研究論文

実験室における合体プラズマの二次元MHD シミュレーション - その動的振る舞いについて -

渡辺智彦, 林 隆也, 佐藤哲也
核融合科学研究所理論・シミュレーション研究センター

Two-dimensional MHD Simulation of Merging Plasmas in Laboratory Experiments - Focusing on Its Dynamic Behaviors-

WATANABE Tomohiko, HAYASHI Takaya and SATO Tetsuya
Theory and Computer Simulation Center, National Institute for Fusion Science,
Toki 509-5292, Japan

(Received 27 January 1999 / Accepted 13 May 1999)

Abstract

プラズマ合体実験に関する二次元MHDシミュレーションを行い、それらの結果を主として動画像を用いて解析した。その結果、(1)スフェロマック合体時に発生するプラズマ流による圧力構造の形成過程、(2)合体過程における磁力線のトポロジー変換とその運動、(3)MRX実験で見られた磁気島の形成過程、等の様子が明解に示された。

Computer animations resulted from two-dimensional magnetohydrodynamic simulations of plasma merging have reproduced dynamic behaviors found in laboratory experiments. Specifically, the following features have been clearly shown, that is, 1) formation process of pressure profile by an induced plasma flow during counter-helicity merging of spheromaks, 2) topology change of field lines and their toroidal motion, and 3) magnetic island formation in a diffusion region during co-helicity injection.

Keywords:

magnetohydrodynamics, magnetic reconnection, simulation, spheromak, FRC

1. はじめに

核融合プラズマをはじめ、宇宙空間および天体プラズマで見られるような、磁気流体(MHD)方程式で記述され得るさまざまな巨視的プラズマ現象において、磁気リコネクションが重要な素過程であることが認識されて久しい[1-3]。中でも、磁気リコネクションによって磁力線のトポロジーが変えられるために、トポロジーの異なる最小磁気エネルギー状態へ磁場配位が緩和できること、また、リコネクションに伴って磁気エネルギーからプラズマの熱および運動エネルギーへの変換が起こること、等が指摘されて

いる(例えば文献[4-6])。これらは非線形磁気流体現象を考察する際の重要な指針となっている。

実験室における磁気リコネクションの例としては、トカマクでの鋸歯状振動現象が古くから知られているが、磁気リコネクションの物理機構の解明を主目的とした実験は意外と少なく、Yamada、Ono等による一連のプラズマ合体を用いた実験[7-11]が近年注目を集めている。TS-3 (the Tokyo University Spherical Torus No.3) 装置を用いた実験では[7,8]、二つの同一のスフェロマックを合体させる同極性合体の結果、初期の

スフェロマックのもつポロイダル磁場同士がつながり変わり、単一のスフェロマックが形成された。一方、反平行のトロイダル磁場を持つスフェロマックを合体させる逆極性合体では、ポロイダル磁場がつながり変わるだけでなく、双方のトロイダル磁場が打ち消し合って、磁場反転配位(FRC)が形成された。この時、トロイダル磁場のエネルギーが最終的にはプラズマの熱エネルギーに変換されるため、効率的なプラズマ加熱が起こる。

一方、磁気リコネクションを伴う強い非線形現象を理論的に解明するために、1970年代後半から数多くの計算機シミュレーションが行われてきた[2,3]。特に、プラズマ合体実験と似通った磁場配位をもちいて、以前から磁気島合体のシミュレーションが行われており[3,12]、現在でもさらに高精度の解法が試みられている[13]。これらのシミュレーションでは、リコネクション率の抵抗依存性、散逸領域の形状、リコネクションに伴うジェット形成などに焦点が当てられ様々な結果が得られている。しかし、実験の進展に伴い、実験により即した配位でプラズマ合体とそれに伴う磁気リコネクション過程を理論的に検証することが必要となった。そこで我々は、TS-3装置の実験で見られたスフェロマックの合体過程をMHDシミュレーションによって再現し、その合体機構の解明を試みた[11, 14, 15]。シミュレーションにおいても実験と同様に、同極性および逆極性合体の結果、それぞれスフェロマックとFRCが形成された。また、実験でも示唆されているように、逆極性合体で結合した磁力線がトロイダル方向の強いプラズマ流を生み出しながら振動する現象が見られた。しかし、合体に要する時間は同極性と逆極性の場合で同程度であり、逆極性合体が3倍ほど速く進行するという実験結果は再現できていない。これは、逆極性合体の場合MHDモデルでは取り扱いえない、二流体効果や粒子運動論の効果が働いているため、と考えられている。

TS-3実験の結果を踏まえて、さらに磁気リコネクションの物理過程のみに焦点をあてた実験が、プリンストン大学プラズマ物理研究所のMRX (Magnetic Reconnection Experiment) 装置を用いて行われている[9-11]。MRX装置は真空容器内に一対のフラックスコアコイルを持ち、プラズマ中のトロイダル・ポロイダル両磁場成分を変化させることができる。主にポロイダルコイル電流を減少させて、セパトリックス点を経てコイルに向かうプラズマ流を誘起し、リコ

ネクションを起こす実験をpullモードと言い、その逆をpushモードと呼ぶ。MRXの初期の実験では、pullモードで、かつ、二つのフラックスコアコイルから反平行のトロイダル磁場を与える(counter-helicity injection)オペレーションを行った場合には、リコネクションが駆動されるとともにY字型の電流層が形成された。一方、平行なトロイダル磁場を与えるco-helicity injectionでは、コイルの間にO点を持つ磁気島が形成されるという結果が得られた。最近我々は、この現象を解明するためにMRX配位でのTaylor解の解析およびMHDシミュレーションを行った[16,17]。その結果、co-helicity injectionの場合には、磁気島を持つ解と持たない解がともにTaylor解の最小エネルギー状態を表すブランチ上に存在し、磁気ヘリシティの増加に伴って磁気島を持つ解へと平衡配位が遷移することで実験結果が説明されることが示された[16]。また、counter-helicityの場合には、最小エネルギー状態で磁気島を持つTaylor解が存在しないことから、磁気島は発生せずに電流層が形成されると理解できる。さらに、pushモードでは無次元化された磁気ヘリシティが減少していくため、配位は真空解に近づいていき、磁気島は形成され得ないことも指摘されている[17]。

本論文で、我々は、上述のTS-3およびMRX実験を対象としたMHDシミュレーションで得られた動画像をそれぞれ2節および3節で紹介し、磁気リコネクション実験に伴って現れる動的現象について考察する。主な結果は文献[15,16]に詳述されているが、それらを動画像として表現することで、読者にはより直截的な現象の理解が可能となるであろう。2.1 および3.1節では、TS-3、MRX、それぞれを対象としたシミュレーションモデルを示し、3.2節でMRX配位でのTaylor解について述べる。そして、2.2節ではスフェロマック合体の、3.3節ではMRXのシミュレーション結果を示し、最後に結果をまとめる。

2. スフェロマック合体のシミュレーション

2.1 シミュレーションモデル

ここでは、完全導体壁で覆われた円筒状のシミュレーション領域を設定し、軸対称性を仮定して二次元のポロイダル面内で計算を行なう。TS-3実験では傾斜モードなどの成長を抑えて対称性のよい合体が実現されている。一方で、理想MHDモデルでは、FRCやスフェロマックなどのコンパクトな配位が、傾斜モードやシフトモ

ードに対し不安定になりやすいことが知られている．ここでは、それらのモードとプラズマ合体の競合過程よりも、むしろ合体の物理過程そのものに焦点をあてるために二次元の仮定を用いている．シミュレーションを行う円筒の半径を1として長さの単位に取り、z方向の長さをその4倍に設定した（Fig.1参照）．このポロイダル面をr方向289、z方向1153の様な空間格子に分割し、空間微分には二次の中心差分、時間積分には四次のRunge-Kutta-Gill法を用いてシミュレーションを行った．また、密度を1として一様におき、初期のトロイダル磁場の最大値が1.1となるように無次元化を行った．初期磁場配位は、半径0.5のHillの球形渦で表された $z = \pm 0.75$ に中心をもつ二つのスフェロマックと、それらを包む外部磁場で与えられる．初期条件の詳細は文献[15]を参照されたい．解くべき支配方程式は以下のとおりである．

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) \quad (1)$$

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \mathbf{v} \left[\nabla^2 \mathbf{v} + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) \right] \quad (2)$$

$$\frac{1}{(\gamma-1)} \frac{dp}{dt} = -\frac{\gamma}{\gamma-1} p \nabla \cdot \mathbf{v} + \eta \mathbf{j}^2 + \phi \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (4)$$

ここで、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{E}$ 、 e_{ij} は次式で与えられる．

$$\mathbf{j} = \nabla \times \mathbf{B} \quad (5)$$

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \eta \mathbf{j} \quad (6)$$

$$\Phi = 2\nu \left[e_{ij} e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \right] \quad (7)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (8)$$

、 η 、 ν は、それぞれ、比熱比(= 5/3)、粘性率(= 10^{-4})、抵抗率(= 10^{-4})を表し、これらの値は空間的に一様とした．また、 η は粘性散逸関数を、 e_{ij} は歪み速度テンソルを示している．他の記号は標準的な表記に従った．ただし、ここで紹介するシミュレーションでは密度は一定と近似して、(1)式は解いていない．密度の時間発展を追跡する計算も行っているが得られた結果に本質的な相違は見られなかった[15]．

Perfect Conducting Vessel
2-D Simulation Domain

Fig.1 スフェロマック合体のシミュレーションモデルの模式図．影のついた領域がシミュレーションを行うポロイダル面に対応[14]．

Schematic plot of a simulation model of spheromak merging. Shaded region corresponds to the simulation domain [14].

2.2 シミュレーション結果

ここでは、スフェロマック合体のシミュレーション結果を動画を用いて紹介する．Anim.1に、同極性および逆極性合体のアニメーションを続けて示している．動画の右側にはポロイダル磁束の等高線図と圧力分布のカラーマップを表示し、左側にトロイダル磁場分布をカラーマップで示している．赤色は正、青色は負のトロイダル磁場に対応し、中間の強度が緑色がかって表示されている．右側の図では、セパトリックス磁気面の内側の領域のみで $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ を表示している．

動画には、はじめに同極性合体の結果が示されている．シミュレーションを開始すると、二つのスフェロマックは同じ向きのトロイダル電流を与えられているので、互いにローレンツ力で引き付け合い、 $z=0$ の面に近づいていく． $t=7$ τ_A すぎに、磁気リコネクションが発生し、スフェロマックは合体を始める．ここで、 τ_A はアルヴェン伝播時間を示している．二つのスフェロマックの間に薄い電流層ができ、時間の経過

とともに次々と磁気面がリコネクションを起こし、合体が進行していく様子が見えてくる。この場合、スフェロマックの合体は、 $t = 25 \tau_A$ までに完了し、 z 方向に長く伸びたスフェロマックが形成された。

Anim.1 スフェロマック合体のシミュレーション結果。はじめに同極性合体の結果が表示され、次に逆極性合体のシミュレーションが示される。動画の左側にトロイダル磁場のカラーマップ（赤は正、青は負の成分に対応）を、右側に圧力のカラーマップとポロイダル磁束の等高線図を示した。ここで、ポロイダル磁束はセパトリクス磁気面内部でのみ表示されている。

Simulation results of co- (first) and counter- (second) helicity merging of spheromaks. Toroidal field profile is shown in left using a color map from blue (negative) to red (positive). Right panel indicates pressure (color) and poloidal flux contour inside of the separatrix surface.

次に逆極性合体の場合を見てみよう。この場合二つのスフェロマックはそれぞれ正負のトロイダル磁場を持っている。逆極性の合体が進むにつれて、反平行なトロイダル磁場は互いに打ち消し合い、最後には消滅する様子が見えてくる。そして合体後には、トロイダル磁場を持たない、いわゆるFRCが形成されている。一方、先に見た同極性合体では合体前とほぼ同程度のトロイダル磁束が残っている。したがって、同極性合体に比べ、逆極性合体の場合は、多量のトロイダル磁気エネルギーが解放されることがわかる。また、合体していない磁気面の周りで、トロイダル磁場が一時的に反転する様子が見てとれる。反転したトロイダル磁場は、振動しながらその極性を変えて減衰していく。このようなトロイダル磁場の反転はTS-3実験でも観測さ

れており、その原因は、リコネクションで発生したシアを持つ強いトロイダル流と磁場が相互作用してアルヴェン振動を起こすためと考えられる。

Anim.2 逆極性スフェロマック合体における磁力線の三次元構造。それぞれの磁力線はその場の圧力に応じて色づけされている。合体途中で磁力線ループがトロイダル方向に振動する様子が見える。

Dynamic behavior of magnetic field lines colored by local pressure in three-dimensional space during counter-helicity merging of spheromaks. One can see toroidal oscillations of field-line loops.

磁力線構造を三次元的に表示することで、前述したトロイダル磁場の反転と磁力線のダイナミクスを、より明確に、そしてより直截的に見ることができる。[Anim.2](#)に逆極性合体における磁力線の変化の様子を三次元的に表示した。ここで、磁力線はその点の圧力に応じて色づけされている。初期に逆のヘリックスを持つ二つのスフェロマックの磁力線が、合体にともなうつなぎ変わり、さらに内側の磁力線同士が結合しはじめるようすがわかる。そして、 $t = 15$ から $20 \tau_A$ 頃には、トロイダル方向へ引き延ばされたループ状の磁力線が見られ、さらにそれらがトロイダル方向に振動する様子が見て取れる。最後には、正味のトロイダル磁束を持たない、FRCが形成されていることが磁力線構造からもわかる。また、この動画を詳しく見ると、外側と内側の磁力線のループがそれぞれ独立に振動していることがわかる。これは、その振動を引き起こしているトロイダル流が動径方向に強いシアを持っていることを示している。

TS-3実験では、上述のトロイダル磁場の振動・反転やトロイダル流の分布、イオン温度の

上昇などが詳しく測定されている[8]．そこでは、[Anim.1](#)および[Anim.2](#)で見られたような多数回の振動は見られず、トロイダル流の空間分布もゆるやかで、[Anim.2](#)でみられたような内側と外側の磁力線ループが逆向きに運動する程の速度シアは観測されていない．また、逆極性合体に際して解放された磁気エネルギーの大部分が、直接、イオンの運動エネルギーに変換され、イオンの加速および加熱を起こしている[8]．こうした実験とシミュレーションの相違は、粘性等のパラメータの違いによるのかもしれない．より定量的な比較を行うにはイオンの有限ジャイロ半径効果等を取り入れたモデルを用いる必要があると考えられているが[7]、ここで示したシミュレーション結果は実験から導かれたsling shotモデル[8]と矛盾のないものであり、逆極性合体のMHD的振る舞いをよく表している．

[Anim.1](#)に戻り、逆極性合体における圧力分布の変化の様子を見てみると、合体の最中にリコネクション電流によりジュール加熱が増大し、リコネクション点付近で局所的に圧力が上昇していることがわかる．その増加した熱エネルギーが、合体した磁気面に沿って広がっていき、8の字型の圧力分布が一時的に形成される．ここでは熱伝導の効果を取り入れていないにも関わらず、最終状態では磁気面に沿った圧力分布がきれいに形成されていることは注目に値する．そして、圧力勾配とローレンツ力のほぼ釣り合った状態が実現されている．この圧力分布の形成過程は、プラズマ流による熱輸送で説明される．まず、磁気リコネクションにより、リコネクション点から吹き出すプラズマ流が作られる．そのプラズマ流は、リコネクション領域から離れると、流れの向きが変わり、磁気面に沿ったプラズマ流ができる．その流れによって熱エネルギーがリコネクション点付近から磁気面全体に輸送され、磁気面に沿った圧力分布が自発的に形成される．

また、合体の最中にスフェロマックの z 方向へのバウンス運動が見られるが、これはリコネクション点付近で局所的にジュール加熱により圧力が増加してスフェロマックが押し返され、そしてまたローレンツ力で引き合うとために起こると考えられる．これに応じてリコネクション電流、つまり、リコネクション率が増減する．実際、比熱比 γ を $3/2$ から $7/3$ まで変化させて、いくつかのシミュレーションを行ってみると、

が大きくなるにつれて合体により長い時間がかかること、また、リコネクション電流がより

弱くなることがわかっている[15]．このことは、磁気リコネクションによる局所的な圧力上昇がスフェロマック全体の運動に影響すること、また磁気リコネクション率が合体時間を決める主たる要因となることを示している．

Fig.2 MRX実験の数値モデルの模式図．系内の二つの円がフラックスコアコイルの断面を示しており、それらを取り巻く積分経路は(15)式で定義されたヘリシティの計算に用いられる[17]．

Schematic plot of a numerical model of MRX. Integral contours around two circles which represent cross-sections of flux-core coils are used for calculation of helicity given in Eq.(15) [17].

3. MRXのシミュレーション

3.1 シミュレーションモデル

MRX装置をモデル化して、 $-1 < x < 1$ 、 $-1.4 < y < 1.4$ の領域に完全導体で囲われたプラズマを考える．ここでトロイダル効果は無視し、系は z 方向に対称とする(z 方向がトロイダル方向に対応)．半径 $r_c = 0.2$ をもつ一対のフラックスコアコイルをそれぞれ $y = \pm 0.6$ に設置する([Fig.2](#)参照)．コイル上での境界条件を与えやすくするために、コイル表面に計算格子が一致するように数値的に生成された一般座標を用いてシミュレーションを行う．上述の(1) - (4) 式の時間発展をそ

の格子上で追跡するが、ここでは、(4) 式をポロイダル、トロイダル成分に分けて、さらにポロイダル磁束を用いる。

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} = -E_z \quad (9)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\nabla \times E_{\perp} \quad (10)$$

ここで、 j 、 E 、 B は次式で与えられる。

$$j = j_z \hat{z} + j_{\perp} = \hat{z} \nabla^2 \Psi + \nabla B_z \times \hat{z} \quad (11)$$

$$E = E_z \hat{z} + E_{\perp} = -v \times B + \eta j \quad (12)$$

$$B = B_z \hat{z} + \nabla \Psi \times \hat{z} \quad (13)$$

ここでは $\mu = j / B = -1$ 、系内に蓄えられたポロイダル磁束を $\psi_0 = 1$ とした時の (次節で導かれる) Taylor 解を初期条件とし、初期に微小な速度擾乱を加え、コイル上に弱い電場を与えポロイダル磁束を時間的にゆっくりと減少させて、磁場配位の変化を調べる。密度の初期分布は一樣とする。速度は境界上で 0 とし、真空容器壁にあたる外側境界は完全導体、フラックスコアコイルに対応する内側境界は $E_z = \pm 0.01$ とする (ここで + 記号は pull モード、- は push モードに対応)。 E_z の符号以外の条件は pull、push モードで共通とした。電場のポロイダル成分はコイル上で 0 とする。また、粘性率 $\eta = 10^{-3}$ 、比熱比 $\gamma = 5/3$ とした。

上述のコイル上での電場の境界条件は、MRX 実験でのプラズマ放電および配位形成の後の pull や push オペレーションの段階をモデル化したものである。MRX の pull モード co-helicity 実験では、トロイダルコイル電流回路を短絡し、その電流の時間変化がポロイダルコイルのそれに比べ緩やかになっている状態で、ポロイダルフラックスがコイル内に引き込まれて磁気島が形成されるので、ここで用いたコイル電場のモデルは単純だが妥当なものである。

3.2 MRX 配位での Taylor 解

シミュレーション結果の紹介に進む前に、MRX 配位における Taylor 解について触れておくことが有益であろう。ここで考えているような z 方向に対称性のある系において、 $j + \mu B = 0$ (μ は定数) を満たす解は、

$$\nabla^2 \Psi + \mu^2 \Psi = 0 \quad (14)$$

なる式を、系内に ψ_0 のポロイダル磁束が蓄えられているという境界条件の下に解いて得られる。また、ここで考えているような多重連結領

域内でゲージ不変な磁気ヘリシティは次のように定義される [6,16]。

$$K \equiv \int A \cdot B dx dy - \sum_i \Psi_0 \oint A \cdot dl_i \quad (15)$$

ここで周回積分は Fig.2 で表されている経路をとる。

(14) 式を数値的に解いた結果、 $\mu = 0$ から連続的に解が存在し (Fig.3 の実線)、 $|\mu| = 3.2$ 付近でエネルギー、ヘリシティともに発散していくことがわかった。この時 μ は

$$\nabla^2 f + \lambda^2 f = 0 \quad (16)$$

という固有値方程式で、内部および外部境界で $f = 0$ とした固有値問題の最小固有値 λ_1 に対応する。つまり、 λ_1 は、 μ が最小固有値 λ_1 に近づくにつれて、その対応する固有関数 f に近づいていくことがわかる。また、与えられた μ に対して解 f をプロットしてみると、 μ が小さいときは真空解と同様に 8 字型のセパトリックスを持つ配位が、 μ が大きくなるに連れてプラズマ電流が増大し、 $|\mu| = 1.6$ ではフラックスコアコイル表面にセパトリックスを持つ磁気島が現れ、 μ が増加して最小固有値に近づくとともに磁気島が大きくなり、系全体をおおっていくことがわかっていく [16]。

以上の結果を MRX での co-helicity injection 実験に対応させて考えてみる。MRX のプラズマは低

であるので、放電後、pull モードでポロイダル磁束を減少させ始める (コイル表面で正の E_z を与える) 前に、配位は、 $|\mu| < 1.6$ のプラズマ電流が小さく磁気島のない Taylor 状態にあると考えられる。ループ電圧による時間変化がアルヴェン時間より十分緩やかな場合、系の時間発展はほぼ平衡状態に沿って変化するであろう。コイル電流を変化させてポロイダル磁束を減少させると、誘導電流がプラズマ中に流れる。したがって、系内に蓄えられているポロイダル磁束で無次元化した磁気ヘリシティは増大することになる。言い換えると、 $|\mu|$ が増大し、プラズマ電流の寄与がコイル電流に比べて徐々に大きくなっていくので、pull モードの場合、自然に磁気島が現れてくると予想される。一方、push モードの場合は、逆にポロイダル磁束は増大し、無次元化した磁気ヘリシティは減少していく。したがって配位は真空解に近づいていくので、push モードでは磁気島は現れないと予想される。この予想は最近の push モードの実験結果と一致している。さらに、系の対称性を考えると、counter-helicity の場合には、 $|\mu| < \lambda_1$ で磁気島を

もつTaylor解は存在しないことがわかる．このため、counter-helicity injectionでは磁気島は発生しにくいと考えられる．

以上の議論はトロイダル方向への対称性をあらかじめ仮定して行われている．プラズマ電流が大きい場合には、ポロイダル断面の形状やトーラスのアスペクト比によっては、有限のトロイダルモード数を持つ三次元的なモードが不安定になる可能性もあり、より完全な議論を行うには、三次元でのTaylor解の解析が必要である．しかし、これまでのco-helicityのMRX実験ではそのような三次元的な不安定モードの成長は確認されていないことから、少なくともプラズマ電流の小さな磁気島発生の初期段階では上述の議論で十分であろう．

3.3 シミュレーション結果

[Anim.3](#)は、co-helicity injectionで、かつ、pullモードの場合のシミュレーション結果であり、そこには、ポロイダル磁束の等高線図と j_z のカラーマップが示されている．わかりやすくするために、コイル間の磁気島が発生する領域付近を拡大して表示した．時間0から50 μs までを0.1 μs ごとにプロットしている．また、コイル付近では不純物が多いと予想されることから、次式で表される抵抗モデルを用いたシミュレーションを行った．

$$\eta = \eta_0 \left[1 + C_\eta \exp \left\{ -(r - r_c)^2 / r_c^2 \right\} \right] \quad (17)$$

ここで、 r はより近い方のコイル中心からはかった距離を示し、また、 $\eta_0 = 5 \times 10^{-4}$ 、 $C = 20$ とした．MRXのco-helicity実験の場合には、異常抵抗をとまうような電流層が形成されないで、このような抵抗モデルは妥当なものである．系内の j_z が減少して行くにつれ、磁気リコネクションが誘起されるとともに、プラズマ中に誘導電流が流れて磁場分布が変化してくる．そして $t = 20 \mu\text{s}$ 以降に、コイル間に小さな磁気島が現れ、散逸しながらも徐々に成長していく．この磁気島発生過程は、実験結果の動画解析と非常によく一致している[18]．先述のMRXのTaylor解の解析から予想されるように、時間の経過とともに系内の j_z が減少し続けるため、磁気島はさらに成長していき、系全体をおおっていく．

シミュレーションで得られた磁場分布から、5 μs ごとに系内に蓄えられている j_z の値で無次元化した磁気ヘリシティとエネルギーを計算し、Taylor解と比較してプロットしたものが[Fig.3](#)で

ある．この図を見ると、pullモードでは、時間とともにヘリシティとエネルギーがほぼTaylor解に沿って増加していくことがわかる．

Anim.3 MRXでのco-helicity実験のpullモードのシミュレーション結果．ポロイダル磁束の等高線図とトロイダル電流密度をカラーマップで示している．時間 $t = 20 \mu\text{s}$ 過ぎからコイル間に磁気島が現れはじめ、徐々に成長していく．

Simulation result of pull mode in MRX with co-helicity injection, where color represents toroidal current profile. Contour lines correspond to magnetic field lines. A magnetic island appears after $t = 20 \mu\text{s}$, and then, grows slowly.

ここに示したpullモードのシミュレーションでは、磁気島発生の初期段階において、小さな磁気島が系の中央で発生するが、これはコイル近傍で抵抗が大きいので、誘導電流が中心領域に集中して流れるため、と理解される．実際、一様な抵抗モデルを用いた場合、磁気島は[Anim.3](#)で見られるようには発生せず、それぞれのコイル表面で磁気島がまず発生し、それらが合体した後大きく成長していった[16]．しかしいずれの場合も、磁気エネルギーとヘリシティはTaylor解にほぼ沿って時間発展し、二つのコイルの間で磁気島が大きく成長した．また、[Anim.3](#)の最

後 50 A に見られる磁気島は、一様な抵抗を用いた場合のほぼ等しい磁気エネルギーを持つ $t = 40 \text{ A}$ での磁場分布と、よく似通った分布を示している。以上の結果は、磁気島が初期に形成される位置や数などの配位の微細構造は抵抗モデルに依存するが、系のグローバルな発展は抵抗モデルによらず Taylor 解に沿った平衡配位の変化で説明できるということを示唆している。

Fig.3 MRX配位におけるTaylor解（実線）と、 5 A おきに測定されたpull（ $\triangle$ ）およびpush（ ∇ ）モードのシミュレーション結果[17]。

Time evolution of energy and helicity obtained at every 5 A from pull and push mode simulations. Solid line shows the Taylor state [17].

一方、pushモードの場合は、無次元化されたエネルギー、ヘリシティともに減少し、Taylor 解に沿って徐々に真空解に近づいていく（Fig.3）。このpushモードのシミュレーション結果を、 $t = 0$ から 40 A まで、Anim.3と同様にアニメーションで示したものがAnim.4である。ここで、電流のカラーマップはAnim.3の場合とは逆に負の j_z が赤く色づけされている。つまり、pushモードで j_z が増えていくのに伴って、初期の平衡配位をつくる電流とは逆向きのプラズマ電流が誘導されている。Anim.4のはじめに少しpullされているように見えるのは、有限の抵抗と初期平衡配位の電流によりポロイダル磁場がわずかに散逸するためである。時間の経過とともに、セパトリックス点近傍でリコネクション電流がピークするが、全体の配位は真空解に近づいていく。このように、pushモードでは磁気島は発生せず、X字型の電流分布が形成され

ることがわかる。また、Fig.3に見られるように、push モードの場合 $t = 40 \text{ A}$ 附近では無次元化した磁気ヘリシティ、エネルギーはともにほとんど変化しなくなる。一方で、電流密度はX点で増大し続けるので計算の続行が難しくなるため、 $t = 40 \text{ A}$ でシミュレーションを打ち切ったことを付け加えておく。

Anim.4 MRXでのco-helicity実験のpushモードのシミュレーションをAnim.3と同様に表示した。この場合は、負のトロイダル電流がセパトリックス点でピークするが、配位は真空解に近づいていき、磁気島の形成は見られない。

Same as Animation 3, but for push mode simulation. Since the configuration approaches the vacuum solution, no magnetic island is formed, although negative toroidal current peaks at the separatrix point.

4. まとめ

ここでは、TS-3とMRXという二つの磁気リコネクション実験を対象としたMHDシミュレーションをそれぞれ紹介した。それらの結果を動画像として表現することで、直截的な現象の理解が可能となった。特に、TS-3実験を想定した逆極性スフェロマック合体のシミュレーションでは、リコネクション点近傍での圧力の増加と、

そこから吹き出るプラズマ流による熱輸送、増大した圧力勾配により引き起こされるバウンス運動などの関連が示された。また、磁力線ループの三次元的な動画により、そのトロイダル方向への振動が、シア流を伴っていることが明らかになった。MRX実験を対象としたシミュレーションでは、pullモードの際に見られる磁気島形成過程において、その初期段階で小さな磁気島が散逸を伴いながらも徐々に大きくなっていく様子がよくわかった。また、実験結果の動画[18]と対比することで、今後より定量的な実験とシミュレーションの比較が可能となるであろう。

また、この一連のシミュレーションを通じて、グローバルな磁場配位と局所的な磁気リコネクションの物理過程とが密接に関連して、系の発展を担っていることがよくわかる。逆極性スフェロマックの合体では、磁気リコネクション点近傍で増大した圧力勾配が、磁気リコネクション率を低下させて合体の進行を妨げ、また、その増加した熱エネルギーが磁気面に沿って輸送されることで、圧力分布が形成されていく。一方、MRXのシミュレーションでは、磁気島形成という局所的な現象が、フラックスコアコイルによるプラズマ電流の誘導とTaylor緩和というよりグローバルな機構に依っていることがわかる。

MRX実験で見られた磁気島の発生は、一見すると、ティアリングモード等の局所的な成長によるのではないかと思われるかもしれない。しかしそのためには、電流層が形成されることが必要であり、さらに、有限の大きさを持つ磁気島が電流層に沿った運動に対して安定に成長する機構を考える必要がある。また、その成長率は抵抗等のパラメータに依存するであろう。一方、MRX実験のpullモードの結果では、様々な条件の下で、電流層は形成されずに磁気島が発生し安定に成長する。このことから、ティアリング等による磁気島形成の可能性は低く、本論文で考察したTaylor解に沿った磁場配位の遷移による磁気島形成が有力と考えられる。

本論文では、プラズマ合体実験の二次元MHDシミュレーションで得られた動画を紹介したが、こうした動画画像解析は多次元のシミュレーションに対してより有用であろう。そのためには、高速な三次元グラフィックス処理の可能なコンピュータが不可欠であり、その方面の技術の進展とともに、今後、より時間・空間分解能の高い解析が行われていくであろう。

参考文献

- [1] E.N. Parker, in *Cosmical Magnetic Fields* (Clarendon Press, Oxford, 1979).
- [2] T. Sato and T. Hayashi, Externally Driven Magnetic Reconnection and a Powerful Magnetic Energy Converter, *Phys. Fluids* **22**, 1189 (1979)
- [3] D. Biskamp, Magnetic reconnection, *Phys. Rep.* **237**, 179 (1993).
- [4] T. Sato and K. Kusano, Nonlinear Driven Reconnection in the Reversed-Field Pinch, *Phys. Rev. Lett.* **54**, 808 (1985).
- [5] J.B. Taylor, Relaxation of Toroidal Plasma and Generation of Reversed Magnetic Fields, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 1139 (1974).
- [6] J.B. Taylor, Relaxation and Magnetic Reconnection in Plasmas, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 741 (1986).
- [7] Y. Ono, M. Yamada, T. Akao, T. Tajima and R. Matsumoto, Ion Acceleration and Direct Ion Heating in Three-Component Magnetic Reconnection, *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3328 (1996).
- [8] Y. Ono, M. Inomoto, T. Okazaki and Y. Ueda, Experimental Investigation of Three-Component Magnetic Reconnection by Use of Merging Spheromaks and Tokamaks, *Phys. Plasmas* **4**, 1953 (1997).
- [9] M. Yamada, H. Ji, S. Hsu, T. Carter, R. Kulsrud, N. Bretz, F. Jobs, Y. Ono and F. Perkins, Study of Driven Magnetic Reconnection in a Laboratory Plasma, *Phys. Plasmas* **4**, 1936 (1997).
- [10] M. Yamada, H. Ji, S. Hsu, T. Carter, R. Kulsrud, Y. Ono and F. Perkins, Identification of Y-shaped and O-shaped Diffusion Regions During Magnetic Reconnection in a Laboratory Plasma, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3117 (1997).
- [11] M. Yamada, H. Ji, T.A. Carter, S.C. Hsu, R.M. Kulsrud, N.L. Bretz, F.C. Jones, Y. Ono, M. Katsurai, T.-H. Watanabe, T. Sato and T. Hayashi, in *Proceedings of the 16th International Conference on Fusion Energy*, Montreal, 1996 (International Atomic Energy Agency, Vienna, 1997), vol.2, p.253.
- [12] T. Tajima, in *Computational Plasma Physics: with Application to Fusion and Astrophysics* (Addison-Wesley, Redwood City, 1989).
- [13] C. Marliani and H.R. Strauss, Reconnection of Coalescing Magnetic Islands, *Phys. Plasmas* **6**, 495 (1999).

- [14] T.-H. Watanabe, T. Sato, T. Hayashi and K. Watanabe, MHD Simulation of Coalescence Process of Spheromaks, *J. Plasma Fusion Res.* **72**, 249 (1996).
- [15] T.-H. Watanabe, T. Sato and T. Hayashi, Magnetohydrodynamic Simulation on CO- and Counter-Helicity Merging of Spheromaks and Driven Magnetic Reconnection, *Phys. Plasmas* **4**, 1297 (1997).
- [16] T.-H. Watanabe, T. Hayashi, T. Sato, M. Yamada and H. Ji, Modeling of Magnetic Island Formation in Magnetic Reconnection Experiment, *Phys. Plasmas* **6**, 1253 (1999).
- [17] T.-H. Watanabe, T. Hayashi and T. Sato, A magnetohydrodynamic model of MRX discharges, *submitted to Proceedings of 9th International Toki Conference* (JPFR series No.2, 1999).
- [18] M. Yamada, H. Ji and MRX group, <http://w3.pppl.gov/~mrx/> .