小特集

スペースプラズマにおける電場形成とその効果

7. “運動論的” アルヴェン波と沿磁力線電場形成

中 村 匡

(福井県立大学教養センター)

“ Kinetic ” Alfvén Waves and Parallel Electric Fields

NAKAMURA Tadas K.

Center for Arts and Sciences, Fukui Prefectural University, Fukui 910-1195, Japan

(Received 27 June 2002)

Abstract

The present paper provides a basic introduction to the mechanism of so-called “ kinetic ” Alfvén wave propagation and associated parallel electric field generation. It is clarified that kinetic effects are not essential for the “ kinetic ” Alfvén waves, either in propagation or in parallel electric field generation. The derivation of the “ kinetic ” Alfvén wave here is based simply on: polarization currents carried by ions; equations of electron parallel motion; and Maxwell equations. One major application of “ kinetic ” Alfvén waves to the magnetospheric physics is the problem of auroral particle acceleration; recent observational, experimental, and theoretical developments on this topic are briefly reported.

Keywords:

kinetic Alfvén wave, dispersive Alfvén wave, field-aligned electric field, auroral electron acceleration, two-fluid theory

7.1 はじめに

先日、「ワンダフルライフ」や「パンダの親指」などの著作で我が国にもファンの多い 筆者もその一人である

古生物学者の S.J.グールドが亡くなった。彼が *Natural History* 誌に連載した一連のエッセイのなかで“ヘラジカ”について解説するのに、神聖ローマ帝国をひきあいにだすくだりがある。この国は名前に反して神聖でもないし、地理的にもローマからはなれているうえに、帝国でもないそうだ。これと同様にヘラジカも名前に反してシカの仲間ではなく、実はウシの系統である、という話題から進化論の深淵を解説するグールド独特のエッセイが始まるわけであるが、実は、本稿の主題である“運動論的アルヴェン波”という名前もヘラジカと同様に「看板に偽りあり」といえるだろう。アルヴェン波であるこ

author's e-mail: tadas@fpu.ac.jp

とには間違いはないのだが、“運動論的”とは言いがたいのである。

そもそも“運動論的”と呼ぶからには、たとえばバーンスタインモードのように、流体の方程式では導出することができず、プラソフ方程式で書いてみて初めてでてくるような波動であるべきだと筆者は思うのであるが、“運動論的”アルヴェン波は二流体の方程式からでてくる。したがって最近の文献では運動論的アルヴェン波 (Kinetic Alfvén Wave) とは呼ばずに、分散性アルヴェン波 (Dispersive Alfvén Wave) と呼んでいるのをよくみかける。以下ではこれに従い、略して DAW という呼称を使うことにする。

しかしながら筆者は、“運動論的アルヴェン波”というネーミングはやはり秀逸だとも思うこともある。科学とい

えども、一般の市場経済と同じく、新概念が普及するには印象的でキャッチーな名前がついていることが望ましい。そういう意味では“分散性アルヴェン波”では、いささかインパクトが弱く、“運動論的”といういかにも難しげで高級そうな名前にはかなわない。だがその反面、名前が難しげで、しかもオリジナルの論文¹⁾が少々難解な数式を使っているため、その物理的機構を理解するのが敬遠されがちということはないだろうか。筆者も何人かの研究者に DAW について質問をうけ、ちょっと説明すると「なんだ、そんな簡単なことだったのか」という反応をうけた経験がある。そこで本稿では DAW の基本的なメカニズムと、その応用上重要な平行電場形成（以下“平行”、“垂直”という言葉は磁力線に対しての方向を意味することにする）について、教科書的な知識のみで平易に解説することを目的とする。また、DAW の磁気圏物理における主たる応用分野である、オーロラ粒子加速の問題についても簡単にふれる。なお、本稿の脱稿以降に見つかった誤りや補足説明などの情報は、著者のウェブサイト（<http://mira.bio.fpu.ac.jp/~tadas>）で提供していく予定である。

7.2 アルヴェン波

さきに述べたように、この波動の導出には運動論は必要なく、流体の方程式で本質的なところは理解できる。ひとことで言ってしまうと、普通のアルヴェン波に電子のダイナミクスをかませると DAW が得られる。まず、普通のアルヴェン波の復習から始めよう。いま、直角デカルト座標の z 軸方向に B_0 の一様磁場があるものとし、これに電磁波動が加わる状況を考える。本稿の場合、一般性を失うことなく 2 次元性（ $\partial/\partial y = 0$ ）を仮定できる。電磁誘導の法則 $\text{rot} \mathbf{E} = \partial \mathbf{B} / \partial t$ は

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial t} \quad (1)$$

となる。本稿ではとくに断らない限り、慣習的な記号（ E ：電場など）をつかう。

さて、ここでしばらく、 $\partial/\partial x = 0$ の場合を考えてみよう。言い方をかえれば、磁力線方向に伝搬する波動を考えることになる。これにより、(1) の左辺第二項はゼロになる。ピオサパールの法則は

$$\mu_0 \frac{\partial B_y}{\partial z} = \frac{1}{c^2 \epsilon_0} \frac{\partial E_x}{\partial t} + J_x \quad (2)$$

となる。もし、プラズマがなくて真空中の波動の伝搬の場合、上式の右辺第二項はゼロで、よく知られたように、これを (1) と組み合わせると光速で伝搬する電磁波の方程式が得られる。通常、アルヴェン波の場合はこれと状況が逆で、低周波波動のため、右辺第一項（変位電流）は右辺第二項にくらべて圧倒的に小さい。右辺第二項はプラズマ粒子の運動によって生じる電流であるが、周波数が十分に低い（≪ イオンのサイクロトロン周波数）場合は、 y 方向には電流は流れず、 x 方向の電流は分極電流であらわされる。これはイオンの分極ドリフトによって運ばれる（電子の寄与は質量比ぶんだけ小さい）電流で、以下で与えられる

$$J_x = \frac{1}{\mu_0 V_A^2} \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (3)$$

簡単のためにイオンの温度をゼロとすると、本稿の議論に必要なイオンのダイナミクスは、この式がすべてである¹⁾。これと (2) の変位電流の項を比べると、ともに電場の時間微分という数式的には同じ形をしていることがわかる。したがって、変位電流が無視できる場合には、(2) であたえられる分極電流が変位電流のかわりになって伝搬する波動が存在することになる。これがアルヴェン波である。このアルヴェン波の伝搬メカニズムを模式的に書くと Fig. 1(a) のようになる。(1) 電場の時間変化が (2) 分極電流をつくり、その電流がピオ・サパールの法則で (3) 磁場を誘導する。そして磁場の時間変化が (4) 電場をつくり、(1) に戻る、というサイクルである。

では次に $\partial/\partial x \neq 0$ の場合を考えてみよう。この場合の模式図は Fig. 1(b) のようになる。 $\partial/\partial x \neq 0$ ということは、

Fig. 1 Schematic illustration of the Alfvén wave propagation with (a) $k_{\parallel} = 0$, and (b) $k_{\parallel} \neq 0$.

¹⁾イオンの平行方向の運動は電子に比べて十分に小さいので無視できる。

$z =$ 一定の面内で、場所によって E_x, J_x などの向き・大きさがちがってくるということである。たとえば、ある時刻に Fig. 1(b) の点 A で分極電流 J_x は右向き、点 B では左向きだったとしよう。そうすると、点 A と点 B の中間点 C には正電荷が集中することになるが、準中性条件をまもらなくてはならないので、この正電荷をキャンセルする負電荷が必要になる。この負電荷は電子が磁力線方向に動くことによって供給される。したがって $\partial/\partial x \neq 0$ の場合はアルヴェン波の伝搬に電子のダイナミクスがからんでくることになる。

しかしながら、MHD スケールのアルヴェン波の場合、この電子のダイナミクスは、波動の伝搬に関しては無視して差し支えない。電子は磁力線方向には簡単に動くためである。感覚的な表現をすれば、波動の伝搬そのものはイオンと磁力線の“都合”で決まってしまうので、その都合によってできた電荷分布を電子が中和する、そのとき、電子は軽いので電子の運動の影響が波動の伝搬にフィードバックするのは無視できる、ということになる。

この事情を、数式を使って確かめてみよう。(1), (2), (3) を連立させると

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{V_A^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_x + \frac{\partial^2}{\partial x \partial z} E_z = 0 \quad (4)$$

となる。 $\partial/\partial x \neq 0$ ということは、(1) の左辺第二項がゼロではないということであるが、もし、この項がゼロと見なしていいくらい小さければ、波動の伝搬特性は $\partial/\partial x = 0$ の場合と同じであるといえる。つまり、この第二項が第一項にくらべて無視できるというのが、電子のダイナミクスを無視していい条件になる。以下では $\partial/\partial x \neq 0$ として波動伝搬を解いてみよう。

(4) を解くには E_z がわかればよいわけだが、これには線形化した電子の磁力線方向の運動方程式²

$$\frac{\partial v_e}{\partial t} = -\frac{e}{m_e} E_z + \frac{T}{m_e} \frac{\partial n_e}{\partial z} \quad (5)$$

および連続の式と準中性条件³ $n_e = n_i$ を使う (n_i は分極ドリフトの発散から $n_i = k_x J_x / e \omega n_0$)。以下では物理量をラプラス (時間)・フーリエ (空間) 変換して、偏微分を ω と k_x, k_z で表す。これにより、

$$(\omega^2 - V_A^2 k_z^2) - \frac{c^2 k_z^2}{\omega_{pe}^2} (\omega^2 - v_{th}^2 k_z^2) = 0 \quad (6)$$

の分散関係が得られ (v_{th} は電子の熱速度, V_A はアルヴェン速度, ω_{pe} はプラズマ振動数である), 平行/垂直方向の電場の比は

$$\frac{E_z}{E_x} = \frac{\omega_{pe}^2 (\omega^2 - V_A^2 k_z^2)}{c^2 k_x k_z V_A^2} \quad (7)$$

となる。これから MHD 理論では $\omega/k_z = V_A$ として、平行電場を無視していることがわかる。実際にはここで計算したように (6) の右辺第二項が補正項として加わり、それによって ω/k_z がアルヴェン速度からずれる。(7) をみると、その差に対応して平行電場が存在することがわかる。

ここまでの計算で、「MHD 方程式では平行電場をゼロとしてあつかう」ということの意味が理解できる。前述のように $k_\perp \neq 0$ の場合は電子が磁力線方向に運動して準中性をみだすわけだが、その運動は平行電場によってひきおこされる。ということは、詳しく見ると平行電場はゼロではないわけだが、電子は磁力線方向にきわめて容易に動くので、準中性条件を満たすには微弱な電場で十分なわけである。それがどれくらい微弱かというのが (7) で与えられているわけだが、 $k_\perp (= k_x)$ が十分に小さい場合は (6) の右辺第二項が無視でき、(7) より $E_\parallel \propto \omega^2 - V_A^2 k_z^2 \simeq 0$ となって、無視してさしつかえないということだ。ということは、逆に $k_\perp$ が大きくなってくると、無視できない平行電場が存在することになる。これが、DAW である。次節でこの波動の特性を調べてみよう。

7.3 “運動論的” アルヴェン波

繰り返しになるが、前節での議論をおおざっぱにまとめると、以下ようになる：(1) 電磁波の方程式の変位電流のかわりに分極電流をいれるとアルヴェン波の伝搬が得られる；(2) $k_\perp \neq 0$ のときには変位電流によってイオンの電荷の過不足ができるが、これは電子の平行方向の運動でキャンセルされて準中性が保たれる；(3) この電子の運動のためには平行電場が必要だが、電子は動きやすいので $k_\perp$ があまり大きくない場合はこの電場は無視できくらい小さい；(4) しかし、いくら電子が動きやすいと

²左辺第二項の圧力項は温度 T の等温過程としてあつかっている。

³真正直にやるには準中性条件をつかわずに、ポアソン方程式を解けばよいが、その結果で $\omega \ll \omega_{pe}$ の極限をとると以下の結果と同じになる。

いっても、あまり $k_{\perp}$ が大きくなると、イオンの電荷があまりすぎて、これを解消するのに無視できない平行電場が必要になってくる。DAW とは、このような平行電場が無視できないくらい $k_{\perp}$ の大きなアルヴェン波のことである。

(3)や(4)で「 $k_{\perp}$ があまり大きくない / あまり大きくなると」などと感覚的な表現をしたが、以下ではこの点を数式を使って定量的に調べてみよう。このためには、電子温度の高温極限 ($v_{th} \gg V_A$) と低温極限 ($v_{th} \ll V_A$) を考えると理解しやすい。それによって、実際に平行電場をつくるメカニズムがあらかになる。

まず高温極限をとる。 $v_{th} \gg V_A$ の場合(6)の左辺第二項括弧内の ω^2 の因子が無視できることがわかる。そのとき、分散関係は

$$\omega = V_A k_z \sqrt{1 + \left(\frac{ck_x v_{th}}{\omega_{pe} V_A} \right)^2} \quad (8)$$

となる。これから垂直方向のスケール $\lambda_x (= 1/k_x)$ が $cv_{th}/\omega_{pe} V_A$ 程度になってくると、電子の影響によって⁴位相速度がアルヴェン速度からずれてくることがわかる。ここで、高温極限ということ(6)式で無視した因子がどこから来ているのかを調べてみると、これは電子の運動方程式((5)式)の左辺第一項、つまり慣性項であることがわかる。高温極限ではこれを無視し、電場 E_z と圧力勾配 $\partial P/\partial z$ が釣り合っているとしているわけである。この意味で、高温極限では電子の圧力が平行電場を支えていると言える。

それに対して低温極限($v_{th} \ll V_A$)では(6)式の左辺第二項括弧内の $v_{th}^2 k_z^2$ の因子が落とせる。分散関係は

$$\omega = \frac{V_A k_z}{\sqrt{1 + (ck_x/\omega_{pe})^2}} \quad (9)$$

となり、垂直方向のスケールが電子の慣性長 (c/ω_{pe}) 程度になると電子のダイナミクスが利いてくることがわかる。この場合は高温極限とは逆に、電子の運動方程式の圧力項が無視され、慣性項と電場の項が釣り合っている。つまり平行電場は電子の慣性によって支えられている。

ここまで DAW のメカニズムを見てきたが、はじめに

のべたように、これを理解するのに運動論的な考察は必要ない。つまり“運動論的”アルヴェン波という名前はヘラジカや神聖ローマ帝国と同じく「看板に偽りあり」ということになる。もちろん、上でみた2つの極限の間の場合は、電子の熱速度が波の位相速度と同程度になり、波のランダウ減衰を正しく解くにはブラソフ方程式が必要だが[23]、分散関係と平行電場ができるメカニズムについては二流体の計算で十分理解できるのである。さらに、電子の熱速度が波の位相速度より十分に遅い場合は、どう考えても“運動論的”という名称はおかしい。この場合、平行電場を支えているのは電子の慣性なので、最近の文献では“慣性アルヴェン波”(Inertial Alfvén Wave)と呼んでいるのをみかける。

7.4 オーロラ電子加速

この DAW が磁気圏物理で重要な役割を果たすと考えられるのは、主としてオーロラ加速機構に関連してである。オーロラは宇宙空間で加速された電子が上層大気に衝突して発光する現象だが、Discrete Aurora と呼ばれるオーロラ(カーテン状オーロラ。よく TV や写真などでみかけるオーロラは、ほとんどすべてこのタイプ)については、この電子加速が電離層上空数千～一万数千キロメートルの領域で、磁場に平行な電場によってなされていることが観測事実からわかっている。問題はこの電子を加速するのに十分な平行電場をどうやって維持するかである。これはいまだに解決されていない磁気圏物理の難問で、たとえば Borovsky の1993年のレビュー[4]では22通りもの違ったメカニズムを紹介している。

DAW がつくる平行電場に最初に注目し、オーロラ粒子の加速機構に応用したのは Hasegawa[1]および Goeltz and Boswell[5]である。Hasegawa の論文[1]では前節でみたふたつの極限のうち、高温極限の計算を使っていたが実際のオーロラ加速領域では電子温度はかなり低く、低温極限がよくなりたつ[5]ので、以降の論文ではもっぱらこの極限が使われている。これらの論文が発表された1970年代後半には、DAW の存在やそれによる粒子加速を直接示唆する観測事実はほとんどなかった。また、オーロラ電子加速について DAW の有力対抗馬であるダブルレーヤーや非線形イオン音波が、このころの計

⁴この $cv_{th}/\omega_{pe} V_A$ という量は、電子とイオンの温度が等しいとするとイオンの典型的なサイクロトロン半径になる。したがって、「垂直方向のスケールがイオンのサイクロトロン半径程度になると無視できない平行電場がでてくる」と表現することが多いが、それを勘違いして「イオンの有限サイクロトロン半径効果によって平行電場がでてくる」と記述してある文献をいまだにみかける。ここでの議論でわかるように、平行電場をつくるメカニズムは電子のダイナミクスであり、イオンのサイクロトロン半径は関係ない。

算機能力で可能な静電粒子シミュレーションの格好の対象であったため、しばらくは DAW の旗色はかんばしくなかったと言える。しかし、その後の観測技術の進歩により、DAW による平行電場生成とそれによる粒子加速を示唆する事実がつぎつぎと見つかっている[6]。

磁気圏物理の“定番”の研究対象に超低周波の地磁気脈動があるが、このうち、周波数が 1 Hz ~ 1 mHz 程度の脈動は南極と北極を両端とする地球磁力線上のアルヴェン波の定在波だと考えられている。近年、地上から光学観測したオーロラ[7]や人工衛星で観測した加速された粒子[8]の原因になっていると考えられるような地磁気脈動が報告されている。アルヴェン波が DAW の性質をもつには、前節みたように大きな $k_{\perp}$ が必要、つまり磁力線に垂直方向に局在化していることが必要である。オーロラ加速に重要であると思われる低温極限の場合、このスケールは電子の慣性長程度であるが、これは電離層に投影したときに数 km から数百 m になる。これは最近の観測による Discrete Aurora の厚さに一致する[9]。したがって、Discrete Aurora に対応する地磁気脈動は DAW の定在波で、それに伴う平行電場でオーロラ粒子を加速していると考えられる⁵。

このような定在波では電離層での反射が重要になってくるが、もっと高い周波数レンジ(1 Hz から 10 Hz 程度)の波動については、電離層の影響は無視できる。この場合(1)から、波動の電場と磁場が互いに垂直で、その比 $\delta E / \delta B$ は波の位相速度 $\omega / k_{\parallel} \sim V_A$ に対応することがわかる。近年のロケット / 人工衛星観測では電場、磁場を直接の高精度・高分解能で観測することが可能なので、得られたデータとアルヴェン速度を直接比較することによって、観測された電磁場の擾乱がアルヴェン波かどうかを判定することができる。北欧の Freja や米国の FAST といった人工衛星などによって、DAW と思われる擾乱が観測され、また、それによるとみられる電子加速も報告されている[10-12]。

さらに DAW に関する近年の話題として重要なのは、室内実験であろう。大型の実験装置による室内実験で、実際に DAW を励起し、分散性や粒子加速などが理論と一致することが確かめられてきている[13,14]。これらは DAW の存在のハードエビデンスであり、今後、人工衛星観測や理論・シミュレーションなどと相補的な重要な研究手段になっていくに違いない。

⁵ただし、これはオーロラ粒子加速がすべて DAW でなされるという意味ではない。粒子加速の中に、DAW に対応する部分があるということである。

⁶これはアルヴェン波がオーロラ加速領域を横切る時間より十分に長い。

以上では最近の DAW の観測・実験事実を紹介したが、それではオーロラ電子加速については DAW ですべて説明できるのかと言うと、すくなくとも筆者は そして多分、多くの研究者は そういう感覚はもっていない。オーロラ加速領域に DAW が存在することは確実で、そこでなされる電子加速のいくつかのものについては DAW が原因であるとは言えるだろうが、オーロラ電子加速のすべてを DAW で説明するにはいろいろと無理がある。たとえば、単純な DAW のモデルでは定常的な平行電場を作れないという問題がある。(7)式で ω / k_z を一定にして $\omega \rightarrow 0$ をとると $E_z \rightarrow 0$ となる、つまり時間変化が存在しないと平行電場はゼロである。ところが、実際には数分から十数分の間⁶、ほぼ定常的にでているオーロラも頻繁にみられるのである。

これらの問題を克服するために微視的乱流による異常抵抗[15,16]や、非線形効果[17]、ミラー効果[18,19]などを考慮にいれたメカニズムが提案されている。紙面の関係でこれらの個々について詳しく述べるわけにはいかないが、ひとことで言ってしまうと、なんらかの方法で電子の平行方向の移動度をおさえようという試みである。前節で見たように、低温極限で DAW の平行電場をささえているものは電子慣性であるが、それよりも電子を動きにくくするなんらかのメカニズムがあれば、大きな平行電場が得られるはずである。そこで異常抵抗やミラー力によって電子の動きをおさえやるとというのが、これらのモデルの基本的な考えである。

この定常電場を作るという問題は一例だが、ほかに DAW によるオーロラ電子加速の解明については、まだまだ解かなくてはいけない問題が多く、また、DAW だけですべてが説明できとも思えない。広い視野に立った今後の研究の発展がまたれるところである。

7.5 まとめ

本稿では“運動論的”アルヴェン波(DAW)とよばれる波動の基礎的なところを平易に解説し、本質的には、「イオンによる分極電流」+「電子流体の平行方向の運動方程式」+「マクスウェル方程式」だけで理解できる簡単なものであることを示した。DAW が磁気圏物理に重要なのは、その沿磁力線電場がオーロラ電子の加速に関連あると考えられるからだが、近年の高精度・高分解能の観測によって、オーロラとアルヴェン波的な構造の密

接な関係が指摘されている。また、沿磁力線電場形成の有力候補とみられていたダブルレイヤーの旗色が、最近いささか悪いところなどをみると、DAWの研究の今後が期待される。また、オーロラ加速領域のみならず、磁気圏尾部などの地球磁気圏の他の領域や、パルサーなどの他天体へのDAWの応用の可能性も指摘されている。

最後になったが、本稿の執筆にあたり、貴重なコメントをいただいた吉川顕正博士、緒岡倫子博士に謝意を表したい。

参考文献

- [1] A. Hasegawa, J. Geophys. Res. 81, 5083 (1976).
- [2] T.K. Nakamura, J. Geophys. Res. 94, 111 (1989).
- [3] R.L. Lysak, J. Geophys. Res. 101, 5085 (1996).
- [4] J.E. Borovsky, J. Geophys. Res. 98, 6101 (1993).
- [5] C.K. Goertz and R.W. Boswell, J. Geophys. Res. 84, 7239 (1979).
- [6] K. Stasiewicz *et al.*, Space Sci. Rev. 92, 423 (2000).
- [7] B.-L. Xu *et al.*, J. Geophys. Res. 98, 11531 (1993).
- [8] N. Nosé *et al.*, J. Geophys. Res. 103, 17587 (1998).
- [9] T.S. Trondsen and L.L. Cogger, J. Geophys. Res. 103, 9405 (1998).
- [10] C.A. Kletzing, J. Geophys. Res. 99, 11095 (1994).
- [11] K. Stasiewicz *et al.*, Geophys. Res. Lett. 27, 173 (2000).
- [12] C.C. Chaston *et al.*, Geophys. Res. Lett. 26, 647 (1999).
- [13] Y. Amagishi, ITEE Trans. Plasma Sci. 20, 622 (1992).
- [14] J.E. Maggs, Phys. Plasmas. 4, 1881 (1997).
- [15] R.L. Lysak and C.T. Dum, J. Geophys. Res. 88, 365 (1983).
- [16] A.V. Streltsov and W. Lotoko, J. Geophys. Res. 104, 4411 (1999).
- [17] K. Ronnmark, Geophys. Res. Lett. 26, 983 (1999).
- [18] R.J.C. Rankin, J.C. Samson and V.T. Tikhonchuk, Geophys. Res. Lett. 26, 3601 (1999).
- [19] T.K. Nakamura, J. Geophys. Res. 105, 10729 (2000).