進行波型直接エネルギー変換器の 計算機シミュレーション

片山 英昭, 佐藤 邦弘¹⁾, 宮脇 富士夫¹⁾
(舞鶴工業高等専門学校, ¹⁾姫路工業大学工学部)

Computer Simulation of a Traveling-Wave Direct Energy Converter

KATAYAMA Hideaki, SATO Kunihiro¹⁾ and MIYAWAKI Fujio¹⁾

Maizuru National College of Technology, Maizuru 625-8511, Japan

¹⁾*Faculty of Engineering, Himeji Institute of Technology, Himeji 671-2201, Japan*

(Received 1 June 1999/Accepted 2 November 1999)

Abstract

Beam-circuit code is presented to simulate a Traveling-Wave Direct Energy Converter (TWDEC), which recovers the energy of fusion protons escaping from a FRC/D³He fusion reactor. A transmission line loop for propagation of the electrostatic traveling wave is designed using lumped constant elements L , C , R . Electrostatic coupling between proton beam and circuits is treated by directly solving Poisson's equation. Circuit equations are transformed to temporal finite-difference equations, which are solved following the leap-frog scheme. Simulation results display desirable performance characteristics. Traveling wave with a fixed frequency is excited spontaneously without any external power supply. The wave is kept its equilibrium state under loading, and the wave is stable to variation of the load.

Keywords:

beam-circuit code, traveling wave, transmission line, fusion protons, direct energy converter

1. 序 論

磁場逆転配位を用いた D³He 核融合炉では核融合で生じる高エネルギー陽子からエネルギーを回収する必要がある。陽子ビームからエネルギーを回収する装置として進行波型直接エネルギー変換器 (TWDEC : Traveling-Wave Direct Energy Converter) が提案された[1]。概念設計 ARTEMIS[2]では陽子ビームに挿入したメッシュ電極によって進行波を励起する形式の

TWDEC が検討され、ビームの外側の電極で波を励起する形式の TWDEC も ARTEMIS の設計とは独立に提案されている[3]。TWDEC では、進行波電位でビームを変調し、変調されたビームを進行波電位で捕捉して減速する。ビーム減速の際に陽子の運動エネルギーが進行波の電気エネルギーに変換される。

この TWDEC について、理論解析や計算機を用いた一次元軌道計算が行われ[4]、エネルギー回収に必要な進行波電位の大きさを 1 MV 程度まで下げられることや、ビーム変調が理想的に行われた場合には80%を超え

author's e-mail: katayama@maizuru-ct.ac.jp

る高いエネルギー変換率が得られることが示された。また、陽子ビームの多段変調を行ってビームの集束を改善でき、エネルギー変換率を大幅に向上できることが示された[5]。二次元軌道計算も行われ、波励起用電極の配置や形状を考慮した場合には印加すべき電極電圧が大きくなることや、エネルギー変換率が低下することが示された[6,7]。これらの理論解析や軌道計算の結果を受けて、原理検証のための基礎実験が始められ[8]、TWDEC 内の電極からの除熱の問題が検討されている[9]。

ところで、TWDEC の動作を確認し、進行波の立ち上げや負荷印加時の波の応答について調べるには、進行波の励起や波と陽子ビームとの相互作用を正確にシミュレーションすることが必要である。進行波管をシミュレーションするために、電子ビームと回路との結合を取り扱った計算機コードが開発されている[10]。しかしこのコードでは、回路とビームの結合を線形的な結合係数を用いて近似的に表しており、波の伝送回路も TWDEC に適した回路ではない。TWDEC のための伝送回路を考えて波の伝搬や波とビームとの相互作用を取り扱ったシミュレーションコードが新たに開発され、TWDEC の動作をシミュレーションした結果が報告された[5,11,12]。しかしながら、回路の構成や設計方法、シミュレーションで用いた基礎方程式や計算手法については、詳しく述べられていない。最近、これとは独立に TWDEC のためのコードが開発され、エネルギー変換率に及ぼす電極構造の影響が報告された[13]。このコードでは有限要素法でポアソン方程式を解いて電位を求め、前進差分スキームに従って波の時間発展を求めている。

本論文では、TWDEC のための波伝送回路の構成や回路素子の決定法について、また回路の動作や陽子ビームとの結合を取り扱った Beam-Circuit コードの構成と計算技法について詳しく述べる。また、このコードを走らせた結果を示し、TWDEC の動作特性について述べる。

伝送閉回路を集中定数素子を用いて構成し、ある特定周波数の波が無反射の状態で巡回するように設計する。また陽子ビーム中の進行波電位は、磁力線に沿って並べた電極を用いて励起する。Beam-Circuit コードを開発するために、この伝送回路に沿った波の伝搬を粒子の運動方程式によく似た形の微分方程式で記述し、回路と陽子ビームとの静電的な結合をポアソン方程式を用いて表す。計算の単純化と安定化および高速化を図るために、

このコードでは文献[13]とは異なり、ビーム中の電界計算は PIC (Particle-in-Cell) 法を用いて行い、粒子の運動と波の励起の時間発展は時間に関する中央差分スキームに従って求める。コードを走らせて TWDEC の動作をシミュレーションし、特定の周波数の波が自然に立ち上がることや、陽子の運動エネルギーが高い変換率で電気エネルギーに変換されることを示す。また、進行波中のビームの振る舞いを軌道計算の結果と比較しながら、陽子ビームの集束と減速が動作原理に従って行われることを示す。さらに、電気的な負荷の投入や負荷の変動に対する波の応答を調べ、TWDEC の安定な定常運転が可能であることを示す。

2 章では、設計した伝送回路について説明し、伝送回路に沿った波の伝搬や陽子ビーム中の進行波電位の励起について調べる。3 章では、粒子の運動や波の振る舞いを記述し、一次元 Beam-Circuit コードで用いた計算手法について説明する。4 章で Beam-Circuit コードを走らせた結果を示し、波の立ち上げや負荷変動に対する波の応答について説明する。5 章は結論であり、得られた結果をまとめる。

2. 伝送回路の設計

TWDEC は、陽子ビームを集束させる変調段と、集束した陽子ビームを捕捉して減速する減速段とから成る。炉心から漏れ出た陽子ビームは、まず変調段において進行波電位によって速度変調を受け、変調段を通過する間に集束する。集束した陽子ビームは減速段に導かれ、ここで陽子の大部分は進行波電位に捕捉され、捕捉された状態で減速される。この際に、陽子の運動エネルギーは進行波の電気エネルギーに変換される。ところで、核融合反応で生じた 14.7 MeV 陽子の速度 v_0 は光速 c の 0.17 倍であり、陽子ビームの速度変調と捕捉・減速に用いる進行波の位相速度は、光速に比べて十分に小さくなる。この場合には、一列に並べた電極に波を伝搬させて陽子ビーム中に進行波電位を励起でき、波を伝搬させる回路を集中定数素子を用いて設計できる。

集中定数素子を用いて設計した伝送回路と、装置内の進行波励起用電極の配置を、Fig. 1(a)に示す。Fig. 1(b)は伝送回路の構成を見やすくするために Fig. 1(a)を書き改めたものであり、 $C_{j,j+1}$ は波励起用の電極 j と $j+1$ の間の静電容量を表す。変調段と減速段では、電極間の静電容量 $C_{j,j+1}$ と電極 j に直列に接続したリアクタンス L_j とで高域伝送路を構成する。変調段と減速段との間を低域伝送路を用いて接続し、波伝送用の閉じた回

Fig. 1 (a) Transmission line loop of a Traveling-Wave Direct Energy Converter with one-stage modulator, and (b) its equivalent circuit with capacitances $C_{j,j+1}$ between electrodes j and $j+1$.

路を構成する。低域伝送路は、ノード n に接続された静電容量 C_n とノード間のリアクタンス $L_{n-1,n}$ とから成る。接続回路中の 2 個の電気抵抗 $R/2$ は、TWDEC に接続した電気的な負荷を等価的に表し、負荷印加時の TWDEC の特性と負荷変動に対する波の応答について調べるために挿入した。伝送回路の回路素子 L, C, R の値の決め方については、付録で述べる。高域伝送路と低域伝送路で波伝送用の閉じた回路を構成すると、波に対して周波数通過帯域 $\Delta\omega = \omega_h - \omega_n$ を持たせることができ、これにより帯域外の周波数を持つ波の励起を抑えることができる。ここに、 ω_h は波励起用回路の低域カットオフ周波数であり、 ω_n は接続回路の高域カットオフ周波数である。

波が Fig. 1(a) の回路を伝搬すると、進行波電界は電極 1 と 3 の間と電極 7 と 28 の間に励起される。電極 1 と 7 の手前、および電極 3 と 28 の後ろに配置したアース電極は、アース電極で区切られた区間に交流電界が生じないようにするためのものである。波励起区間の前後にアース電極を置くと、第一番目のアース電極の手前、第二

番目のアース電極と第三番目のアース電極との間、および第四番目のアース電極の後方には進行波電界は励起されない。アース電極とこれに隣接する励起用電極の間には空間的に一様な定在波電界が励起される。しかし、アース電極と励起用電極の間隔を進行波の波長と等しく取ると、粒子が電極間を通過する間に電界は 1 サイクルだけ振動することになり、陽子の運動に及ぼすこの定在波電界の影響をなくすることができる。時間的に振動する電界のほかに、陽子ビーム自身の空間電荷によって直流電界がビーム中に生じるが、ビームはアース電極や波励起用電極によってアース電位に直流的に短絡されており、このことによって進行波励起区間における直流電位の上昇は抑えられる。

閉回路を伝搬する波の位相速度 v_{ph} と群速度 v_g の向きを、Fig. 1(a) に示す。波のエネルギーは、群速度の方向に伝搬しながら閉回路を巡回する。波は、減速段において陽子からエネルギーをもらって増幅し、変調段を経た後に負荷抵抗でエネルギーを消費する。変調段および減速段における群速度の方向は陽子の速度と逆方向にな

り, したがって, この TWDEC は一種の後進波発振器として動作する。

変調段においては, 波の位相速度をビームの平均速度 v_0 に一致させ, $v_{ph} = v_0$ とする。減速段においては, 波に捕捉された陽子を減速するために波の位相速度 v_{ph} を磁力線方向に減少させる。位相速度 v_{ph} が空間的に変化する場合, 進行波の電位は

$$V(x, t) = V_m \cos \left[\omega_0 \int_{x_0}^x \frac{dx'}{v_{ph}(x')} - \omega_0 t + \varphi \right] \quad (1)$$

で表される。ここに, ω_0 は進行波の周波数であり, x_0 は減速段入り口の座標である。捕捉された陽子を一定の加速度 $-\alpha$ で減速させるとして位相速度の空間変化を $v_{ph} dv_{ph}/dx = -\alpha$ で与えると, 位相速度 v_{ph} は

$$v_{ph}(x) = \sqrt{v_0^2 - 2\alpha(x - x_0)} \quad (2)$$

となる。式(2)を式(1)に代入して積分を実行すると, この場合の進行波電位は

$$V(x) = V_m \cos \left\{ \frac{\omega_0}{\alpha} \left[v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2\alpha(x - x_0)} \right] - \omega_0 t + \varphi \right\} \quad (3)$$

となる。核融合反応で発生する陽子ビームは, プラズマの温度を T とし反応で得るエネルギーを w_0 とすると, 幅 $\Delta w \sim (w_0 k T)^{1/2}$ のエネルギー広がりを持つ。このエネルギー広がりを持つビームを捕捉するために必要な波の振幅は, およそ $V_m \sim (w_0 k T)^{1/2}/e$ と見積もられる[4]。ビーム捕捉のための波の振幅 V_m と位相 φ および減速段の位置 x_0 の値は, 進行波中の陽子の軌道計算から得られる結果を基にして, エネルギー変換率 η ができるだけ大きくなるように決定される。

Fig. 1 では, 回路構成をわかりやすくするために, 変調段における速度変調の段数を一段にした。しかし, 一段の速度変調では陽子ビームを十分に集群させることはできない。ビームの集群を改善してエネルギー変換率を向上させるためには多段の速度変調を行うことが有効であり, 本論文のシミュレーションでは3段変調を行う。進行波電位と静電的な電位とを併用したエネルギー変換に対する多段変調の効果が粒子軌道計算によって調べられており, 1段変調の場合のエネルギー変換率 $\eta = 0.74$ が2段変調で0.82, 3段変調で0.87に改善されている[5]。多段変調を行うためには, Fig. 1 に示す変調用の波励起用回路が段数だけ必要になる。この場合, それぞれの波励起用回路は接続回路によって縦続に接続されることになる。

3. Beam-Circuit コード

TWDEC 内の進行波の励起と負荷変動に対する波の応答を調べるために, 新たに波伝送回路に沿った波の伝搬および回路と陽子ビームとの結合を取り扱う一次元シミュレーションコードを開発した。この章ではこの Beam-Circuit コードについて説明する。前の章で説明した伝送回路の電位と電荷, 電流の時間変化を微分方程式で表して回路に沿った波の伝搬を記述する。この回路方程式は陽子の運動方程式によく似た形の微分方程式になり, 粒子コードと同じ中心差分スキーム[14, 15]に従って進行波の時間発展を求める。また, ボアソン方程式を解いて陽子ビームの電荷と電極電荷の作る電位と電界を求め, 陽子ビームと回路との間の静電的な結合を正確に扱う。コードの計算精度が得られているかどうかは, エネルギーバランスの関係が成り立っているかどうかを調べて判断する。

3.1 基礎方程式

TWDEC の動作は, 陽子ビーム中の電界と電位を求めるボアソン方程式, 陽子の軌道を求める運動方程式, 回路の電位と電荷, 電流の変化を求める回路方程式とで記述できる。陽子ビームの空間電荷密度を ρ_b とし, 電極 j 上の電荷 Q_j を電荷密度の形で $\rho_c = \sum Q_j \delta(x - x_j)$ として表すと, 一次元空間におけるビーム中の電位はボアソン方程式

$$\frac{d^2 V}{dx^2} = -\frac{(\rho_b + \rho_c)}{\epsilon_0} \quad (4)$$

で記述される。ここで, ϵ_0 は真空の誘電率である。ビーム中の粒子の振る舞いは, i 番目の粒子の位置と速度をそれぞれ x_i と v_i とすると, 運動方程式

$$\frac{dv_i}{dt} = \frac{e}{m} E(x_i) \quad (5)$$

$$\frac{dx_i}{dt} = v_i \quad (6)$$

より求められる。相対論的效果は, 陽子の速度が光速に比べて十分に小さいので無視する。

変調段と減速段における波励起用回路の動作とそれぞれの波励起用回路をつなぐ接続回路の動作を微分方程式の形で記述する。Fig. 2 に示す波励起用回路において, 電極 j 上の電荷 Q_j と電極に流れ込む電流 I_j は, 回路方程式

$$\frac{dI_j}{dt} = -\frac{V_j}{L_j} \quad (7)$$

$$\frac{dQ_j}{dt} = I_j \quad (8)$$

で記述される。ここで、 V_j は電極 j の電位である。波励起用電極のうち両端の電極は接続回路につながれており、接続回路からの電流 $I_{j-1,j}$ の流入、または接続回路への電流 $I_{j,j+1}$ の流出がある。電流が流入する電極に対しては式(8)の右辺に $I_{j-1,j}$ が加わり、電流が流出する電極に対しては $-I_{j,j+1}$ が加わる。

それぞれの波励起用回路をつなぐ接続回路は Fig. 3 に示す回路で表され、ノード n と $n+1$ との間を流れる電流 $I_{n,n+1}$ とノード n の電位 V_n は、回路方程式

$$\frac{dI_{n,n+1}}{dt} = -\frac{1}{L_{n,n+1}}(V_{n+1} - V_n) \quad (9)$$

$$\frac{dV_n}{dt} = \frac{1}{C_n}(I_{n-1,n} - I_{n,n+1}) \quad (10)$$

で記述される。負荷回路では、リアクタンス L と直列に電気抵抗 $R/2$ が2個挿入されており、式(10)の右辺のカッコ内に電気抵抗による電圧降下 $I_{n,n+1}R/2$ が加わる。

3.2 ポアソン方程式の解法

運動方程式(5)に現れる電界 $E(x_i)$ と回路方程式(7)に現れる電位 V_j を求めるために、まずすべての格子点 x_g における電界と電位を計算する。その後、座標 x_i に隣接した2つの格子点の電界を線形補間して $E(x_i)$ を求め、座標 x_j に隣接した2つの格子点の電位を線形補間して V_j を求める。ところで、ビーム電荷がつくる格子点の電界と電位を $E_b(x_g)$, $V_b(x_g)$ とし、電極電荷がつくる電界と電位を $E_c(x_g)$, $V_c(x_g)$ とすると、陽子ビーム中の電界と電位は重ね合わせの原理より

$$E(x_g) = E_b(x_g) + E_c(x_g) \quad (11)$$

$$V(x_g) = V_b(x_g) + V_c(x_g) \quad (12)$$

で与えられる。

アース電極が存在するときの電界 $E_b(x_g)$ と電位 $V_b(x_g)$ をポアソン方程式

$$\frac{d^2 V_b}{dx^2} = -\frac{\rho_b}{\epsilon_0} \quad (13)$$

から求めるためには、ビームによって k 番目のアース電極上に誘導される電荷 Q_{0k} を考える必要がある。止の電荷のみを持つ陽子ビーム中にアース電極を挿入すると、ビームの全電荷と等しい量の負電荷がビームの静電誘導によってアース電極上に誘導される。 i 番目の粒子が座標 x_k と x_{k+1} に置かれた2つのアース電極の間にあるとき、座標 x_k のアース電極には電荷 $-e(x_{k+1} - x_i)/(x_{k+1} - x_k)$ が誘導され、座標 x_{k+1} のアース電極には $-e(x_i - x_k)/(x_{k+1} - x_k)$ が誘導される。すべての粒子について足しあげて、陽子ビームによる各アース電極の誘導電荷 Q_{0k} が求まる。この誘導電荷をビーム電荷と同じように取り扱い、プラズマ粒子コードと同様に PIC 法[14,15]と超粒子モデル[14,15]を用いて $E_b(x_g)$ と $V_b(x_g)$ を計算する。まず、格子点で区切られたセル内の粒子の電荷とアース電極上の誘導電荷を PIC 法に従って各格子点に分配する。次に、超粒子モデルを用いて電荷に空間的な広がりを持たせ、各格子点の電荷密度 $\rho_b(x_g)$ を求める。以上のようにして求めた電荷密度に対して、プラズマ粒子コードの場合と同様に、高速フーリエ変換を適用してポアソン方程式から電界と電位の空間周波数成分を求める。最後に、フーリエ逆変換を行っ

Fig. 2 Electrodes in section for excitation of the traveling wave.

Fig. 3 Transmission line between excitation sections.

電界 $E_b(x_g)$ と電位 $V_b(x_g)$ を計算する。フーリエ変換を用いる解法では、空間周波数が0の電界成分と電位成分とが未知数として残る。これらの成分の値は、各アース電極の電位を0とする境界条件を利用して決定することができる。

電界 $E_c(x_g)$ と電位 $V_c(x_g)$ の計算でも、波励起用電極の電荷 Q_j をビーム電荷と同様に取り扱って格子点の電荷密度に置き換えることができる。しかし、格子点への電荷の分配と超粒子モデルの使用に伴って生じる誤差を避けて正確に計算するために、このコードでは $E_c(x_g)$ と $V_c(x_g)$ の計算を境界値問題として取り扱う。各アース電極の電位を0とする境界条件の下にポアソン方程式

$$\frac{d^2 V_c}{dx^2} = -\frac{1}{\epsilon_0} \sum_j Q_j \delta(x - x_j) \quad (14)$$

を解き、この解を使って格子点の電界と電位を求める。電荷 Q_j を持った電極 j が座標 x_k と x_{k+1} に置かれた2つのアース電極の間にあるとき、区間 $x_k < x < x_j$ にある格子点 x_g では一様な電界 $-(Q_j/\epsilon_0)(x_{k+1}-x_j)/(x_{k+1}-x_k)$ と電位 $(Q_j/\epsilon_0)(x_g-x_k)(x_{k+1}-x_j)/(x_{k+1}-x_k)$ が生じ、区間 $x_j < x < x_{k+1}$ にある格子点 x_g では電界 $(Q_j/\epsilon_0)(x_j-x_k)/(x_{k+1}-x_k)$ と電位 $(Q_j/\epsilon_0)(x_{k+1}-x_g)(x_j-x_k)/(x_{k+1}-x_k)$ が生じる。すべての電極について足しあげ、各格子点の電界 $E_c(x_g)$ と電位 $V_c(x_g)$ を求める。

3.3 陽子ビームと波の時間発展

回路方程式(7)と(8)および(9)と(10)は、粒子の運動方程式(5)と(6)によく似た微分方程式になっている。中心差分スキームに従って時間ステップ Δt で差分化すると、運動方程式(5)と(6)は

$$v_i(t+\Delta t/2) = v_i(t-\Delta t/2) + E(x_i(t)) \Delta t \quad (15)$$

$$x_i(t+\Delta t) = x_i(t) + v_i(t+\Delta t/2) \Delta t \quad (16)$$

となる。回路方程式(7)と(8)は

$$I_j(t+\Delta t/2) = I_j(t-\Delta t/2) - \frac{V_j(t)}{L_j} \Delta t \quad (17)$$

$$Q_j(t+\Delta t) = Q_j(t) + I_j(t+\Delta t/2) \Delta t \quad (18)$$

となり、式(9)と(10)は

$$I_{n,n+1}(t+\Delta t/2) = I_{n,n+1}(t-\Delta t/2) - \frac{1}{L_{n,n+1}} [V_{n+1}(t) - V_n(t)] \Delta t \quad (19)$$

$$V_n(t+\Delta t) = V_n(t) + \frac{1}{C_n} [I_{n-1,n}(t+\Delta t/2) - I_{n,n+1}(t+\Delta t/2)] \Delta t \quad (20)$$

となる。

上の式からわかるように、中心差分スキームでは x_i , Q_j および V_n は Δt の整数倍の時刻で定義され、 v_i , I_j および $I_{n,n+1}$ は Δt の半整数倍の時刻で定義される。初期条件として、すべての粒子に位置 $x_i(0)$ と速度 $v_i(\Delta t/2)$ を与え、すべての波励起用電極の電荷 $Q_j(0)$ と電流 $I_j(\Delta t/2)$, および接続回路の電位 $V_n(0)$ と電流 $I_{n,n+1}(\Delta t/2)$ を設定する。これらの初期条件から出発して Fig. 4 に従って時間ステップを踏ませ、粒子の振る

Fig. 4 Time-step assignment for quantities of particles, electrodes, and circuits.

Fig. 5 A flow chart of the Beam-Circuit code made up of a loop for particles and a loop for circuits. Beam-circuit coupling is described by using Poisson's equation.

舞いと回路の動作を時間の進む方向に発展的に計算する。

Beam-Circuit コードの計算の流れを、Fig. 5 に示す。計算は粒子の振る舞いを計算するループと回路の動作を求めるループとから成り、波励起用電極と粒子ビームとはビーム中の電界と電位を記述するポアソン方程式を通じて静電的に結合している。陽子ビームは進行波電界によって速度変調を受け、変調段を走行中に集群する。この集群した陽子ビームは減速段において波励起用電極上に振動する電荷を誘導し、これによって回路を伝搬する波の振幅が増幅されることになる。

3.4 計算精度の評価

Beam-Circuit コードでは、波長 λ_0 の進行波電位の空間分布を精度よく表せるように、空間格子幅 Δx を $\Delta x \ll \lambda_0/3$ とする。また、数値不安定性を避けるために時間ステップ幅 Δt を $\Delta t < \Delta x/v_0$ ととり、粒子の1ステップの移動距離が空間格子幅 Δx を超えないようにする。空間格子幅 Δx を小さくするほどコードの計算精度をあげることができるが、 Δx を小さくすると時間ステップ数が大きくなるために計算時間は長くなってしまふ。

コードの計算精度が得られているかどうかは、システム全体のエネルギーバランスからのズレを求めて判断することができる。TWDEC では、外部から電気的なエネルギーの補給がないので、装置に入射した陽子の全運動エネルギーを ϵ_{IN} 、装置内の陽子と装置から出た陽子の持つ全運動エネルギーを ϵ_K 、装置内の電気エネルギーを ϵ_{EM} とすると、エネルギーバランスの関係 $\epsilon_{IN} = \epsilon_K + \epsilon_{EM}$ が成り立つ。時刻 t までに変換装置に入射した粒子数を N_{IN} 、入射時の粒子の持つ平均運動エネルギーを $mv_{IN}^2/2$ とすると、全入射運動エネルギー ϵ_{IN} は

$$\epsilon_{IN} = \frac{1}{2} m v_{IN}^2 N_{IN} \quad (21)$$

となり、装置内の粒子と装置から出た粒子の持つ全運動エネルギーは、

$$\epsilon_K = \sum_{i=1}^{N_{IN}} \frac{1}{2} m v_i^2 \quad (22)$$

と表される。装置内に蓄えられる全電気エネルギー ϵ_{EM} は、ビーム中に生じる電界を E とすると

$$\begin{aligned} \epsilon_{EM} = & S \int_0^L \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 dx + \frac{1}{2} \sum_j L_j I_j^2 \\ & + \frac{1}{2} \sum_n (L_{n,n+1} I_{n,n+1}^2 + C_n V_n^2) \end{aligned} \quad (23)$$

となる。この式の右辺第1項は、長さ L で断面積 S のビーム中に蓄えられる静電エネルギーであり、第2項と第3項は、それぞれ伝送回路に蓄えられる磁気エネルギーと静電エネルギーである。計算誤差に起因して生じたエネルギーバランスのズレ $\Delta \epsilon$ は、

$$\Delta \epsilon = \epsilon_{IN} - (\epsilon_K + \epsilon_{EM}) \quad (24)$$

で評価でき、各時間ステップごとに $\Delta \epsilon$ の値を計算できる。ズレ $\Delta \epsilon$ が全電気エネルギー ϵ_{EM} に比べて十分に小さい場合には、波の励起が精度よく計算できていると判断できる。

4. シミュレーション結果

新しく開発した Beam-Circuit コードを走らせて TWDEC の動作特性を調べる。炉心から漏れ出たプラズマは、末広がり磁場からなるエキスパンダによって運動エネルギーのほとんどすべてが磁力線方向の運動エネルギーに変換され、漏洩プラズマの熱成分から分離された後に、TWDEC に導かれるものとする。核融合反応を起こす重水素とヘリウム3の重心が熱運動していると仮定すると、反応生成粒子である陽子の速度分布は

$$f(v) \propto \exp \left[-\frac{(v-v_0)^2}{v_{th}^2} \right] \quad (25)$$

の Shifted-Maxwell 分布となる。上式において、14.7 MeV の陽子の速度は $v_0 = 5.36 \times 10^7$ m/s となり、核反応を起こす粒子の重心系の温度を100 keV に取ると、陽子の速度分布幅は $v_{th}/v_0 = 0.034$ となる。

シミュレーションで用いたその他のパラメータの値を以下に示す。

装置長 $L/\lambda_0 = 20$,
空間格子幅 $\Delta x/\lambda_0 = 20/1024$
時間ステップ幅 $\Delta t/T = 0.01$,
1周期あたりの入射陽子数512個
ビームによる電位遮蔽の特性長 $\lambda_w/\lambda_0 = 10$

ここで、 λ_0 は進行波の波長であり、時間 T は波の周期である。ビームによる電位遮蔽の特性長は $\lambda_w^2 = \epsilon_0 m v_0^2 / (2 n_0 e^2)$ で定義され、この特性長の逆数 λ_w^{-1} は陽子ビー

ムの空間電荷効果の大きさを特徴づけるパラメータとなる。電位遮蔽の特性長と波長との比 λ_e/λ_0 は $(\epsilon_{EM}/\epsilon_{IN})^{1/2}$ に比例し、エネルギー変換器の性能と関係する重要なパラメータである。この値を小さくすると $\epsilon_{EM}/\epsilon_{IN}$ が小さくなるので、波のエネルギー損失による変換器効率の低下を小さく抑えることができる。しかし、小さくし過ぎて $\lambda_e/\lambda_0 < 1$ となるとビームの空間電荷の効果が大きくなり、波の伝搬やエネルギー変換に悪影響を及ぼすようになると予測される。

4.1 進行波の立ち上げ

TWDEC 内で進行波が自己励起する場合、進行波を励起するための外部電源が不要となり、TWDEC を設

計する上で有利となる。これまでに、陽子の軌道計算を行って波の損失電力と発生電力の関係を調べ、進行波自己励起の可能性を指摘した[4]。ここでは、開発したコードを走らせて実際に波の立ち上げを確認する。

Fig. 6 は、負荷回路の抵抗を $R=0$ として進行波を立ち上げた時の装置内の各エネルギーの時間変化を示す。初期条件として、伝送閉回路を伝搬する波の電気エネルギーを電位の振幅が 1.1 MV の時の 0.01 倍の値に設定し、時刻 $t=0$ から TWDEC に陽子ビームを流入し始める。実線は陽子ビームの入射エネルギー ϵ_{IN} 、破線は入射後の陽子の持つ全運動エネルギー ϵ_K 、一点鎖線は伝送回路に蓄えられる電気エネルギー ϵ_{EM} を示し、横軸の時間 T は波の周期である。陽子の運動エネルギーが電気エネルギーへ変換され、外部電源なしに電気エネルギーが指数関数的に増幅されていることが確認できる。点線は、エネルギーバランスからのズレ $\Delta\epsilon$ を示す。PIC 法による電界と電位の計算では各格子点への電荷の分配と超粒子モデルの併用に伴って誤差が発生し、このことがズレ $\Delta\epsilon$ が生じる主な原因としてあげられる。 $\Delta\epsilon$ の値は格子幅を小さく取るにつれて減少する。Fig. 6 に示す結果では $\Delta\epsilon$ は ϵ_{EM} に比べて十分に小さくなっており、このことから波の励起現象が精度よく計算できていると判断される。

Fig. 7 は、立ち上げ時における電極の電位波形を示す。電位の波形はほとんど完全な正弦波波形になっており、周波数の値は回路設計で設定した周波数 $\omega_0 = 2\pi\nu_0/\lambda_0$ と一致している。周波数 ω_0 以外の波に対しては、伝送回路のインピーダンス整合条件が満たされておらず、閉回路を一巡する前と後の波の位相も一致しない。また、伝送閉回路が周波数通過帯域を持つので、帯域外の波は伝送回路を一巡できない。これらのことにより、周波数 ω_0 以外の波は結果的にほとんど励起されていない。

時刻 $t=120T$ と $t=240T$ における TWDEC 内の電位の空間分布を、Fig. 8(a) と Fig. 9(a) に示す。シミュレーションでは、ビーム変調の段数を 3 段とした。ビーム中に進行波電位を励起する区間と励起区間の前後に設置するアース電極の位置を、Table 1 に示す。図中の破線は、陽子ビームの空間電荷が作る直流的な電位の分布である。進行波励起区間では、電極によってビームの作る直流的な空間電位が短絡され、実線に示す進行波電位のみが励起されている。Fig. 8(b) と Fig. 9(b) は、ビームの集団と捕捉・減速の様子を位相空間でプロットしたものである。波が立ち上がるにつれて変調段におけるビームの集団と減速段における捕捉・減速が改善され、波の振

Fig. 6 Time evolution of the total kinetic energy of proton beam ϵ_K and the total electric energy ϵ_{EM} in the TWDEC. The deviation from the energy balance, $\Delta\epsilon = \epsilon_{IN} - \epsilon_K - \epsilon_{EM}$, is caused by an error appeared in the simulation.

Fig. 7 Wave form of the excited traveling wave under no load condition. The value of the frequency agrees well with the value calculated from $\omega_0 = 2\pi\nu_0/\lambda_0$

Fig. 8 (a) Potential profile of the wave and (b) phase space plots of fusion protons at $t = 120T$ in rising phase of the traveling wave under no load condition. Screening effect of the proton beam is characterized by the length defined by $\lambda_{sc}^2 = \epsilon_0 m v^2 / (2 n_0 e^2)$, which is taken to be $\lambda_{sc} / \lambda_0 = 10$.

Fig. 9 (a) Potential profile of the wave and (b) phase space plots of fusion protons at $t = 240T$ in rising phase of the traveling wave under no load condition.

Table 1 Sections for excitation of the travelling wave and positions of ground electrodes in the TWDEC with three-stage modulator.

	section for excitation and positions of ground electrodes
first modulator	$0 \leq x/\lambda_0 \leq 1/6$, $x/\lambda_0 = -0.5$, $7/6$
second modulator	$6 \leq x/\lambda_0 \leq 37/6$, $x/\lambda_0 = 5.0$, $43/6$
third modulator	$9 \leq x/\lambda_0 \leq 9.5$, $x/\lambda_0 = 8.0$, 10.5
decelerator	$11.5 \leq x/\lambda_0 \leq 15.5$, $x/\lambda_0 = 10.5$, 15.7

Fig. 10 (a) Potential profiles of the traveling waves (solid lines) and of the standing waves (broken lines) in the TWDEC with three-stage modulator, and (b) phase space plots of fusion protons obtained from orbit calculation, where the amplitude of the wave is $V_m = 1.05$ MV.

幅が1 MV 程度になる時刻 $t = 240T$ 付近でエネルギー変換率は最も高くなる。

Fig.10は、軌道計算で用いた進行波電位の空間分布と軌道計算で得られた陽子ビームの集団と捕捉・減速の様子を示す。軌道計算における進行波電位の振幅は、1.05 MV にとった。Fig. 9の結果をFig.10と比較してみると、シミュレーションで得られた進行波電位の分布や陽子ビームの集団と減速の様子は、軌道計算結果とよく一致している。また、陽子の運動エネルギーから波の電気エネルギーへのエネルギー変換率も、軌道計算で得られた結果とほぼ同じ値の78%が得られた。進行波が原理にしたがって励起されることや励起された波が設計どおりに伝送回路に沿って伝播することが、これらの比較から理解できる。

4.2 波の過渡応答

TWDEC に電気的な負荷を加えた状態で定常運転が可能であることを示すために、負荷の印加あるいは負荷

の変動に対する波の応答を調べる。まず、無負荷状態で波を立ち上げ、立ち上げの途中で Fig. 3 に示す伝送回路に電気的な負荷を表す等価負荷抵抗 $R_r/2$ を2個投入する。この場合の電気エネルギー ϵ_{EM} の時間変化を Fig.11に示す。負荷抵抗 $R_r/2$ を進行波電位の振幅が0.77 MV, 1.10 MV, 1.32 MV となるそれぞれの時刻に投入する。負荷の印加に対して ϵ_{EM} は安定な応答を示し、40T から60T の応答時間で平衡点の値に漸近していく。波が MHz 帯の高周波であることを考えると、非常に短い応答時間で波の振幅が平衡状態に達することがわかる。

次に、負荷の変動に対する波の応答について調べた結果を Fig.12に示す。 $R_r/2$ の負荷抵抗を2個接続して振幅1.1 MV で定常運転を行った後、時刻 $t/T = 62$ で急激に負荷抵抗 $R_r/2$ を $R_r/3$ または R_r に変化させる。電気エネルギー ϵ_{EM} は、負荷抵抗の変化後に、50T から150T の応答時間で新たな平衡点に安定に移行してい

Fig. 11 Responses of the electric energy ϵ_{EM} to sudden loading in rising phase. The resistor $R = R_r$ is turned on when $V_m = 0.77$ MV, 1.10 MV, or 1.32 MV.

Fig. 12 Responses of the electric energy ϵ_{EM} to sudden variation of the resistor from $R = R_r$ to $2/3 R_r$ or to $2 R_r$.

Fig. 13 The amplitude of the wave at each electrode under loading condition with $R = R_r$.

る。この応答時間は、波のエネルギーが伝送回路に蓄積される時間と伝送回路を伝搬して一巡する時間とから決まり、波の立ち上げ時間よりは短く、波が伝送回路を一巡する時間より長くなる。負荷抵抗変化後の波の応答が安定であるかどうかは、変化後の負荷抵抗に対して平衡点があるかどうかで決まり、平衡点がある場合には上で述べたような短い応答時間で新たな平衡点に安定に移行する。この TWDEC では、負荷抵抗の値を大きく取りすぎると平衡点がなくなる。抵抗がしきい値を超えて大きくなると、波の自励現象は止まってしまう、エネルギー変換が行われなくなる。抵抗のしきい値は、Fig.12に示すシミュレーションでは $R = 2.5R_r$ 程度になる。シミュレーションで使用した伝送回路では、抵抗値を変化させても周波数 ω_0 の波に対してインピーダンス整合条件が成り立ち、しかも伝送回路を一巡した後の波の位相が一巡する前の位相に一致するように設計されている。したがって、負荷抵抗を変化させても励起される波の周波数変化は見られず、負荷変動に対して波の周波数は一定に保たれる。

電極電位の伝送回路が波に対してインピーダンス整合条件を満たしている場合には、一方向のみに伝搬する波が励起されるが、整合条件を満たさない場合には、回路の途中で波の反射が起こり定在波が回路中に立ってしまう。Fig.13は、負荷を加えて定常運転しているときの進行波励起区間の各電極電位の振幅を示す。それぞれの波励起用電極の電位の振幅がほぼ一定になっており、このことから定在波は存在せず、設計どおりに一方向のみに伝播する波が励起されていることがわかる。本論文では、回路設計を行う際に波の伝播に及ぼす陽子ビームの影響は小さいとして無視した。陽子ビームの粒子密度が大きくなって、電位遮蔽の特性長 λ_s が波長 λ_0 程度にまで小さくなると、陽子ビームの影響が無視できなくなる。このような場合には、波の位相速度の変化に伴う励起波の周波数のずれやインピーダンスの不整合による波の反射、ビームの非線形効果による波形の歪み等が生じると予想される。しかし、シミュレーションを行ったパラメータの値 $\lambda_s/\lambda_0 = 10$ に対しては、このような現象は観測されていない。

5. 結 論

本論文では、進行波型エネルギー変換器 (TWDEC) のための伝送回路の設計や、伝送回路の動作および回路と陽子ビームとの静電結合を取り扱った Beam-Circuit コードの開発について詳しく述べた。さらに、開発した

コードを走らせた結果を示し, TWDEC の動作特性を説明しながら定常運転の可能性について述べた。

波を伝播させる回路は, 集中定数素子 L, C, R を用いて設計した。ある特定の周波数に対してインピーダンス整合条件を満足させ, 高域伝送路と低域伝送路を用いて周波数通過帯域を設け, 特定周波数の波のみが無反射で巡回できる伝送閉回路を構成した。陽子ビーム中の進行波電位は, 一列に並べた電極に波を伝播させて励起する。

新たに開発した Beam-Circuit コードでは, 回路に沿った波の伝搬を陽子の運動と同様に微分方程式で記述し, 中心差分スキームに従って波の励起と伝搬の時間発展を求めた。また, 陽子ビームと回路の静電的な結合を正確に取り扱うために, 結合係数を用いた近似計算は行わず, 直接ボアソン方程式を解いてビーム中の電界と電極の電位を求めた。

開発したコードを走らせて, 回路設計で設定した周波数の波が外部の補助電源なしに立ち上がり, TWDEC が一種の後進波発振器として動作することを確認した。シミュレーションで得られた陽子ビームの集団と減速の様子は, 軌道計算で得られた結果とよく一致し, TWDEC のエネルギー変換率として軌道計算で得られた結果とほぼ等しい78%の値が得られた。さらに, 負荷の変動に対する波の応答を調べた。立ち上げ時における急激な負荷の投入や定常運転時の負荷の変動に対し, 波が伝送回路を一巡する程度の短い時間で安定に応答し, 新たな平衡点に達することを確認した。負荷の変動に対しても波の周波数は一定に保たれ, 運転上望ましい動作特性が得られた。

TWDEC の低コスト化をはかるためには装置の小型化が望まれるが, 小型化に伴って陽子ビームの空間電荷効果や波の伝搬特性に及ぼすビームの影響が問題になると予想される。開発したコードを使って, またはコードを改善してこれらの問題について調べることが, 今後の課題として残されている。

付録

A 回路素子 L, C, R の値の決定

(1) 進行波電位励起用回路

変調段と減速段では, 一列に並べた電極を用いて進行波電位を励起する。それぞれの電極は静電的に結合しており, この静電的結合を生かし, Fig.14(a)に示す π 型回路を縦続接続して回路を設計する。この π 型回路では, 電極間の進行波の位相差を $0 < \theta_{j,j+1} < \pi$ の範囲で調整で

きるが, 一方向のみに伝搬する進行波電界を効果的に励起するためには, 電極間の位相差を $0 < \theta_{j,j+1} < 2\pi/3$ の範囲に取る必要がある。また, 波を無反射の状態で伝送するには, π 型回路の接続点においてインピーダンス整合をとらなければならない。

波長 λ , 位相速度 v_{ph} , 周波数 $\omega_0 = 2\pi v_{ph}/\lambda$ の波を伝送させる場合, 電極 j と $j+1$ におけるインピーダンス整合条件 $Z_{j,j+1} = Z_0$ と電極間の位相差 $\theta_{j,j+1}$ は, π 型回路の静電容量 $C_{j,j+1}$ とリアクタンス $L_{j,j+1}$ とを用いて, それぞれ

$$Z_{j,j+1} = \sqrt{\frac{L_{j,j+1}}{C_{j,j+1}}} \frac{2}{1 + \cos \theta_{j,j+1}} = Z_0 \quad (A.1)$$

$$\theta_{j,j+1} = \cos^{-1} \left(1 - \frac{1}{2\omega_0^2 L_{j,j+1} C_{j,j+1}} \right) \quad (A.2)$$

と表される。位相差 $\theta_{j,j+1}$ が与えられると, $C_{j,j+1}$ と $L_{j,j+1}$ は, 式(A.1)と式(A.2)より

$$C_{j,j+1} = \frac{1}{\omega_0 Z_0 \sin \theta_{j,j+1}} \quad (A.3)$$

$$L_{j,j+1} = \frac{Z_0 (1 + \cos \theta_{j,j+1})}{2\omega_0 \sin \theta_{j,j+1}} \quad (A.4)$$

と求まる。Fig.14(a)に示す回路は高域通過フィルタになっており, そのカットオフ周波数は

$$\omega_L = \omega_0 \sqrt{(1 - \cos \theta_{j,j+1})/2}$$

となる。

変調段では, 進行波の位相速度 $v_{ph} = v_0$ と波長 $\lambda_0 = 2\pi v_0/\omega_0$ は一定であり, 電極間の位相差 $\theta_{j,j+1}$ を一定にとり $\theta_{j,j+1} = \theta_0$ とすると, 電極間隔は $x_{j+1} - x_j = \lambda_0 \theta_0 / 2\pi$ と決まる。この電極間隔に対して電極間容量 $C_{j,j+1} \equiv C_{h0}$ が計算できる。この C_{h0} を用いると, 整合インピーダンスは式(A.3)より $Z_0 = 1/(\omega_0 C_{h0} \sin \theta_0)$ と求まる。リアクタンス $L_{j,j+1}$ は, 式(A.4)より計算される。

減速段では, 陽子の運動エネルギーを回収するために, 波の位相速度を磁力線方向に加速度 $-\alpha$ で減速させる。この場合, 座標 x_j に置かれた電極 j の位相 θ_j は, 式(3)より

$$\theta_j = \frac{\omega_0}{\alpha} \left[v_0 - \sqrt{v_0^2 - 2\alpha(x_j - x_D)} \right] - \omega_0 t + \varphi \quad (A.5)$$

と表される。また, 電極間位相差 $\theta_{j,j+1}$ は x_j と x_{j+1} の関数として,

$$\begin{aligned}\theta_{j,j+1} &\equiv \theta_{j+1} - \theta_j \\ &= \frac{2\pi}{\alpha'} \left[\sqrt{1 - 2\alpha' (x_j/\lambda_0 - x_D)/\lambda_0} \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{1 - 2\alpha' (x_{j+1}/\lambda_0 - x_D)/\lambda_0} \right] \quad (\text{A.6})\end{aligned}$$

と表される。ここに、 $\alpha' = \alpha\lambda_0/v_0^2$ であり、 x_D は減速段入口の座標である。一方、電極間の静電容量 $C_{j,j+1}$ は電極間隔 $x_{j+1} - x_j$ に反比例し、この反比例の関係と式 (A.3) より

$$\frac{C_{j,j+1}}{C_{h0}} = \frac{\theta_0/2\pi}{x_{j+1}/\lambda_0 - x_j/\lambda_0} = \frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_{j,j+1}} \quad (\text{A.7})$$

を得る。座標 x_j が既知の下では、式 (A.6) と (A.7) を連立させて $\theta_{j,j+1}$ と x_{j+1} を決定できる。静電容量 $C_{j,j+1}$ とリアクタンス $L_{j,j+1}$ は、求まった $\theta_{j,j+1}$ の値を式 (A.3) と式 (A.4) に代入して計算できる。

アース電極と励起用電極との間には、静電容量 $C_{j,0}$ が存在する。この $C_{j,0}$ と並列にリアクタンス $L_{j,0}$ を挿入して Fig.14(b) に示す $L-C$ 並列回路を構成する。このリアクタンス $L_{j,0}$ の値を共振条件 $\omega_0^2 L_{j,0} C_{j,0} = 1$ を満たすように決定すれば、周波数 ω_0 の波に対する $C_{j,0}$ の影響をなくすることができる。電極間隔を λ_0 とすると、静電容量 $C_{j,0}$ は

Fig. 14 Fundamental four terminal circuits which make up a transmission line loop: (a) π -type high-pass circuit, (b) parallel resonance circuit, (c) T-type circuit with resistors, (d) T-type low-pass circuit.

$$C_{j,0} = C_{h0} \frac{\lambda_0 \theta_0 / 2\pi}{\lambda_0} = \frac{\theta_0 / 2\pi}{\omega_0 Z_0 \sin\theta_0} \quad (\text{A.8})$$

となり、したがって、 $L_{j,0}$ は、共振条件より

$$L_{j,0} = \frac{2\pi Z_0 \sin\theta_0}{\omega_0 \theta_0} \quad (\text{A.9})$$

と求まる。

波励起用電極 j に直列に接続するリアクタンス L_j は、式 (A.4) で計算されるリアクタンスを用いて、 $L_j = 2L_{j-1,j}L_{j,j+1}/(L_{j-1,j} + L_{j,j+1})$ と求まる。ただし、アース電極と隣り合う並励起区間最初の電極に接続するリアクタンスは $L_j = 2L_{j,j+1}L_{j,0}/(L_{j,j+1} + L_{j,0})$ 、また最後の電極に接続するリアクタンスは $L_j = 2L_{j-1,j}L_{j,0}/(L_{j-1,j} + L_{j,0})$ より決定できる。

(2) 負荷回路と接続回路

負荷回路として、Fig.14(c) に示す回路を用いる。この回路のインピーダンス整合条件は

$$\omega_0^2 = \frac{2}{L_n C_n} \quad (\text{A.10})$$

$$Z_R = \frac{\omega_0 L_n}{2} \sqrt{1 + \left(\frac{R}{\omega_0 L_n} \right)^2} = Z_0 \quad (\text{A.11})$$

と表される。式 (A.10) は、負荷回路のインピーダンスが実数になるための条件である。負荷回路両端の位相差はこの条件の下で $\theta_n = -\pi/2$ となり、抵抗 R の値に無関係になる。静電容量 C_n とインダクタンス L_n は、式 (A.10) と式 (A.11) より

$$C_n = \frac{2}{\omega_0 \sqrt{4 Z_0^2 - R^2}} \quad (\text{A.12})$$

$$L_n = \frac{1}{\omega_0} \sqrt{4 Z_0^2 - R^2} \quad (\text{A.13})$$

となり、負荷抵抗 R の値が決まれば計算できる。この回路の大きな特徴は、負荷の変動に影響されずに回路両端の位相差 θ_n を一定に保てることである。

負荷抵抗 R の値は、定常状態での発生電力と消費電力のバランスより決められる。抵抗 R で消費される電力 P_{out} は、波の振幅を V_m とすると $R(V_m/Z_R)^2/2$ となる。したがって抵抗の値は、電力バランスの式 $P_{out} = \eta P_{in}$ より、

$$R = \frac{\eta P_{in}}{V_m^2 / 2 Z_0} Z_0 \quad (\text{A.14})$$

と求まる。ここで、 η は TWDEC のエネルギー変換率である。

それぞれの波動起用回路および負荷回路との間は、Fig.14(d)に示す対称 T 型回路いくつかを縦続にして接続する。この対称 T 型回路のインピーダンス整合条件と回路両端の位相差 θ_n は、静電容量 C_n とリアクタンス L_n を用いてそれぞれ

$$Z_n = \sqrt{\frac{L_n}{C_n} \frac{1 + \cos \theta_n}{2}} = Z_0 \quad (\text{A.15})$$

$$\theta_n = \cos^{-1} \left(1 - \frac{\omega_0^2 L_n C_n}{2} \right) \quad (\text{A.16})$$

と表される。位相差 θ_n の取れる値の範囲は、 $0 < \theta_n < \pi$ である。接続回路の位相差を θ 、縦続接続する T 型回路の数を k とすると、1つの T 型回路両端の位相差 θ_n は $\theta_n = \theta/k$ となる。位相差 θ_n の値が決まると、 C_n と L_n は式(A.15)と式(A.16)より

$$C_n = \frac{\sin \theta_n}{\omega_0 Z_0} \quad (\text{A.17})$$

$$L_n = \frac{2 Z_0 \sin \theta_n}{\omega_0 (1 + \cos \theta_n)} \quad (\text{A.18})$$

と求まる。Fig.14(d)の回路は低域通過フィルタとなっており、そのカットオフ周波数は $\omega_h = \omega_0 \sqrt{2/(1 - \cos \theta_n)}$ である。ノード間のリアクタンスは、 $L_{n,n+1} = (L_n + L_{n+1})/2$ より求まり、電極 j とノード n との間のリアクタンスは、 $L_{j,n} = L_n/2$ より決定できる。

参考文献

[1] H. Momota, LA-11808-C, Los Alamos National Laboratory, 8 (1989).

- [2] H. Momota *et al.*, Fusion Technol. **21**, 2307 (1992).
 [3] H. Katayama, K. Sato and F. Miyawaki, *Proc. 7th Int. Conf. Emerging Nuclear Energy Systems*, 1993, Makuhari (1994) p. 513.
 [4] 佐藤邦弘, 片山英昭, 宮脇富士夫: 姫路工業大学工学部研究報告 No. 44, 52 (1991).
 [5] K. Sato, H. Katayama, F. Miyawaki and T. Tajima, *Proc. 7th Int. Conf. Emerging Nuclear Energy Systems*, 1993, Makuhari (1994) p. 517.
 [6] H. Shoyama, H. Nakashima and Y. Kanda, J. Plasma Fusion Res. **72**, 439 (1996).
 [7] M. Ishikawa, T. Kudo, T. Yamane, Y. Tomita and H. Momota, *Proc. IAEA Tech. Comm. Mtg.* 1997, California (1997).
 [8] K. Noda and Y. Yasaka, Fusion Technol. **33**, 273 (1992).
 [9] L. Shu and Y. Tomita, J. Plasma Fusion Res. **72**, 448 (1996).
 [10] I.J. Morey and C.K. Birdsall, IEEE Trans. Plasma Sci. **18**, 482 (1990).
 [11] K. Sato, H. Katayama and T. Tajima, *Proc. 15th. Int. Conf. the Numerical Simulation of Plasma*, Pennsylvania (1994) 3B11.
 [12] H. Katayama, K. Sato and F. Miyawaki, Fusion Technol. **27**, 563 (1995).
 [13] M. Ishikawa, T. Kudo, S. Hayashi, T. Yamane, Y. Tomita and H. Momota, Fusion Eng. Des. **41**, 541 (1998).
 [14] C.K. Birdsall and A.B. Langdon, *Plasma Physics via Computer Simulation* (McGraw Hill Book Company 1985).
 [15] T. Tajima, *Computational Plasma Physics* (Addison-Wesley Publishing Company, Inc., 1989).