提案し、数値計算実験によつ

* 原稿受付 平成 17 年 8 月 1 日

** 正 会 員 北海道大学大学院情報科学研究科 (札幌市北区北 14 条西 9 丁目旭川市春光台 2)

*** 北海道大学大学院情報科学研究科

† 旭川工業高等専門学校 (旭川市春光台 2 上 2 丁目)

て提案方法の有効性を検証する。以下では、2章で LCO の学習原理とアルゴリズムの概略、3章で本研究の対象となる JSP を述べ、4章において LCO の JSP に対する適用方法と必要とする局所クラスタリングアルゴリズムを提案し、5章で数値計算実験の結果を示す。最後に 6章で本研究のまとめを行う。

2. 局所クラスタリング組織化法(LCO)

2.1 SOM と LCO

SOM は、入力ベクトルに対するシナプスベクトルの局所的なクラスタリングによるニューロンの自己組織化を結果的に行っている。しかしながら、組合せ順序問題において入力ベクトル及びシナプスベクトルとみなせる情報が与えられる問題は、ほとんどない。TSP の場合は、都市の座標値がこれらの情報に置き換え可能である問題に対してのみ適用可能である。そうでない場合、SOM の適用は不可能である。LCO は、SOM の自己組織化後のシナプスベクトルの配置が結果として局所的な費用関数のクラスタリングとなる点に注目し、シナプス学習の代わりに局所的な費用関数に基づくクラスタリングをランダムに実施する方法である。このランダムな費用関数の局所的クラスタリングの結果は、ニューロンに自己組織化と同様の結果をもたらす大域的な最適化を実現する。SOM の自己組織化の結果が、順序問題の局所的な費用関数のクラスタリングに匹敵することを次節で述べる。

2.2 SOM の自己組織化とクラスタリング

組合せ順序問題の場合、SOM では 1 次元の円状トポロジーを採用する。そのため、結果として得られるクラスタリングは対象とする要素（ニューロンに対応）の費用関数に基づくソーティングに相当する。

今、順序問題の要素の集合 J を

$$J = \{j; j=1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

と設定する。また、 $c, i \in J$ である 2 要素間の費用（評価）関数を $C(c, i)$ とする。ここで、集合 J と 1 対 1 関係にある多次元のシナプスベクトル集合

$$W = \{w_j; j=1, 2, \dots, n\} \quad (2)$$

が存在し、費用関数 $C(c, i)$ は $C(w_c, w_i) (\geq 0)$ により定まるとする。すなわち、

$$C(c, i) = C(w_c, w_i) \quad (3)$$

とすれば、SOM における学習原理が適用可能となる。

上記定式化において、集合 J を SOM におけるニューロン集合と見なし、1 次元トポロジーを全てのニューロンが結合した円と位相同型となる自己組織化が実施された結果を考える。SOM では 3 要素間 (c, i, k) について、各 2 要素間の費用はニューロンのシナプスベクトルの関数で表現できるので、それらは $C(w_c, w_i)$ および $C(w_c, w_k)$ と表現できる。SOM では、自己組織化のニューロンの大域的な順序作成後の円状のトポロジーにおいて、 (c, i, k) が c, i, k での順序で結合されていれば、以下が成立している。

$$|w_i - w_c| - |w_k - w_c| < 0 \quad (4)$$

今、二つのベクトル u 及び v の連続関数 $B(u, v)$ を導入する。ここで、 $B(w_i, w_j) = C(w_i, w_j)$ であるとする。すなわち、 $B(u, v)$ は 2 要素間の費用の補間曲面とする。このとき、 $B(u, v)$ を v に関してテーラー展開を行い、1 次近似を行うと、

$$B(u, v + \delta v) \cong B(u, v) + \left(\frac{\partial B(u, v)}{\partial v} \right)^T \delta v \quad (5)$$

を得る。これから

$$B(w_c, w_i) \cong B(w_c, w_c) + g^T (w_i - w_c) \quad (6)$$

$$B(w_c, w_k) \cong B(w_c, w_c) + g^T (w_k - w_c) \quad (7)$$

が導かれる。ここで

$$g = \left(\frac{\partial B(w_c, w_c)}{\partial v} \right) \quad (8)$$

とする。式(6)及び(7)において両辺の絶対値を取り、三角不等式と補間条件を適用すると、

$$C(w_c, w_i) < |C(w_c, w_c)| + |g| \|w_i - w_c\| \quad (9)$$

$$C(w_c, w_k) < |C(w_c, w_c)| + |g| \|w_k - w_c\| \quad (10)$$

を得るから、両辺を差し引くと

$$C(w_c, w_i) - C(w_c, w_k) < |g| (\|w_i - w_c\| - \|w_k - w_c\|)$$

が成立する。よって、式(4)より

$$C(w_c, w_i) - C(w_c, w_k) < 0 \quad (11)$$

の関係、すなわち、 $C(w_c, w_i) < C(w_c, w_k)$ を得る。このことは自己組織化が実行された後は、注目するニューロンの近傍においてニューロンの順序に従って費用関数のクラスタリング、すなわち 1 次元では順序付けが行われたことを意味する。すなわち、

$$C(c, i) < C(c, k) \quad (12)$$

が結果的に実現されていることを意味する。これは、SOM の局所学習を局所的な費用関数のクラスタリングの手続きに置き換え可能であることを示している。

2.3 LCO のアルゴリズム

上記から、SOM の局所的なシナプス学習の代わりに 2 要素間の費用関数の局所クラスタリングから SOM の自己組織化と同様の結果を得る以下のアルゴリズムを作成できる。

- (1) ニューロンを要素 J とみなし、SOM と同様の円状のトポロジーに配置されたニューロンの順序の 2 要素間の費用関数を計算できるとする。
- (2) ランダムに要素を円状に結合し、初期解とする。 $t=0$ とする。
- (3) $t=t+1$ とする。ランダムに要素 c を選択する。
- (4) c の N_c 近傍要素集合を決定し、2 要素間の費用関数によって式(11)を満たすようにその要素を局所的にクラスタリング（順序付けする）。
- (5) t が指定数になれば、計算を終了する。そうでなければ(3)へ戻る。

上記アルゴリズムにおいて、 N_c は要素 c からトポロジーの経路長 $d(t)$ 内の要素集合である。上記アルゴリズムは、ランダムな費用関数による要素の局所クラスタリングが、要素に関する大域的クラスタリングを可能とし、費用関数の大域的な最適化をもたらすことを意味している。

3. JSP の問題の記述

ここでは、本研究で取り扱うジョブショップ・スケジューリング問題(JSP)を定式化する。

3.1 記号の定義

以下に必要な記号及び変数を定義し、その上で JSP を定式化する。なお、一部 2 章と同じ記号を採用しているが、これらは全く別の意味で使用されている。

n : ジョブ数

m : 機械数

$J = \{J_i : i = 1, 2, \dots, n\}$: ジョブ集合

$M = \{M_j : j = 1, 2, \dots, m\}$: 機械集合

J_{ij} : ジョブ J_i の機械 M_j で加工されるジョブ J_i の工程

$\prec J_i$: ジョブ J_i の先行関係

$x \prec y$: 工程 x が工程 y に先行する

N : 工程 J_{ij} の総数

n_j : 機械 M_j に割り当てられた工程数

t_{ij} : 工程 J_{ij} の加工時間 (段取り時間を含む)

W_{jh} : 機械 M_j の $(h-1)$ 番目の加工終了から h 番目の加工工程への待ち時間

$s_j(h)$: 機械 M_j の h 番目迄の工程順序

$D = \{D_j\}$: ジョブ J_i の納期時刻の集合

$G(s_j(h))$: 機械 M_j の h 番目の工程が終了した完了時間

$G(J_i)$: ジョブ J_i の完了時間

3.2 対象とする JSP

本研究では、機械集合 M 、ジョブ集合 J 、ジョブ工程の J_{ij} の加工時間、ジョブ J_i の先行関係 $\prec J_i$ 、及びジョブ J_i の納期時刻の集合 D はすでに既知とする。このとき、最大滞留時間と平均納期遅れ時間の最小化を行うジョブ工程順序を決定する。機械 M_j の完了時間は、

$$G(s_j(h)) = G(s_j(h-1)) + W_{jh} + t_{ij}(h) \quad (13)$$

で計算される。 $t_{ij}(h)$ は加工時間をあらわし、ジョブ J_i が機械 M_j で h 番目に加工されたことを意味する。これから、最大滞留時間の最小化は

$$F_1 = \min_S \max_j G(s_j(n_j)) \quad (14)$$

なる機械集合 M の工程順序 S を求めることに定式化される。ここで、 $S = \{s_1(n_1), s_2(n_2), \dots, s_m(n_m)\}$ とする。

また、納期遅れ時間の平均最小化は、

$$F_2 = \min_S \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \max \{(G(J_i) - D_i), 0\} \quad (15)$$

なる機械集合 M の工程順序 S を求めることに定式化される。本研究では、JSP の評価関数に

$$F = \min_S (w_1 F_1 + w_2 F_2) \quad (16)$$

を採用した。スカラー値 w_1 及び w_2 は各評価の重みである。

4. LCO の JSP への適用

4.1 LCO の JSP のための解表現

LCO を一般の順序問題に適用するには、先に述べたニューロン集合に匹敵する順序要素の集合とその 2 要素間に関する評価が可能であることを 2 章で述べた。すなわち、もはやニューロンに割り当てられるシナプススペクトルの集合が設定されなくとも、SOM の自己組織化と同じ効果を順序集合の 2 要素間に関する評価に基づくクラスタリングで実施できることを示した。従って、LCO を JSP に適用するには、JSP を LCO で取り扱える順序問題へと変換するニューロンに対応した順序集合と順序の解表現方法が必要となる。この順序集合としてジョブの工程を表現する方法を以下に述べる。

上記の目的を果たすために、LCO における JSP の解表現には、著者等が GA を JSP に適用するために開発した多重遺伝子の形質順序表現¹¹⁾を採用した。LCO における局所クラスタリングは、トポロジー上に順序付けられて配置された要素の交換を基本とする。従って、ある順序解表現が

Table 1 Processing time for M/2/J/3/

	J_1	J_2	J_3
M_1	4	4	2
M_2	2	3	3

M_1	J_{21}	J_{31}	J_{11}	
M_2	J_{12}	J_{22}	J_{32}	

(a) Gantt chart given by $R = \{1, 2, 3, 1, 2, 3\}$

M_1	J_{21}	J_{11}	J_{31}	
M_2	J_{12}	J_{22}	J_{32}	

(b) Gantt Chart given by $R' = \{1, 2, 3, 2, 1, 3\}$

Fig. 1 Gantt charts for $F(4,5)$ and $F(5,4)$

もつ任意の要素を同じ順序解表現の異なる場所の要素と交換しても矛盾のない順序解表現を維持し、スケジュールの評価関数を計算できなければならない。多重遺伝子の形質順序表現はこの条件を満たしている。

M/2/J/3/問題における、多重遺伝子の形質順序表現とそのスケジューリング工程順序への変換例を示す。今、ジョブ J_1 , J_2 , 及び J_3 の先行関係を以下のように与える。すなわち、

$$\prec J_1 = \{J_{12} \prec J_{11}\}$$

$$\prec J_2 = \{J_{21} \prec J_{22}\}$$

$$\prec J_3 = \{J_{31} \prec J_{32}\}$$

とする。このとき、多重遺伝子の形質順序表現が

$$R = \{1, 2, 3, 1, 2, 3\}$$

とする。 R は解表現の記号とし、 $\{.\}$ は左から右への要素の順序を示す。この要素の数値をジョブ番号とすると、以下のスケジュール工程の順序が先行関係に基づいて得られる。

$$\{J_{12}, J_{21}, J_{31}, J_{11}, J_{22}, J_{32}\}$$

機械 M_j のジョブ工程順序は、同じ機械の添字をもつ工程を上記の工程順序の左から順に選択すればよい。従って、この例の場合は、

$$s_1(3) = \{J_{21}, J_{31}, J_{11}\}$$

$$s_2(3) = \{J_{12}, J_{22}, J_{32}\}$$

となる。実際のスケジューリングは、この工程順に工程をディスパッチングすればよい。このように多重遺伝子の形質順序表現は、同じジョブ番号をジョブの工程数だけランダムに含んだ順序の表現であり、同じジョブ番号が現れたとき、そのジョブの先行関係に従って順に工程を割り当てる方法である。従って、解の 2 要素を交換しても JSP の制約条件を破綻することがない。

4.2 LCO による JSP の評価とクラスタリング

解 R は工程順序 S を定めるので、ある解 R のときの JSP の評価を、

$$F(R) = w_1 F_1(R) + w_2 F_2(R) \quad (17)$$

と記述する。更に、解 R の順序の中で c 番目と l 番目の要素に注目したときの現在の順序表現評価を $F(R(c, l))$ とし、これを $F(c, l)$ と簡略化して表す。 $F(R(c, l))$ は R がジョブの工程表現に変換された後、式(17)で評価された値である。 $F(c, l)$ は 2 章で述べた $C(c, l)$ に相当する。このとき良好な解ではクラスタリングが成立し、式(12)を満たす例を 4.1 節の例で示す。

今、 R に対して左から順に要素 (ニューロン) 番号をつけ、これを $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ とする。今、3 番目の要素に注目し、4 番目の要素と 5 番目の要素を入れ替えたとき、この順

序を $A' = \{1, 2, 3, 5, 4, 6\}$ とする. よって, A' に対応する解表現 R' は $R' = \{1, 2, 3, 2, 1, 3\}$ となる. R と R' の評価を $F(3, 4)$ 及び $F(3, 5)$ とする. F を最大滞留時間のみ ($w_1 = 1$ 及び $w_2 = 0$) とすると, ジョブの加工時間が表 1 で与えられる時, これらのガントチャートは図 1(a)及び(b)となり, $F(3, 4) < F(3, 5)$ ($F(3, 4) = 10$ 及び $F(3, 5) = 13$) となる. 従って, 要素の並びは $\{3, 4, 5\}$ となり, 解 R は式(12)を満たす (図では J_{22} は最後に割り当てられるが, その前の遊休時間に挿入可能であるので, J_{32} より前にある). 従って, 解 R ではクラスタリングが成立し, R' より良好な解が成立している. LCO は解 R の中でこのようなクラスタリングをランダムに局所的に作り出す操作である.

4.3 LCO の JSP への適用

m 機械 n ジョブの 3 章で定式化された JSP への LCO の適応を, 以下のように実施する. なお, 以下では $F(R(c, l))$ において c 番目と l 番目の要素を交換したときの順序表現評価を $F(R(l, c))$ とし, これを簡略化して $F(l, c)$ と表す.

- 1) ジョブの全ての工程を LCO の要素の集合とみなす. LCO の要素に対して, 同じジョブ番号をもつ工程には, 同じジョブ番号を与える. 従って, 複数の同じ数値が LCO の要素集合に存在する (n ジョブが m 機械で加工される場合, 要素集合の要素数は $m \cdot n$ となる).
- 2) 要素集合の全ての要素をランダムに並べた順序解 R を生成する. これらを円状のトポロジーで順に結合し, 初期解とする (R の最初と最後の要素は円状のトポロジーとするために最後に結合する). $t = 0$ とする.
- 3) $t = t + 1$ とする. R からランダムに R の c 番目の要素を選択する. c 番目の要素のトポロジー結合から近傍要素集合 N_c を決定する.
- 4) 近傍要素集合 N_c を, 局所的に評価関数に基づいてクラスタリングする.
- 5) t が指定数になるか, 解の改善が見込めなければ, 計算を終了する. そうでなければ(3)へ戻る.

このアルゴリズムにおいて, N_c は順序表現解 R の c 番目の要素からトポロジー経路長 $d(t)$ 内の R の順序を保存する要素集合である.

4.4 局所クラスタリングアルゴリズム

前節の LCO の JSP への適用法では, スケジュールの評価関数に基づく要素の局所的なクラスタリング方法が具体化されていない. 局所的なクラスタリングとは, R からランダムに選択した c 番目の要素に関して, c 番目の要素の近傍要素集合 N_c に実施されるスケジュール評価に基づく要素のソーティングである. TSP で開発した LCO の局所的なクラスタリングのアルゴリズムでは, いくつかのクラスタリングのアルゴリズムを確率的に混合することが有効であると示された. これは採用された複数のクラスタリングアルゴリズムがそれぞれ異なる特性を持つため, LCO の大域性に貢献すると考えられるからである. 以下に JSP のために開発したクラスタリング法を 4 種類述べる.

4.4.1 単純交換法 (Simple Exchange Method, SEM)

R からランダムに選択した c 番目の要素に関して, 近傍 N_c 内の要素を c 番目の左右の要素順に, 評価を計算してクラスタリングを実施する最も単純な方法である. アルゴリズムを以下に示す.

- 1) $k = 0$ 及び $p = 0$ とする.
- 2) $k = 2d(t)$ ならば, 終了. そうでなければ, p を $p + 1$ とする.

- 3) $F(c + k, c + k + p) \geq F(c + k + p, c + p)$ ならば, 解 R の $c + k$ 番目と $c + k + p$ 番目の要素を交換する.
- 4) $F(c - k - p, c - k) \geq F(c - k, c - k - p)$ ならば, 解 R の $c - k - p$ 番目と $c - k$ 番目の要素を交換する.
- 5) $k + p = d(t)$ ならば, k を $k + 1$ とし, $p = 0$ とする.
- 6) 2)へ戻る.

4.4.2 逆位交換法 (Inverse Exchange Method, IEM)

R からランダムに選択した c 番目の要素に関して, c 番目の左右の要素順にそれまでの順序を逆にし, 評価を計算してクラスタリングを実施する方法である. 逆位は GA の遺伝子演算と同じ意味を持つ. すなわち, $\{c, c + 1, \dots, l - 1, l\}$ の順序に要素が並ぶとき, これを $\{l, l - 1, \dots, c + 1, c\}$ のように並び替える方法である. 但し, 記号 $\{\cdot\}$ は, R の要素の順番のみを示すために用いた. このときの評価を $F(c \sim l)$ と $F(l \sim c)$ と表現すると, IEM は以下のアルゴリズムとなる.

- 1) $k = 0$ とする.
- 2) k を $k + 1$ とする.
- 3) $F(c \sim c + k) \geq F(c + k \sim c)$ ならば, 解 R の c 番目から $c + k$ 番目の要素の順序を逆転する.
- 4) $F(c - k \sim c) \geq F(c \sim c - k)$ ならば, 解 R の $c - k$ 番目から c 番目の要素の順序を逆転する.
- 5) $k = d(t)$ ならば終了する. $k < d(t)$ ならば, 2)へもどる.

4.4.3 平滑法 (Smoothing Method, SM)

R からランダムに選択した c 番目の要素に関して, N_c 内で最も左端 (N_c 内の 1 番目) の要素から順に比較を実施する方法である. アルゴリズムは以下となる.

- 1) $k = 0$ 及び $p = 0$ とする.
- 2) $k = 2d(t)$ ならば, 終了. そうでなければ p を $p + 1$ とする.
- 3) $F(c - d(t) + k, c - d(t) + k + p) \geq F(F(c - d(t) + k + p, c - d(t) + k))$ ならば, 解 R の $(c - d(t) + k)$ 番目と $(c - d(t) + k + p)$ 番目の要素を交換する.
- 4) $k + p = 2d(t)$ ならば, k を $k + 1$ とし, $p = 0$ とする.
- 5) 2)へ戻る.

4.4.4 対称交換法 (Symmetrical Exchange Method, SYM)

R からランダムに選択した c 番目の要素に関して, トポロジーの経路長が左右対称の位置にある要素をスケジュール評価で比較する方法である. アルゴリズムは以下となる.

- 1) $k = 0$ とする.
- 2) k を $k + 1$ とする.
- 3) $F(c - k, c) \geq F(c, c + k)$ ならば, 解 R の $c - k$ 番目と $c + k$ 番目の要素を交換する.
- 4) $F(c - k, c) \geq F(c, c - k)$ ならば, 解 R の $c - k$ 番目と c 番目の要素を交換する.
- 5) $k = d(t)$ ならば終了する. $k < d(t)$ ならば, 2)へもどる.

4.5 クラスタリングの適用の留意点

JSP におけるクラスタリングでは, 解配列内での要素の交換を基本としている. 前節のアルゴリズムに注意すると, スケジュール解の評価が改善される場合にのみ要素の交換が適用されるのではなく, 解評価が等しい場合も要素の交換を適用している.

これは JSP に LCO を適用した予備実験で判明した結果であるが, 計算初期ではスケジュールの評価の改善が多く観察されるが, 時間が経過するとスケジュールの評価は収束するか悪化する場合が多いことが分かった. スケジュール評価が等しい場合でも, 交換を適用することにより異なる

る解の生成可能性が大きくなり、結果的に局所的最小値から脱却する可能性が生じ、局所クラスタリングによる大域的最適化に影響を与えていると考えられる。

5. 数値計算実験

JSP に対して LCO の計算性能と有効性を検証するために、数値計算実験を実施した。5 章に示す計算結果はすべて 10 回の計算を実施した平均値である。また、実験結果で示される計算時間は、CPU Intel 2.26GHz の PC による計算時間の計測である。

5.1 局所クラスタリングアルゴリズムの性能比較

LCO に各クラスタリングアルゴリズムを単独で採用した時の性能を比較した。テスト問題としては M/5/J/50/、M/6/J/100/ および M/6/J/200/ の 3 種類の問題を作成した。M/m/J/n/は、 m 機械 n ジョブの JSP 問題を示す。加工時間は、10~100 までの整数値を乱数で生成した。近傍要素数は SOM が近似理論として指摘している $2/3$ を目安とし、 $d(t)=mn/3$ とした。納期は、予め GA で求めた最大滞留時間の 85% をすべてのジョブの納期とした。納期の決定に使用した GA は著者らが開発したもので¹¹⁾、多重遺伝子表現を用い、突然変異・交叉・逆位を遺伝子演算としたものを最大滞留時間の評価にのみ適応したものである。二つの評価のウェイトはそれぞれ 1.0 とし、計算の打ち切り条件は、M/5/J/150/ は 30 秒、M/6/J/100/ は 60 秒、また、M/6/J/200/ は 120 秒とした。

図 2~4 に、各問題に各局所クラスタリングアルゴリズムを単独で LCO に組み込んだ場合のスケジュール評価の収束曲線と GA の収束曲線を示した。

図 2 では SYM と SEM がほぼ重なっているが、図 3~4 ではわずかに SYM が計算速度及び評価値において最も優れている。SEM は SYM に近い性能を示した。IEM は GA 及び SM よりは速く良好なスケジュールを作成するが、局所解のスケジュールに陥りやすいことがわかった。SM は計算量が多いため、スケジュールの改善に時間を要する。しかし、図 4 に示されるよう、徐々にスケジュールの評価を改善する。

SYM が優れているのは SEM の 50% にあたる少ない計算量のため、局所クラスタリングを行う回数が多いためと考えられる。実際に、1 回の局所クラスタリングに要するスケジュールの計算回数は、SYM が $2(d(t)-1)$ 、SEM は $d(t)(d(t)-1)$ 、SM は $d(t)(2(d(t)-1))$ である。

5.2 GA との比較実験

新たに M/5/J/10/、M/6/J/50/ および M/6/J/200/ の 3 種類の問題を前節と同じ条件で作成し、LCO に各局所クラスタリングアルゴリズムを個別に組み込んだ時の性能を、やはり前出の GA で得られた解と比較し検討した。今回は、M/5/J/10/ が 80 回、M/6/J/50/ が 60 回、及び M/6/J/200/ が 40 回連続でスケジュールを改善できないときを、計算の打ち切り条件とした。

比較には、GA が打ち切られた時のスケジュールの評価及びその時に要した計算時間を 1 とし、各局所クラスタリングアルゴリズムを組み込んだ LCO が得たスケジュール評価値及び計算時間の GA に対する比を用いた。

図 5 に 3 問題における計算が打ち切られた時の比が数値

Fig.2 Comparison of convergence curves for M/5/J/50/

Fig.3 Comparison of convergence curves for JSP M/6/J/150/

Fig.4 Comparison of convergence curves for JSP M/6/J/200/

として記入されている（なお、図 5~6 の縦軸は、スケジュール評価値の比を比較して示した。また、図 6 には打ち切られたときの計算時間の比を示した。図 5~6 には、得られた m 機械 n ジョブ問題を n/m で表示してある。また、図 6 では、横軸の計算時間は対数目盛りで表示してある）。これらは、以下のように検討される。

SYM は、スケジュールの評価及び計算時間において総合的に最も優れていることが認められる。一方、SM は計算時間を要するが、問題が大きくなると最も評価を改善する方法であることが分かる。SEM の打ち切り計算時間は GA とほぼ同じであっても、求められたスケジュールの評価は、問題が大きくなるほど評価値の比が小さくなり、GA より優れている。これらの傾向は前節の収束曲線とも一致する。

これらの結果から、LCO は GA より優れた方法であることが検証される。

Fig.5 A comparison of LCOs and GA on obtained solutions

Fig.6 A comparison of LCOs and GA on computation time

6. 結 論

本研究では、SOMの基礎をなすコネクショニズムに注目し、人工ニューラルネットワークにおけるシナプス学習の代わりに局所的なクラスタリングを利用する方法としてLCOを開発した。LCOの局所的クラスタリングはSOMのようにネットワークの自己組織化を実現するが、1次元の問題ではSOMと同様に円状のトポロジを採用するため、クラスタリングは評価のソーティングと同じ意味となる。そのために、スケジュール評価値に基づく4種類のソーティングアルゴリズムを局所クラスタリングアルゴリズムに提案した。更に、それらをLCOに組み込んだとき得られたスケジュール評価をGAの評価と比較して、LCOの有効性を検証した。これらは、以下にまとめられる。

- (1)LCOをJSPに導入するには、解表現として著者らが開発した多重遺伝子の形質表現が有効である。
- (2)LCOで採用する局所クラスタリングアルゴリズムとして、4種類のアルゴリズムを提案した。
- (3)数値計算実験では、4種類の局所クラスタリングアルゴリズムをLCOに組み込んだ中では、総合的にはSYMが有効である。
- (4)SMをLCOに組み込んだ場合は、計算時間は最も要するが、最もよいスケジュールを作成する可能性がある。
- (5)SMは計算時間を要するが、総合的に見てLCOはGAと比較してJSPの解法として優れた計算方法である。

LCOのJSPへの適用は、TSPに適用した場合と比較して

計算時間を驚異的に短縮する¹²⁾までに至らなかった。これは、局所クラスタリングアルゴリズムの中でスケジュールの評価値を常に全体のスケジュールの評価値として計算する必要があるためである。TSPへの適用では、近傍要素集合の中での評価計算でのみTSP解を改善できた。このことは、近傍要素集合内でのみでのスケジュール評価値が、全体のスケジュール評価値に比例できるような局所クラスタリングアルゴリズムを作成できれば、更にLCOの計算時間を高速にできることを示しており、今後の課題である。また、TSPでは複数のクラスタリングアルゴリズムを混合することが、更に評価を改善することも確認できている¹²⁾。今後は、この事に関しても数値計算実験を行う必要がある。

LCOはTSPのみならずJSPのようなNP完全問題に対して適応性があることが確認された。このことは他の組合せ順序問題に対する適用可能性を示している。

本研究は、平成15～17年度科学研究費補助金（基盤研究C一般、課題番号1656105、生産システムの学習・適応戦略に基づくエージェントスケジューリングの研究）に基づいて実施している。関係者に謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 渡辺治：計算可能性・計算の複雑さ入門，近代科学社(1992)128
- 2) 古川正志ほか：システム工学，コロナ社(2000)150.
- 3) R. W. Conway, et. al. (関根友明監訳)：スケジューリングの理論，日刊工業新聞社(1971)176.
- 4) C. McMillan, Jr.: MATHEMATICAL PROGRAMMING 2nd Edition, John Wiley & Sons, Inc. (1975) 407.
- 5) G. Syswerda: Schedule Optimization Using Genetic Algorithms, Handbook of Genetic Algorithms, Ed. by L. Davis, Van Nostrand Reinhold, (1991) 332.
- 6) D. Whitley, T. Starkweather and D. Shaner:: Handbook of Genetic Algorithms, Ed. by L. Davis, Van Nostrand Reinhold, (1991) 350.
- 7) 小林重信, 山村雅幸, 小野 功: GAによるジョブショップスケジューリング問題の解法, 第3回インテリジェントシステムシンポジウム講演論文集, (1993) 227.
- 8) H. Tamaki, T. Mukai, K. Kawakami and M. Araki: Genetic Algorithm to Multi-objective Scheduling Problem in Plastic Forming Plant, Advances in Production Management Systems (Ed. by N. Okino, H. Tamura and S. Fujii), Chapman & Hall, UK, (1998) 435.
- 9) 大倉和博, 郷東末和, 上田完次: 中立遺伝子によるジョブショップ・スケジューリングの解法, 日本機械学会論文集 (C編), **63**, 614 (1997) 3554.
- 10) 飯間等, 三宮信夫: 遺伝アルゴリズムを用いた変形フローショップ型加工工程のスケジューリング, 第3回インテリジェントシステムシンポジウム講演論文集, (1993) 215.
- 11) 渡辺美知子, 古川正志, 三添朗宏, 渡辺龍男, 嘉数侑昇: ジョブのジグ・機械割り当てを考慮したスケジューラの開発, 精密工学会誌, **66**, 8 (2000) 1185.
- 12) M. Furukawa, M. Watanabe and Y. Matsumura: Local Clustering Organization (LCO) Solving a Large Scale of TSP, ICAM04, JSME No.04-204, ISSN 1348-8961 (2004) 577.
- 13) T. Kohonen: Self-Organizing Maps. Springer Verlag, (1995).