改良されたマイクロ波反射法を用いた 衝撃波プラズマの測定

船橋昭昌・武田 進（名大工）

（1965年2月13日受理）

ABSTRACT

A microwave reflection probe is applied to the measurement of very high electron densities and collision frequencies in plasmas produced by shock waves. The electron density and collision frequency are calculated from a complex reflection coefficient at the sharp boundary of the plasma which exists at the end of the electromagnetically-driven shock tube.

Electron densities from 1×10^{16} to $6 \times 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ and electron collision frequencies of the order of 10^{10} sec^{-1} which are unsuccessful to be determined in the previous report are here measured by an X-band(9000MC) microwave reflection probe for a decaying plasma which follows that produced by a shock wave reflected at the tube end. The Mach number of the shock wave is ~

Improved Microwave Reflection Measurement of
Plasmas Produced by Shock Waves.

Akimasa Funahashi and Susumu Takeda
Faculty of Engineering, Nagoya University

15 in Argon at an initial pressure of 0.3mmHg.

In addition, the electron temperature is estimated from the measured electron density and collision frequency, using the electron temperature dependence on the electron-ion collision frequency.

It is found that the temperature of electrons in the after-glow plasma which continues after a shock wave is sustained for a relatively long time. This is a same tendency of a slow temperature decrease, which is estimated from the temperature dependence on the recombination coefficient as described in the previous report.

§1 ま え が き

規格化電子密度 η をプラズマ周波数 ω_p とマイクロ波周波数 ω との比の平方, 即ち $(\omega_p/\omega)^2$ と定義すると, η がほぼ1の所でマイクロ波は cut-off となり, 透過法では $\eta > 1$ なるプラズマの電子密度の測定は不可能である。しかしプラズマの境界におけるマイクロ波の複素反射係数に注目することにより, $\eta > 1$ なる比較的高密度プラズマに対しても, 電子密度の測定が可能であり, 同時に電子の collision frequency も測定できることが筆者らの一人によって提案されている。⁽¹⁾ これがマイクロ波反射法であり, 実験的には, X-band (9000 MC 帯) を使って, 導波管内のアフターグロープラズマ⁽²⁾ 及び導波管中の衝撃波でできるプラズマ⁽³⁾ に対して, $10^{12} \sim 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ の電子密度を測定している。

導波管中の衝撃波プラズマの実験では,⁽³⁾ 測定された電子密度は電離を考慮した Rankine Hugoniot の式等から計算される⁽⁴⁾ 電子密度よりも低く, また電子の collision frequency の測定では合理的な値を示さなかった。この collision frequency 測定の不成功の理由は, 主として衝撃波管壁における heat loss, friction loss 等によりプラズマの管径方向の電子密度分布が一様でないことによると推論したが, R. A. Brandewie and E. M. Williams⁽⁵⁾ が指摘したごとく, プラズマの径方向の電子密度分布を実際に測定するまでには致らなかった。

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

この点を改良するために、マイクロ波反射プローブ⁽⁶⁾⁽⁷⁾を用い、衝撃波管の中央部の電子密度がほぼ一様である個所について測定することにより、collision frequency 決定の際に大きな支障となる電子密度の径方向分布の影響は、これを取り除くことができると考えられる。本実験では、X-band (9000 MC帯) 標準導波管よりテーパをつけて開口面の大きさ $3 \times 23 \text{ mm}^2$ としたものをマイクロ波反射プローブとして、これを内径 50 mm の T 型衝撃波管に適用して測定を行った。

なお、一般にマイクロ波反射プローブとは、先端を開口した導波管にうすい絶縁物をはりつけたもので、これをプラズマに contact させ、その端におけるマイクロ波の複素反射係数からマイクロ波反射法の原理に基いて、プラズマの電子密度及び collision frequency を測定する "probe" である。

衝撃波管の軸に垂直にこのような反射プローブを適用すれば、進行中の衝撃波でできるプラズマの front 付近での測定も可能となる。

§ 2 マイクロ波反射法の原理

Sharp な境界を有するプラズマに垂直にマイクロ波が入射し、その境界面で反射される場合を考える。

図 1 に示すように、プラズマの sharp な境界面を Y-Z 平面、マイクロ波の伝搬方向を x 方向にとれば、入射波は $E \exp j(\omega t - k_0 x)$ 、反射波は $R E \exp j(\omega t + k_0 x)$ とかけ

複素反射係数 R は

$$R = \frac{k_0 - k}{k_0 + k} \dots (1)$$

で与えられる。ここで k_0 , k はマイクロ波の真空中及びプラズマ中での波数である。プラズマ中での減衰定数, 位相定数を $k_0 \alpha$, $k_0 \beta$ とすると, k は,

$$k = k_0 (\beta - j \alpha) \quad (2)$$

図 1

また $\eta \equiv \frac{\omega_p^{2*}}{\omega^2} = \frac{4\pi n e^2}{m \omega^2}$, $\delta \equiv \frac{\nu}{\omega}$ を使うと k は次のように書ける。

$$k = k_0 \left(1 - \frac{\eta}{1 - j\delta} \right)^{1/2} \quad (3)$$

ここで n 及び ν はプラズマの電子密度及び、電子の collision frequency である。

図2に示すような任意の点 x における電界の強さ、 $E(x)$ は

$$\begin{aligned} E(x) &= E \exp j(\omega t - k_0 x) + R E \exp j(\omega t + k_0 x) \\ &= E \exp j(\omega t - k_0 x) [1 + R \exp j(2k_0 x)] \end{aligned}$$

であり、検波器が二乗特性を有すると、その出力 $h(x)$ は、

$$h(x) = \frac{1}{4} |1 + R \exp j(2k_0 x)|^2 \quad (4)$$

ここで、 $h(x)$ の最大値が1になるように規格化してある。(1), (2) 式を (4) 式にに入れて

$$h(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{(1 - \alpha^2 - \beta^2) \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) - 2\alpha \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda} x\right) - 2\beta}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (5)$$

図2に示すように、 $x = -\frac{1}{8}\lambda$, $x = -\frac{3}{8}\lambda$ における検波器の出力を h_3 及び h_4 信号とすれば,**

$$h_3 = \frac{1}{2} + \frac{\alpha - \beta}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (6)$$

$$h_4 = \frac{1}{2} - \frac{\alpha + \beta}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (7)$$

* 導波管中を TE_{10} モードで伝搬するマイクロ波に対しては、 $\eta \equiv \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \left(\frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^2$ である。
ここで λ_g , λ は管内波長及び自由空間波長である。

** 導波管中を伝搬するマイクロ波に対しては (4) 式の k_0 を $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_g}$ として
 $x = -\frac{1}{8}\lambda_g$, $x = -\frac{3}{8}\lambda_g$ をいれれば、 h_3 及び h_4 は自由空間の平面波の場合と同じ様になる。

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

図 2

(6) (7) 式より

$$h_3 - h_4 = \frac{2\alpha}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (8)$$

$$h_3 + h_4 = \frac{\alpha^2 + \beta^2 + 1}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (9)$$

$$1 - (h_3 + h_4) = \frac{2\beta}{\alpha^2 + (1 + \beta)^2} \quad (10)$$

h_3, h_4 が決まれば (6), (7) 式によって α, β が決定でき, 更に (2), (3) 式に従って, η, δ 即ち, n 及び ν が求まる。

1) $\eta \gg 1 + \delta^2$ が成り立つときは,

(2), (3) 式より α, β は次のように近似できる。

$$\begin{cases} \alpha^2 = \frac{1}{2} \frac{\eta}{1 + \delta^2} (\sqrt{1 + \delta^2} + 1) \\ \beta^2 = \frac{1}{2} \frac{\eta}{1 + \delta^2} (\sqrt{1 + \delta^2} - 1) \end{cases}$$

これより、 η 及び δ を解くと

$$\eta = \frac{(\alpha^2 + \beta^2)^2}{\alpha^2 - \beta^2}, \quad \delta^2 = \left[\frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha^2 - \beta^2} \right]^2 - 1$$

更に、(8), (10)式を使うと、 η , δ^2 は⁽³⁾

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta = \frac{4}{(h_3 - h_4)^2 - \{1 - (h_3 + h_4)\}^2} \\ \delta^2 = \left[\frac{(h_3 - h_4)^2 + \{1 - (h_3 + h_4)\}^2}{(h_3 - h_4)^2 - \{1 - (h_3 + h_4)\}^2} \right]^2 - 1 \end{array} \right. \quad (11 a)$$

となる。

ii) $\delta^2 \ll 1$, $\eta > 1.0$ なる時は、

(2), (3)式より、 α , β は

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha = \sqrt{\eta - 1} \\ \beta = \frac{\eta \delta}{2\sqrt{\eta - 1}} \end{array} \right. \quad (12 a)$$

これらを(8), (10)式に代入すると、

$$h_3 - h_4 = \frac{2\sqrt{\eta - 1}}{\eta + \frac{\eta \delta}{\sqrt{\eta - 1}}}$$

$$1 - (h_3 + h_4) = \frac{\frac{\eta \delta}{\sqrt{\eta - 1}}}{\eta + \frac{\eta \delta}{\sqrt{\eta - 1}}}$$

この2式から、 η , δ を解くと、次のようになる。

$$\frac{\eta}{\sqrt{\eta - 1}} = 2 \left(\frac{h_3 + h_4}{h_3 - h_4} \right) \quad (13 a)$$

$$\delta = \sqrt{\eta - 1} \frac{\{1 - (h_3 + h_4)\}}{h_3 + h_4} \quad (13 b)$$

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

Ⅲ) $\delta^2 \cong 0$, $\eta > 1.0$ なら,

$\beta \cong 0$, $\alpha \cong \sqrt{\eta - 1}$ となって, (7) 式より

$$\frac{\eta}{\sqrt{\eta - 1}} = \frac{1}{0.5 - h_4} \quad (14)$$

(13) 式は, 今後の報告で, はじめて新たに導びかれたものである。

以上, (11), (13), (14) 式に示される如く, h_3 , h_4 の簡単な式でもって, η , δ をあらわすことができる。

§ 3 定在波測定器の設定位置がずれている時の補正⁽³⁾

マイクロ波反射法ではかなり高電子密度まで測定できるのが特徴で, 例えば $\eta \cong 4 \times 10^4$ 位まで detectable で, これは X-band マイクロ波で $n \cong 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ に対応している。しかしこのような高密度測定の際には, 定在波測定器の位置が正規の位置から少しでもずれていると測定結果に大きな影響を与えるので注意を要する。しかしたとえ, 定在波測定器の位置がずれていたとしても, 非常に高密度を有するプラズマに対する h_3 , h_4 信号の振巾がわかっていれば, これと実測した h_3 , h_4 信号との差を考えることによって, 定在波測定器の設定位置のずれの影響をなくすることができ, 精度よく実験データを処理できる。

今 h_3 , h_4 信号を観測するための定在波測定器の位置が正しい位置からそれぞれ微小距離 Δx_3 , Δx_4 だけずれていたため, その出力が $h_3(\Delta x_3)$, $h_4(\Delta x_4)$ になる場合を考え, 次のような Δh_3 , Δh_4 を導入する。

$$\Delta h_3 \equiv h_3(\Delta x_3) - h'_3(\Delta x_3)$$

$$\Delta h_4 \equiv h'_4(\Delta x_4) - h_4(\Delta x_4)$$

ここで $h'_3(\Delta x_3)$, $h'_4(\Delta x_4)$ は, 反射法によっても, detectable でないような高電子密度に対する, ずれた位置での h_3 , h_4 信号である。(図.3 参照 この図では, $h_3(\Delta x_3)$, $h'_3(\Delta x_3)$ 等は略して単に h_3 , h'_3 等としてある。)

η , δ は Δh_3 , Δh_4 を使って次のように示される。即ち, $\eta \gg 1 + \delta^2$ の時

$$\eta \cong \frac{4}{(\Delta h_3 + \Delta h_4)^2 - (\Delta h_4 - \Delta h_3)^2} \quad (15 a)$$

$$\delta^2 \cong \left[\frac{(\Delta h_3 + \Delta h_4)^2 + (\Delta h_4 - \Delta h_3)^2}{(\Delta h_3 + \Delta h_4)^2 - (\Delta h_4 - \Delta h_3)^2} \right]^2 - 1 \quad (15 b)$$

図 3

更に,

$$\Delta h_3 + \Delta h_4 \gg \Delta h_4 - \Delta h_3 \text{ なら,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \eta \approx \frac{4}{(\Delta h_3 + \Delta h_4)^2} \end{array} \right. \quad (16 a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \approx 2 \left(\frac{\Delta h_4 - \Delta h_3}{\Delta h_3 + \Delta h_4} \right), \end{array} \right. \quad (16 b)$$

となる。

§ 4 実 験 装 置

実験装置の概略図を図 . 4 に示す。

スイッチ S を on することにより, シンクロを掃引し, 同時に Trigger pulse generator を働かせ, 衝撃波管内の放電をスタートさせ, 更に Delay 回路を通じてクライストロンにパルス (cut off) 変調をかける。定在波測定器は増巾器を経て, シンクロにつながっている。増巾器は, 利得約 40^{db} , 帯域巾 1 MC のトランジスタ増巾器である。

衝撃波管は内径 50 mm, 長さ約 50 cm の T 型 tube で, コンデンサの容量は $16 \mu F$, 定格 15 K V でその端子は火花スイッチ (図 5 参照, 全体の構造が同軸型なので低インダクタンスである。) を経て, 衝撃波管の電極に接続されている。この回路系の自由振動の周波数は約 80 K C である。

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

図 4

図 5 Input cable は 4 本で、それぞれが $4 \mu F$ のコンデンサに接続している。

測定系のマイクロ波は X-band を使用した。マイクロ波反射プローブは X-band 標準導波管 ($23.0 \times 10 \text{ mm}^2$) よりテーパをつけて開口面 $23.0 \times 3 \text{ mm}^2$ としたものを導波管として用い、その端にマイカをはりつけ、フランジを経て衝撃波管の端につながっている。測定に用いた X-band 反射プローブの写真を図 6 に示す。

Delay 回路を通じて、巾 $1 \sim 20 \mu \text{ sec}$ 、約 50 V のパルスがクライストロン (2K 25)

図 6

のリペラーに加えられ、その結果パルス巾の間だけ、マイクロ波は cut-off となる。この cut off level を規準として定在波測定器の振巾を容易に求めることができる。マイクロ波反射プローブの端から $\lambda_g/2$ なる距離に movable short plate を挿入することにより、定在波測定器の出力の振巾から図 2 で示されたような定在波形を求め、その出力の振巾が最大振巾の $1/2$ になる点 (つまりマイクロ波反射プローブの端から $(\frac{4n+1}{8}) \lambda_g$ 、及び $(\frac{4n+3}{8}) \lambda_g$ なる点) に定在波測定器を設定する。

§ 5 実験及び結果

先ず前もってマイクロ波反射プローブを衝撃波管からはずし、反射プローブを自由空間に向けて、スタブを使用して matching をとり、プローブの端からの反射がないようにしておく。

(本実験では、反射プローブにフランジをつけたままの状態 で matching を取った。)

測定に用いたマイクロ波周波数は 9473 MC で、このときの自由空間波長は $\lambda = 3.17 \text{ cm}$,

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

及び管内波長は $\lambda_g = 4.37 \text{ cm}$ である。 $\eta = \frac{\omega^2}{\omega_p^2} \left(\frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^2$, $\delta = \frac{\nu}{\omega}$ なる式より, η と n 及

$$\begin{cases} n = 0.581 \times 10^{12} \eta \text{ (cm}^{-3}\text{)} & (17 \text{ a}) \\ \nu = 5.95 \times 10^{10} \delta \text{ (sec}^{-1}\text{)} & (17 \text{ b}) \end{cases}$$

となる。

Movable short plate を用いて定在波測定器を反射プローブの端から $\left(\frac{4n+1}{8} \right) \lambda_g$ $\left(\frac{4n+3}{8} \right) \lambda_g$ なる位置に設定し, h_3, h_4 信号を観測する。

衝撃波が進行してきて, 衝撃波管の端 (即ち, 反射プローブの端) に当たると, 反射衝撃波として, すでに入射衝撃波により作られたプラズマ中を伝搬して行くが, その背後には高ガス温度高電子密度のアフターグロープラズマが出来る。

図7は $p = 0.3 \text{ mmHg}$, アルゴン, マッハ数1.5なる衝撃波が反射プローブの端で反射されることにより出来るアフターグロープラズマについて観測された h_3, h_4 信号の一例である。図7に見える h_3', h_4' は衝撃波のフロントにおける h_3, h_4 信号であり, そこでは電子密度が高すぎて, X-band 反射プローブでは detectableではない。図7より $\Delta h_3 \equiv h_3 - h_3'$, $\Delta h_4 \equiv h_4' - h_4$ なる $\Delta h_3, \Delta h_4$ を求め, 図8に Δh_3 , 及び Δh_4 対時間のプロットして示す。

$t < 300 \mu\text{sec}$ では, アフターグロープラズマの電子密度は高く, $\eta \gg 1 + \delta^2$ が成り立ち, (15)式を使って, 各瞬間での η, δ 更に (17) 式によって n 及び ν が決定できる。

図9にはこのようにして得られた電子密度及び collision frequency, ν を時間に対してプロットしたものである。ただし電子密度のプロットの低い2点 ($\eta = 2, 1$ に対応する) は図7の h_4 曲線を補正して求めてある。(図10参照)

一般に電子の collision frequency, ν は中性原子との collision frequency, ν_{en} とイオンとの collision frequency, ν_{ei} との和で与えられ, $\nu = \nu_{ei} + \nu_{en}$ とかける。衝撃波のできるプラズマに対しては, 良く知られているように, 衝撃波の速さが決まれば, プラズマの電子密度, 電子温度及び中性原子の圧力等は一義的に定まり, (4) 高いマッハの衝撃波では, 低圧, 高電子密度のプラズマができ, ν_{en} は ν_{ei} に比べて無視でき, (低

図 7

100 μ sec.

A : Discharge starts.

B : Shock wave arrives at the tube end.

C : Cut-off pulse.

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

図 8

いマッハでは電離度が上らず、 ν_{en} がかなり効いてくる。) 本実験のようなマッハ数15の衝撃波でできるプラズマに対しては、 $\nu = \nu_{ei}$ と考えてよい。また ν_{ei} と電子密度 n_e 及び電子温度 T_e との関係は

$$\nu_{ei} = 3.64 n_e T_e^{-3/2} \ln \left(1.25 \times 10^4 \frac{T_e^{3/2}}{n_e^{1/2}} \right) \quad (18)$$

で与えられ⁽⁸⁾，この式を使って計算された ν_{ei}/n_e 対 T_e のプロットを図11に示す。

前に測定された電子密度及び collision frequency (図9)より図11を用いて T_e が評価できる。このようにして得られた電子温度の値も時間に対してプロットして、図9に示されている。

終りに、本実験はマイクロ波反射はプローブを用いて、衝撃波プラズマの電子密度及び collision frequency が測定可能であることを示すのを主目的としており、ガスの純度には注意を払わず行ったので、かなり悪かったと思われる。

図 9

改良されたマイクロ波反射法を用いた衝撃波プラズマの測定

図.10

図.11

参 考 文 献

- (1) S. Takeda and M. Roux, J. Phys. Soc. Japan 16, 95 (1961)
- (2) T. Tsukishima and S. Takeda, J. Appl. Phys. 33, 3290 (1962)
- (3) S. Takeda and T. Tsukishima, J. Phys. Soc. Japan 18, 426 (1963)
- 築島, 武田 核融合研究 vol 9. 44, 167 (1962)
- (4) A. Kantrowitz et al. J. Appl. Phys. 23, 1390 (1952)
- (5) R. A. Brandwie and E. M. Williams, J. Appl. Phys. 35, 2299 (1964)
- (6) S. Takeda and T. Tsukishima, J. Appl. Phys. 35, 2548 (1964)
- (7) 築島, 武田 核融合研究 vol 12, 139, (1964)
- (8) L. Spitzer Physics of Fully Ionized Gases, 2nd edition. p.135.