研究論文

Rayleigh-Taylor不安定性のフラクタル構造生成

福田優子、西原功修、岡本匡代、¹⁾長谷川 進

大阪大学レーザー核融合研究センター

¹⁾科学技術庁航空宇宙技術研究所角田宇宙推進技術研究センター

Appearance of Fractal Structure in Rayleigh-Taylor Instability

FUKUDA Yuko .O., NISHIHARA Katsunobu, OKAMOTO Masayo and ¹⁾HASEGAWA Susumu

Institute of Laser Engineering , Osaka University Suita 565-0871, Japan

¹⁾*Kakuda Research Center, National Aerospace Laboratory,981-1505 , Japan*

(Received 18 March 1999 / Accepted 5 August 1999)

Abstract

二次元流体シミュレーションによりRayleigh-Taylor不安定性の境界線の乱流構造を調べた．境界線のフラクタル性は、モード結合と渦の生成によることを示した．フラクタル構造への移行過程を、シミュレーション結果の可視化により示した．

Turbulent structure of Rayleigh-Taylor unstable interface is investigated with the use of two dimensional hydrodynamic code. It is shown that mode coupling and vortex generation results in a fractal structure of the interface. Transition to fractal interface is discussed with visualization of simulation results.

Keywords

Rayleigh-Taylor instability, forced Rayleigh-Taylor instability, fractal, mode coupling, vortex

1. はじめに

重い流体が軽い流体で支えられている時、その境界面が不安定であることは、Rayleigh-Taylor (R T)不安定性として知られている．レーザー核融合の燃料圧縮過程では、燃料球殻の加速時にはアブレーション面が、圧縮の最終段階での減速時には、高温燃料とプッシャーとの境界面が不安定となる．R T不安定性はレーザー核融合だけでなく、宇宙の現象まで幅広く見られ、多くの研究がなされている[1].

境界面が平面の場合のR T不安定性の線形成長過程では、境界面の初期摂動をフーリエモードに展開した各モードの振幅がその波長に比べて十分小さい場合には、各モードの初期摂動は波長の平方根に逆比例した線形成長率で指数関

数的に成長する．したがって、線形成長過程では、初期摂動に含まれる短波長モードが早く成長する．R T不安定性の固有モードは、振動成分を持たない表面波であるため、すべてのモードは相互にモード結合[2]を起こす．その結果、非線形成長過程では初期摂動に含まれないモードも次々と励起され、多くのモードが混在した非常に乱れた状態に移行する[3-8]．線形成長の飽和振幅は波長に比例するため短波長モードは比較的早く飽和し、長波長モードへの逆カスケード[9-12]によりやがて長波長モードの振幅が大きくなる．このため乱れが十分に発達した段階では、大きな空間スケールの乱れが現れる．この乱れた状態では、その境界面はフラクタルとなることが調べられている[13]．また、この乱

れた領域の幅は時間の自乗に比例して増大することなども知られている[1]。しかしながら、線形成長の飽和から非常に乱れた状態への移行過程、あるいはフラクタル面の出現に至る過程については、これまでほとんど論じられたことがない。本論文では、二次元流体コードIMPACT 2D [14]を用いたシミュレーションの結果を可視化することにより、この乱れた状態への移行過程とフラクタルの出現、および乱流混合領域の性質について明らかにする。

2. フラクタルの生成過程と乱流混合領域

多モードの非線形成長に伴う乱流過程への移行を調べるために、2つの流体が境界面で接している簡単な場合を考える。シミュレーションに用いた二次元流体コードIMPACT 2Dは、圧縮性理想流体の質量保存則、運動量保存則、およびエネルギー保存則をTVD法を用いて解くオイラー座標コードである[14]。ここでは境界面での圧力を1 Gbar、重い流体(ρ_H)と、軽い流体(ρ_L)との境界での質量密度は、それぞれ $\rho_H = 5 \text{ g/cm}^3$, $\rho_L = 0.5 \text{ g/cm}^3$ とし、重力加速度は 10^{15} cm/s^2 とした。平衡状態の密度分布は、圧力平衡 $p = p_0$ と状態方程式 $p = A \rho^\gamma$ (断熱係数 $\gamma = 5/3$)から求めた。すなわち、重力の方向をy方向とすると、重い流体と軽い流体は、それぞれ

$$\frac{d}{dy} p = A \gamma \rho^{\gamma-1} \frac{d\rho}{dy} = \rho g \quad (1)$$

を満たす空間密度分布を与えた。

初期に多数のモードが存在する場合の非線形成長過程への移行を調べるためには、個々のモードの初期振幅はできるだけ小さくする必要がある。初期擾乱を、境界線の形状に与える場合には、計算上用いる空間格子の大きさより小さい振幅の摂動を与えることは困難である。このため、ここでは初期摂動を流速に与える方法をとった。すなわち初期の流れ関数を

$$\Psi_k = \frac{a_k \gamma_k}{k} \sin(kx) \exp(-k|y|) \quad (2)$$

で与えた。ここで、 k は波数、 $\gamma_k = (k g)^{1/2}$ は波数 k の線形成長率、 $\gamma_k = (\rho_H - \rho_L) / (\rho_H + \rho_L)$ はAtwood数であり、 a_k は各モードの初期振幅である。

複数のモードが存在するRT不安定性では、モード結合により次々と新しいモードが励起されることは先に述べた。ここで、特に重要なのは、異なる2つの短波長モード k_1, k_2 のモード結合で生じる長波長モード $k_0 = [k_1 - k_2]$ の成長率が、

短波長モードの成長率の和 $\gamma_{k_1} + \gamma_{k_2}$ となることから、長波長モードの振幅はその初期振幅にはほとんど依存せずモード結合で決まることである[15]。

この逆カスケード過程の重要性を示すために、次のような簡単な比較を行った。すなわち、 $k_1 = 2$

m_1/L_x ($m_1 = 20$), $k_2 = 2$ m_2/L_x ($m_2 = 30$)の2つのモードを初期に与えた場合と、 $k_0 = k_2 - k_1 = 2$ m_0/L_x ($m_0 = 10$)のみを初期に与えた場合を比較した。初期振幅 a_{k_1}, a_{k_2} は同じにとり $a_{k_1} = a_{k_2} = 0.5 \times 10^{-3} L_x$, a_{k_0} の初期振幅はその和 $a_{k_0} = a_{k_1} + a_{k_2}$ で与えた。ただし、 L_x はx方向のシステム長である。空間格子は 512×501 とし、境界線は下から400番目の格子に選び、格子の大きさ(Δx)は $1 \mu\text{m}$ とした。

Anim.1 Rayleigh-Taylor不安定性の非線形発展。水平方向のスケールは垂直方向のスケールの1/2に縮小してある。上部は初期にモード20と30を与えた場合で、下部は初期にモード10のみを与えた場合。カラーは密度を示す。右図はx方向に平均した質量密度のy方向の空間分布を示す。

Nonlinear evolution of the Rayleigh-Taylor instability. Horizontal scale is reduced to one half of vertical scale. Two modes ($m = 20$ and 30) are initially given in top, and single mode ($m = 10$) in bottom. Color indicates mass density. Right figures show mass density averaged over x-direction as a function of y.

シミュレーション結果をAnim.1で示す。動画中の時間はナノ秒単位で、カラーは密度を示す。上部は初期にモード20と30を与えた場合で、下部は初期にモード10のみを与えた場合である。動画から明らかなように長波長の振幅は、モー

ド結合によってできる場合の方が大きくなる．

[Anim.1](#)の右図は， x 方向に平均した質量密度の y 方向（重力の方向）の空間分布である．ここで興味深いのは，モード結合でできるスパイクの先端近くには密度の盛り上がりが生じることである．すなわち乱流混合の度合いが，初期に2つのモードが存在する場合の方が，一つのモードの場合より激しいことを示している．このことはモード結合でできるスパイクの複雑な形状と関係している．すなわち，短波長のモードの線形成長は比較的早く飽和に達するが，速度摂動には短波長成分の情報が残っているため，スパイクの先端で生じる流体の巻き込み現象が単一モードの場合と比べて複雑な構造をとる．このことが後述するフラクタル構造生成とも関係する．

フラクタルの重要な性質は相似性にある．すなわちフラクタル曲線はどのような空間スケールで観測しても同様の形状が見られる．先に述べたようにRT不安定性の固有モードは有限の振動成分を持たない表面波であるため，すべてのモードは相互にモード結合を起こしどのような空間スケールでも相似性を持つことになる．しかし，Fermi, Ulam, Pastaの再帰現象[16]の発見に見られるように，非線形性に伴うモード結合だけではフラクタル性が出現するとは考えにくい．RT不安定性でフラクタル性が現れるのは，この非線形性に伴うモード結合に加え重力による外部エネルギーの注入があるためと考えられる．

Anim.2 初期に多くのモードを与えた場合のRayleigh-Taylor不安定性の非線形発展．カラーは密度を示す．

Nonlinear evolution of the Rayleigh-Taylor instability with initial many modes. Color indicates mass density.

次に，多数のモードが存在する場合には，RT不安定性の非線形成長に伴い，境界面の形状

がフラクタルの性質を示すようになる過程を調べた．空間格子 $1,024 \times 531$ ($x = 0.5 \mu\text{m}$)のシステムに，2つの流体の境界線を下から341番目の格子にとり，モード数 m が $1 \sim 256$ の初期モードを与えた．各モードの振幅は，

$$a_k = \varepsilon \lambda \propto k^{-1}, \quad \varepsilon = 10^{-5} \quad (3)$$

とした．($= L_x/m$)は波長である．後述するように，初期振幅が十分に小さい場合には非線形成長の乱れた状態は初期擾乱のスペクトルには依存しない．

[Anim.2](#)に不安定性の非線形発展の様子を示す．動画中の時間はシステムサイズで決まる最も長波長の成長率で規格化した時間 τt ($\tau = (2g/L_x)^{1/2}$)である．また初期画面は $\tau t = 1.5$ ，各フレームの時間間隔は $\tau t = 0.018$ ，また最終フレームは $\tau t = 5.4$ である．

Fig.1 初期振幅 $a_k = 10^{-5}$ ， $k = 2 \sim m/L$ をモード $1 \sim 256$ に与えた場合(○)とモード $28 \sim 32$ に与えた場合(●)の、2つの異なる初期条件に対する時間 $\tau t = 5.4$ における運動エネルギースペクトル．実線は初期に $28 \sim 32$ を与えた場合の時間 $\tau t = 2.7$ における運動エネルギースペクトルを示す．

Kinetic energy spectra at $\tau t = 5.4$ for two different initial conditions ; initial amplitudes with $a_k = 10^{-5}$, $k = 2 \sim m/L$, $m = 1 \sim 256$ (○), and $m = 28 \sim 32$ (●). Solid line indicates kinetic energy spectrum of the latter case at $\tau t = 2.7$.

非常に乱れた状態が初期スペクトルに依存しないことを，[Fig.1](#)の運動エネルギースペクトルを用いて説明する．[Fig.1](#)は，初期にモード1から

256までを k^{-1} のスペクトル分布で与えた場合と、初期モードを28から32までのみを同じく k^{-1} のスペクトル分布で与えた場合との、時間 $t = 5.4$ での運動エネルギースペクトルの比較である。ただし、初期の運動エネルギーが両者とも同じになるように、初期モードを28から32までのみを与えた場合には(3)式の γ を調整した。時間 $t = 5.4$ での両者のスペクトルは、初期モードを28から32まで与えた場合は、初期モード数が少ないため長波長成分の振幅はやや小さいが、いずれも k^{-2} に比例したほとんど同一のスペクトルとなっている。Fig.1の実線は、初期に28から32モードのみを与えた場合の時間 $t = 2.7$ でのスペクトルであるが、この時刻には初期に与えた28~32モードだけでなくその2倍(モード数56~64)、3倍(モード数84~96)の高調波成分、さらに、28から32のモード結合で生じる逆カスケード成分(モード数1~5)もすでに大きな振幅となっている。

Fig.2 フラクタル次元を求めるbox counting法の概念図。

Schematic diagram of box counting method for measurement of fractal dimension.

Anim.2で示した乱れた状態での等密度曲線がフラクタルであることの詳細な解析は、参考文献[13]に譲り、ここではAnim.2といろいろな物理量の時間変化とを比較することによってフラクタル構造への移行過程を明らかにする。そのために、簡単にフラクタル次元を求める方法であるbox-counting法を導入する。box-counting法は、等密度曲線から距離 l 内にあるシミュレーションで用いたオイラー空間格子点の数 N と、距離 l との比例関係からフラクタル次元、

$$D = 2 - \frac{\log N}{\log l} \quad (4)$$

を求める方法である(Fig.2参照)。具体的には、空間格子点上で定義された質量密度から内挿により等密度線を求め、等密度線から距離 l/x にある空間格子点の数を計算する。通常のユークリッド曲線では、例えば x 軸に平行な直線を考えると、直線から距離 l 内にある格子点の数は $N = 2L_x \times l/(x)^2$ であるから、(4)式の次元 D は1となる。しかしフラクタル曲線では1から2までの非整数の次元となる。Fig.3 a,bに、等密度線($\rho = (\rho_H + \rho_L)/2$)からの距離 l と格子点の数 N との関係の時間変化を示す。

Fig.3a 0.3 t 間隔の $t = 1.5$ から $t = 5.4$ までの時間における、等密度線から格子サイズ(x)で規格化された距離内にある格子点の数と距離(l/x)との関係を示す。

Number of grid points within a distance l normalized by grid size (x) from iso-density contour for various times from $t = 1.5$ to $t = 5.4$ (from bottom to top) with time increment of 0.3 t .

ここで横軸は、シミュレーションで用いた空間の格子サイズで規格化しており、縦軸は単位長さ当たりの点数に規格化している。各曲線は、 $t = 1.5$ から等時間間隔($\Delta t = 0.3$)に $t = 5.4$ までの時間に対応している。なお、時間 $t = 1.5$ は、Anim.2の初期画面に対応している。動画の初期画面からも明らかなように時間 $t = 1.5$ では境界線は直線に近く、直線から距離 $l/x = 1$ 内に含まれる格子点の数は上下の2点である。Fig.3に示すようにこの時刻では l/x

$x = 1$ では $N/L_x = 2$ となっており、また、格子点の数は距離に比例している ($N/L_x = l/x$)。しかしながら、非線形成長とともに、等密度線から数格子の距離にある格子点の数は急激に増加する。

例えば、Fig.3aの時間 $t = 2.1$ の等密度線からの距離 l と格子点の数 N との関係を見ると、規格化した距離が $l/x \sim 10 \sim 20$ の範囲では、もはや格子点の数 N は、距離 l に比例していない。すなわちこの時刻 $t = 2.1$ では、格子サイズの20倍程度の小さなスケールでは、等密度線はもはやユークリッド曲線とは見なせなくなっている。すなわち大きな空間スケール ($l/x \sim 20$) で観測した場合には見えなかった相似形をした小さな構造が小さな空間スケール ($l/x > 10$) で観測すると数多く存在するというフラクタル曲線の特徴が現れ始めていることになる。ただし、Anim.2の表示スケールが大きいため、時間 $t \sim 2.1$ でのAnim.2の等密度線からは、短波長モード（モード60程度）が比較的一様に成長しているように見えている。このフラクタル構造の性質を示す空間スケールの大きさが時間とともに急激に増大することは、Fig.3aの格子点の数 N が距離 l に比例しないこと、すなわち $\log N \sim 0.33 \log l$ の勾配を示す直線領域の距離 l が、時間 $t = 2.1$ から $t = 3.0$ にかけて急激に増加していることから見てとれる。時間 $t = 3.0$ では、等密度線から $10 \sim 60$ の距離にある格子点の数はフラクタル次元

$$D = 2 - \frac{\log N}{\log l} \sim 1.67 \quad (5)$$

を満たしている。Fig.3から明らかなように、勾配は時間的に変化せずフラクタル次元 D は時間的に一定であり、乱れの非線形成長とともにフラクタル次元1.67を示す空間スケールが増大する。しかしながら、Fig.3bに示すように等密度線からの距離が $10 \sim x$ 以内では、どの時間においても格子数が距離に比例している。このことはシミュレーションで用いた空間格子サイズが有限であるため、空間格子サイズ程度のスケールでの空間分解能が得られないためである。

ここで、等密度線がフラクタルの性質を持つようになる時間 $t = 2.1$ から $t = 3.0$ までの乱れの発展の様子をAnim.2によって観測する。動画に示すように、時間 $t = 2 \sim 3$ の間に乱流混合領域の幅は急激に増加する。時間 $t \sim 2$ にはバブル構造が現れ始め、 $t \sim 2.3$ になるとスパ

イクとバブルの形状の違い、すなわちバブルは上部に膨らみがありスパイクは下部に比較的細くつき出しているという形状の違いがはっきりと見てとれる。時間 $t \sim 2.7$ には、大きく目立つスパイクの数は40程度に減少しているが、これは逆カスケードが生じていることを示している。このように、時間 $t = 2 \sim 3$ の間での重力による乱流混合領域の急激な増加と、いくつものモード成分からなる渦によって、等密度線の形状が変化しフラクタル構造が生成される。Anim.2の等密度線の形状変化と、Fig.3の格子点数と距離との関係を比較すると、動画の表示スケールでは見えない小さなスケールで意外に早い時間に等密度線のフラクタル性が現れていることがわかる。

Fig.3b 規格化された距離が1から100のFig.3aと同じ図。

Same figure of Fig.3a with normalized distance from 1 to 100.

次に等密度線のフラクタル性の出現と他の物理量との関係を見る。Fig.4に過度、等密度線の重力方向 (y 方向) の拡がり幅 (自乗平均平方根)、および等密度線の長さの時間変化を示す。ここで拡がり幅については格子サイズ (x) で、等密度線の距離についてはシステムサイズ (L_x) で規格化している。RM不安定性での過度は、衝撃波が非一様な接触面を通過した時に生成されそれ以後はあまり増加しないが[17]、RT不安定性ではFig.4から明らかなように非線形成時に過度が急激に増大していることがわかる。Fig.3とFig.4の比較から明らかなように、非線形

成長により渦が急激に増加し渦が十分に成長した後には($\gamma_1 t > 2.0$)等密度線のフラクタル性出現する。いろいろなモードを含む渦の成長とともにいろいろな空間スケールで相似性のある流体の巻き込みが生じ、等密度線はフラクタルとなる。またフラクタル性の出現は、乱流混合領域の幅 (Fig.4の重力方向の拡がり幅) が急激に増加する時間と一致している。 $10^{-6} \leq x \leq 10^{-1}$ の空間スケールでフラクタルの性質を示すようになる。 $\gamma_1 t \sim 3.0$ の時間から乱流混合領域幅は、時間の自乗 t^2 に比例して増加する (Fig.4)。この時間依存性は、先にも述べたように R-T 不安定性の非線形成長の速さとしてよく知られているが[1]、多数のモードが存在する場合にはこの時間依存性を示すまでにすでに十分発達した乱流状態が形成されていることが明らかになった。さらに以下で論ずるように t^2 の依存性を示す時間には長いスケール長を持ったバブル・スパイク構造が出現する。再び Anim.2 に着目すると、時間 $\gamma_1 t \sim 3$ から、スパイクの先端の一部がちぎれていたり、あるスパイクではその先端近傍は引き続きいろいろなスケールでの巻き込みを示しながら落下していている。また、時間 $\gamma_1 t = 3 \sim 4$ では、比較的小さなスケールのバブルとスパイクの成長が見られるが、それ以後の時間ではバブルもスパイクもいくつかの小さなバブルスパイクを併合しながら大きなバブルとスパイクへと成長している。最後の時間 $\gamma_1 t = 5.4$ では、5つ程度の大きなバブルとスパイクが観測される。時間 $\gamma_1 t = 4$ と 5 とでは、形状はずいぶん異なっているが、Fig.3 に示すようにフラクタル次元はいずれも 1.67 程度である。

Fig.4 格子サイズ(Δx)で規格化された等密度線 ($\rho = (\rho_H + \rho_L)/2$)の拡がり幅の自乗平均平方根、およびシステムサイズ(L_x)で規格化された等

密度線の長さの時間変化。

Enstrophy, root mean square width of iso-density contour ($\sigma_H = (\rho_H + \rho_L)/2$) normalized by grid size(Δx) and length of iso-density contour normalized by system size(L_x) as functions of normalized time($\gamma_1 t$).

一方、フラクタル性の出現により等密度曲線の長さが急激に増加し、時間 $\gamma_1 t = 5$ にはシステム長 L_x の 20 倍近くになる (Fig.4)。境界線の長さが長くなることにより、境界線を横切る熱伝導損失が増加すると考えられ、高温燃料の慣性閉じ込めが困難となる可能性がある。しかし、その定量的な評価は今後の課題である。Fig.3, Fig.4 では、密度が $(\rho_H + \rho_L)/2$ の等密度線について述べてきたが、フラクタル次元は密度に依らずほぼ同じ値となっている。しかしながら、等密度線の長さや等密度線の重力方向の拡がり幅の大きさは、密度によって 2 倍程度の差異が見られ (Fig.5)、低密度の等密度線程、等密度線の長さや y 方向の拡がり幅が長くなっている。このことは、重い流体が軽い流体に侵入するスパイクの成長速度がバブルの成長速度より速いことに対応している。

Fig.5 時間 $\gamma_1 t = 4.5$ における格子サイズで規格化された等密度線の拡がり幅の自乗平均平方根とシステムサイズで規格化された等密度線の長さの密度依存性を示す。

Root mean square width of iso-density contour normalized by grid size and length of iso-density contour normalized by system size at $\gamma_1 t = 4.5$ as functions of density.

3. 結論

二次元流体シミュレーション結果の可視化に

より, Rayleigh-Taylor不安定性の非線形成長で出現する境界線のフラクタル構造への移行過程と乱流混合領域の性質を明らかにした。

初期の振幅が十分小さい複数のモードが存在する場合には, モード結合が重要となり, 非常に乱れた状態でのスペクトルは初期スペクトルに無関係に決まることを示した。RT不安定性の非線形成長過程で生じる渦は, このモード結合の結果すべての波数成分を含み, 渦によって起こる境界線の巻き込み巻き上げにより境界線の形状が相似性を示すことになる。このことは, 等密度線のフラクタル性が十分な渦度の成長に伴って現れることから明らかである。このように, 本論文は, RT不安定性によって生じる境界線のフラクタル性は, モード結合と渦生成によることを明らかにした。

参考文献

- [1] すぐれた解説論文として, 高部英明: "流体不安定と慣性核融合(1)" プラズマ・核融合学会誌 **73**, No.2, pp.147-161 (1997); "流体不安定と慣性核融合(2)" プラズマ・核融合学会誌 **73**, No.3, pp.313-329 (1997); 流体不安定と慣性核融合(3)" プラズマ・核融合学会誌 **73**, No.4, pp.395-410 (1997) があり, 多くの参考文献が掲載されている。
- [2] S. Haan, "Weakly Nonlinear Hydrodynamic Instabilities in Inertial Fusion" Phys. Fluids B **3**, No.8, pp.2349-2355 (1991)
- [3] U. Alon, J. Hecht, D. Mukamel and D. Shvarts, "Scale Invariant Mixing Rates of Hydrodynamically Unstable Interfaces" Phys. Rev. Lett. **72**, No.18, pp.2867-2870 (1994).
- [4] D. H. Sharp, "An Overview of Rayleigh-Taylor Instability" Physica D **12**, 3 (1984)
- [5] J. A. Zufiria, "Bubble competition in Rayleigh-Taylor instability" Phys. Fluids **31**, No.3, pp.440-446 (1988)
- [6] J. Glimm and D. H. Sharp, "Chaotic Mixing as a Renormalization-Group Fixed Point" Phys. Rev. Lett. **64**, No.18, pp.2137-2139 (1990).
- [7] U. Alon, D. Shvarts and D. Murakami, "Scale-Invariant Regime in Rayleigh-Taylor Bubble-Front Dynamics" Phys. Rev. E **48**, No.2, pp.1008-1014 (1993).
- [8] D. Ofer, U. Alon, D. Shvarts, R.L. McCrory and P. Verdon, "Modal model for the nonlinear multimode Rayleigh-Taylor instability" Phys. Plasmas **3**, No.8, pp.3073-3090 (1996).
- [9] D. L. Youngs, "Numerical Simulation of Turbulent Mixing by Rayleigh-Taylor Instability" Physica D **12**, pp.32-44 (1984).
- [10] D. L. Youngs, "Modelling Turbulent Mixing by Rayleigh-Taylor instability" Physica D **37**, pp.270-287 (1989).; K.I. Read, "Experimental Investigation of Turbulent Mixing by Rayleigh-Taylor instability" Physica D **12**, pp.45-58 (1984).
- [11] B. A. Remington, S.V. Weber, M.M. Marinak, S.W. Haan, J.D. Kikenny, R.J. Wallace, "Single-mode and multimode Rayleigh-Taylor experiments on Nova" Phys. Plasmas **2**, No.1, pp.241-255 (1995).
- [12] B.A. Remington, S.V. Wever, S.W. Haan, J.D. Kikenny, S.G. Glendinning, R.J. Wallace, W.H. Goldstein, B.G. Wilson and J.K. Nash, "Laser-Driven Hydrodynamic Instability Experiments" Phys. Fluids B **5**, No.7, pp.2589-2595 (1993).
- [13] S. Hasegawa, K. Nishihara and H. Sakagami, "Numerical Simulation of Mixing by Rayleigh-Taylor Instability and Its Fractal Structure" Fractals **4**, pp.241-250 (1996).
- [14] H. Sakagami and K. Nishihara, "Rayleigh-Taylor Instability on the Pusher-Fuel Contact Surface of Stagnating Targets" Phys. Fluids B **2**, No.11, pp.2715-2730 (1990).
- [15] 西原功修: "慣性核融合プラズマの非線形現象, レーリー・テラー不安定性の非線形発展" 核融合研究 **66**, No.4, pp.405-412 (1991).
- [16] E. Fermi, J. Pasta and S. Ulam, "Studies of Nonlinear Problems" Los Alamos Report, LA 1940 (1955).
- [17] 福田優子, 西原功修, 岡本匡代, 松岡千博, 石崎竜一, 坂上仁志, 長友英夫: "Richitmyer-Meshkov不安定性のスパイク構造と渦の非線形発展" プラズマ・核融合学会誌, Vol.75, No.10_CD, 201-210 (1999).