磁場中プラズマのマイクロ波伝播*

渡辺博茂・杉田慶一郎(東北大・工)**

長尾重夫(名大プラズマ研)***

(1965年3月15日受理)

§1 は し が き

我々はホイスラー・モードによる電子プラズマの加熱実験を行っているが、今回は、小出力のマイクロ波によるホイスラー・モードを含んだ波の伝播特性に関する実験結果を報告する。

ここで取り扱われているのは、静磁場に沿って伝播するマイクロ波の透過及び減衰に関する特性である。

よく知られている様に、プラズマ中を静磁場に沿って電磁波が伝播する場合、波は2つの円偏波になる。波の電界が電子のサイクロトロン運動の向きと同方向に回転するか、反対方向であるかに従って、それぞれ、右廻りの円偏波(r -wave)及び左廻りの円偏波(ℓ -wave)と定義されている。

ホイスラー・モードは、その周波数 ω が電子のサイクロトロン周波数 ω_{ce} 及び電子のプラズマ周波数 ω_{pe} よりも低い場合の r -waveの事である。

自然界に於て生ずるホイスラー・モードに関する観測は旧く19世紀の後半にまでさかのぼる事が出来る。⁽¹⁾ しながら実験室内でのプラズマに於ては1960年 Gallet 等⁽²⁾が ZETA で観測したのが最初である。その後 Consoli⁽³⁾, Mahaffy⁽⁴⁾, Dellis⁽⁵⁾等によっても報告され

* Microwave Propagation through a Plasma in a Magnetic Field

** Hiroshige Watanabe and Keiichiro Sugita (Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai)

*** Shigeo Nagao (Institute of Plasma Physics, Nagoya University, Nagoya)

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

ている。

ホイスラー・モードは、種々の特別な性質を持っているのでプラズマ診断やプラズマ加熱等に関連して最近興味を持たれて来ている。

その主な性質をあげると

- (i) プラズマ中の電子のサイクロトロン周波数よりも低い周波数の時は高密度のプラズマ ($\omega < \omega_{pe}$) 中でも伝播し得る。
- (ii) ホイスラー・モードに対しては、プラズマは非等方性を示す。即ち波のエネルギー伝播は静磁場に沿った比較的狭い円錐形 (cone) 内に限られる。 ($|\varphi| < \cos^{-1} \sqrt{8} = 19^\circ 28'$)
- (iii) 屈折率 n が非常に大きくなり得る。

$\omega < \omega_{ce} < \omega_{pe}$ の周波数領域に於ては、その最小値が $\omega_{ce} = 2\omega$ の所で生じ $n \sim 2\omega_{pe} / \omega_{ce}$ に等しい。

このようにして屈折率が容易に 100 又はそれ以上の値になり得る。従ってプラズマ中での波長自由空間での波長に比べて、それに相当するだけ短くなる。

- (iv) プラズマは高度に分散性を示す。

この性質はプラズマパラメータの測定に対して十分な精度を与えてくれるであろう。

- (v) 電子のサイクロトロン周波数の近傍に於て強い共鳴現象を示す。(サイクロトロン共鳴)

この性質は電子の加熱に利用出来る。

- (vi) 波は磁力線のまわりをまわる電子と同じ方向をもつた円偏波である。

以上の如く、ホイスラー・モードはプラズマ中では波長が非常に短くなるので(iii)、実験室内の適当な大きさのプラズマに於ても、無限媒質中での平面波理論が適用出来る事が期待され、理論と実験の比較が容易になる。

§ 2 理 論

プラズマの熱運動効果を見捨てた謂ゆる冷たいプラズマ (cold plasma) 中での波動現象は Allis 等⁽⁶⁾により wave normal surface のトポロジー的形狀の分類により一般的に取り扱われている。磁場中におかれた無限で均一なプラズマ中の波の屈折率 n は Appleton の方程式により次の如く与えられる。⁽⁷⁾⁽⁸⁾

$$n^2 = 1 - \frac{\alpha}{1 - i\gamma - \frac{1}{2}\beta^2 \sin^2 \theta / (1 - \alpha - i\gamma) \pm \left[\frac{1}{4}\beta^4 \sin^4 \theta / (1 - \alpha - i\gamma)^2 + \beta^2 \cos^2 \theta \right]^{1/2}} \quad (1)$$

ここで $\alpha = \omega_{pe} / \omega^2$, $\beta = \omega_{ce} / \omega$, $\gamma = v / \omega$

θ は $\vec{B}_0$ と波の伝播方向とのなす角、 v ; 衝突周波数

Eq (1)の一般的な振舞を理解するためにFig.1及びFig.2に於て n^2 の α 及び β による変化を示す。いずれの場合にも $\gamma = 0$ としている。

Fig. (1), (2)の(a)は一定磁場のもとに($\beta = \omega_{ce} / \omega \leq 1$)電子密度($\alpha = \omega_{pe}^2 / \omega^2$)が変化した場合の波の伝播特性と屈折率の値を示している。同図(b)は密度一定の場合に磁場が変化した時のものを表わしている。

実験は磁場に対して $\theta = 0$ 及び $\pi/2$ なる角度で伝播する場合を示し、その中間領域 $0 < \theta < \pi/2$ は斜線で示されている。右下りの斜線はEq (1)に於て(-)符号、左下りの斜線は(+)符号にそれぞれ対応している。

$\theta = 0$ 且つ $\gamma \ll 1 - \alpha$ の時、Eq. (1)は

$$\operatorname{Re}(n^2) = 1 - \frac{\alpha}{1 \pm \beta} \quad (2)$$

(-)符号は右廻り、(+)符号は左廻りの円偏波を表わす。この場合Fig. 1、Fig. 2から次の事が結論される。

r-wave について;

(i) $\beta > 1$ の時は、すべての α の値に対して伝播する。(Fig. 2(a))常に $n^2 > 1$ である。

(ii) $\beta > 1$ 、 $\alpha > 1$ の時は、ある $\theta = \theta_c$ 以内の角度でのみ伝播可能である。(Fig. 2(a))、(ホイスラー・モード)

(iii) ホイスラー・モードは β が1に近づくに従って $n^2 \rightarrow \infty$ (サイクロトロン共鳴)になり $\beta = 1$ をよぎっては伝播し得ない。(Fig. 2(b))

(iv) $\beta > 1$ 、 $\alpha < 1$ の場合は $n^2 > 1$ である。(Fig. 1(b))

(v) $\beta < 1$ の場合、 α が小さい時のみ伝播可能である。 $n^2 < 1$ である。(Fig. 1(a))

l-wave については伝播領域では、常に $n^2 < 1$ である。

§3 実験装置

装置は Fig.3に示されている。

放電管は、パイレックス・ガラス製 7.5 cm ϕ x 11 cmで矩形波電流パルス(パルス幅 20 μ sec MAX. 6KA)により作られたアフターグロー・プラズマを使用。

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

Fig. 1

屈折率 n^2 の $\alpha < 1$ 又は $\beta < 1$ の場合の値

Fig. 2

屈折率 n^2 の $\alpha > 1$ 又は $\beta > 1$ の場合の値

Fig. 3 実験装置図

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

使用ガス、アルゴン。気圧 $P = 5 \times 10^{-3} \sim 1 \times 10^{-2} \text{ mmHg}$ 。

マイクロ波周波数 $f = 9650 \text{ Mc/S (klystron 2K25)}$ 。

静磁場は直流マグネットを使用。最大磁場 5.5 K G 。円偏波器及び円偏波検出器として、Fig. 4 に示されている様な、導波管 (JWR-10) の広側面に切られたX-スロット・アンテナを使用している。(9)

Fig.4 X-スロット・アンテナ

図に示されている如く、静磁場 B の極性を反転する事により、右廻り及び左廻りの円偏波が得られる。

§4 実験結果

(i) マイクロ波伝播特性

磁場に平行に伝播する円偏波の代表的な例を Fig. 5 に示す。上の線 A はマイクロ波出力であり、下の線 B は放電電流波形で、横軸 (時間軸) は $50 \mu\text{SEC/div}$ である。信号は下の方向を正としている。

図(a),(b)の A は、電子のサイクロトロン周波数を与える磁場 B_c よりも大きい磁場、即ち $B_0 > B_c$ の場合のマイクロ波出力である。(c)及び(d)は $B_0 \cong B_c$, (e)及び(f)は $B_0 < B_c$ の場合である。

(a),(c),(e)は右廻りの円偏波、(b),(d),(f)は左廻りの円偏波である。

Fig. 6 は r-wave 及び l-wave について伝播しはじめる時間 (電子密度に対応) と透過波の振幅 (相対値) を静磁場の函数として求めたものである。

Fig. 5

マイクロ波出力(A 0.01V/div)及 ω 放電電流波形(B, 2.5KA/div)
gas; Ar $P = 8 \times 10^{-3}$ mmHg 横軸 50 μ sec/div

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

Fig. 6 磁場に対する波の伝播開始時間
及び伝播波振幅値

(ii) 電子密度及び電子温度の測定

アフター・グロー・プラズマの密度及び温度の時間変化をダブル・プローブにより求めた。

Fig. 7は磁場 $B_0 = 5.3 \text{ K G}$ の場合の矩形波放電パルス印加後の時間をパラメータとしてプロットしたものである。

同図225 μsec の特性に点線で示されている如くイオン飽和電流プラトーと縦軸との交点の電流値 i_s 及び特性の原点での接線と飽和電流プラトー延長線との交点を与える電圧を V_s とする。

Johnson-Malter¹⁰のダブル・プローブに関する理論によると電子温度 T_e 及び電子密度 n_e は、 i_s 及び V_s によって次のように表わす事が出来る。

$$T_e = \frac{e V_s}{2 \kappa} \quad (\text{eV}, \text{v}) \quad (3)$$

$$n_e = 1.34 \times 10^{27} \frac{i_s}{A_s} \left(\frac{M}{T_p} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{ケ/cc}, A) \quad (4)$$

ここで e ; 電子の電荷量, k ; ボルツマン定数

M ; イオン質量 (A_r , $M = 6.65 \times 10^{-23} \text{ gr}$)

T_p ; イオン温度 ($^{\circ}\text{K}$)

A_s ; sheath の面積

Eq. (4)に於てイオン温度 T_p のみが unknown 量である。アフタグローという事を考慮して $T_p \sim 10^3 \text{ }^{\circ}\text{K}$ と仮定する。この時ソースの面積は電子温度 T_e のみの函数となる。今プローブの表面積を A_p (直径 0.5 mm 、長さ 7 mm) とすると

$$A_s = \zeta(T_e) A_p \quad (5)$$

電子温度 T_e が 1 eV の附近では $\zeta(T_e) \sim 1.05$ 位の値となる。以上の関係式を使って、磁場をパラメータとして電子温度及び電子密度を求めたものが Fig. 8 に示されている。

§ 5 討 論

Fig. 5 に示されている如く、 r -wave と ℓ -wave の伝播の様子はかなり異っている。 $\beta = \omega_c / \omega > 1$ の時 r -wave の振幅は cold 状態 (プラズマのない状態) の約 3 倍になっている。この事実は r -wave に対してプラズマが非等方性を示すためと考えられる。 $200 \mu \text{ sec}$ における電子密度はダブルプローブの測定から $n_e \sim 10^{13} \text{ ケ/cc}$ 即ち $\alpha = \omega_p^2 / \omega^2 \sim 10$ であり、overdense plasma 中を伝播している事からホイスター・モードである事は明らかである。Fig. 5 (b) の ℓ -wave が伝播しはじめる時の密度は Eq. (1) の (+) 符号の式で与えられる。従って $n^2 = 0$ となる α を求めると $\alpha = 1 + \beta$ である。(Fig. 2(a))。今の場合、 $\beta = 1.5$ であるので、 $\alpha = 2.5$ 。この時の電子密度は $n_e \sim 2.8 \times 10^{12} \text{ ケ/cc}$ 。一方ダブルプローブ測定結果から、この点に於ける電子密度を求めれば $n_e \sim 3.5 \times 10^{12} \text{ ケ/cc}$ である。プローブ測定の精度から考えて、両者は略々等しいとみなせるであろう。

又(a)に於て $280 \mu \text{ sec}$ のあたりで大きなピーク値を持っている。この点での電子密度は $\alpha = \omega_p^2 / \omega^2 \sim 1$ である。これはアンテナ系が有限の大きさのため、ある小さな θ (磁場と波の進行方向のなす角) をもった平面波が存在して、これらがプラズマ振動と couple して生じる plasma resonance effects によるものと考えられる。 $250 \mu \text{ sec}$ 附近のくぼみは、アンテナ間に於ける波の multi-reflection の影響によるものであろう。

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

$\beta \cong 1$ の場合 (Fig. 5 (c) . (d)) r -wave は伝播せず ℓ -wave のみが伝播している。これは r -wave が電子と強く相互作用をする事を示している。(サイクロトロン共鳴)、一方 ℓ -wave は電子とは反対方向に回転しているので相互作用をせず波は伝播する。
 $\beta < 1$ の場合 (Fig. 5 (e) (f))、 r, ℓ -wave は共に類似の伝播特性を示しているが、特に r -wave の方は密度の低い側でのみ伝播している。

Cold plasma 理論においては、ホイスラー・モードは $\beta > 1$ であれば電子密度の上限には何等の制限なく伝播可能であるが、我々の実験に於いては Fig. 5 (a) から分るように $\alpha > 10$ の領域では伝播していない。これはプラズマが全くの cold 状態ではなく、有限の温度 ($T_e \sim 1 \text{ eV}$) を持っているため Coulomb collision が作用して、波が減衰してしまうと解釈出来る。この場合、電子と中性粒子との衝突は Coulomb 相互作用による衝突と比べると、電子温度が低いために、オーダー的にはかなり小さい。電子-アルゴン中性粒子との collision frequency ν_0 は

$$\nu_0 = n_0 \sigma_{e-A} u \quad (6)$$

n_0 : A_r 粒子密度 σ_{e-A} : 電子-アルゴンの cross section

u : 電子の相対速度

B. Kivel ⁽¹¹⁾ の電子-アルゴン中性粒子に対する cross section 表から σ_{e-A} を求めると、 $T_e = 1 \text{ eV}$ の時

$$\sigma_{e-A} = 1.5 \times 10^{-16} \text{ cm}^2, \quad P = 8 \times 10^{-3} \text{ mmHg において}$$

$$n_0 = 2.8 \times 10^{14} \text{ cm}^{-3}, \quad u = 6 \times 10^7 \text{ cm/sec}$$

$$\text{従って、} \quad \nu_0 = 2.5 \times 10^6 \text{ sec}^{-1}$$

一方電子-イオンの衝突周波数は Gurevich ⁽¹²⁾ の式によれば

$$\nu_{e-i} = 3.6 (\ell n A - 0.7) n_e T_e^{-\frac{3}{2}}$$

$$n_e \sim 10^{14} \text{ ケ/cc}, \quad T_e \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K} \quad \ell n A \sim 10 \text{ とすると}$$

$$\nu_{e-i} \sim 3.6 \times 10^9 \text{ sec}^{-1}$$

従って $\nu_{e-i} / \nu_0 \sim 10^3$ となり、電子-中性粒子の衝突は、この場合無視出来る。

次に減衰距離を評価する。衝突を考慮した場合屈折率 n は複素数となる故、 $\text{Re}(n) = \mu$ 及び $\text{Im}(n) = \chi$ とすれば Eq. (1) に於て $\theta = 0$, $\gamma \ll 1 - \alpha$, $\mu \gg \chi$ のもとでは

$$\mu^2 = 1 - \frac{\alpha}{1 \pm \beta} \quad (7)$$

Fig. 7 Double Probe 特性

Fig. 8 電子密度及び電子温度

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

$$\chi = \gamma \frac{(\mu^2 - 1)^2}{2\mu\alpha} \quad (8)$$

従って減衰距離 ℓ は

$$\ell = \frac{c}{\omega\chi} = \frac{2c\mu\alpha}{\nu(\mu^2 - 1)^2} \quad (\nu: \text{collision frequency}) \quad (9)$$

$$n_e \sim 10^{14} \text{ ケ/cc } (\alpha \sim 10^2), T_e \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}, B_0 = 5.3 \text{ K}\Gamma (\beta=1.5)$$

$$\nu_{e-i} \sim 3.6 \times 10^9 \text{ sec}^{-1} \text{ の時}$$

$$\ell \sim 0.6 \text{ cm}$$

となって、波は伝播しない。

次に Fig. 5 (a) で波が伝播しはじめる附近での減衰距離を求めると、この時は $n_e \sim 10^{13}$ ケ/cc, $T_e \sim 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$, $B_0 \sim 5.3 \text{ K}\Gamma$, $\nu_{e-i} \sim 3.6 \times 10^9 \text{ sec}^{-1}$ である故

$$\ell \sim 2.0 \text{ cm}$$

この実験では、プラズマの長さが 11 cm であるので波は伝播し得る。

以上で判る様に密度が大きくなって衝突が無視出来ない領域に於ては、熱運動効果がきいて来てもはや cold plasma 理論は適用出来ない。

次に分散式 (dispersion equation) に対する熱運動効果について考察する。

Boltzmann-Vlasov の方程式及び Maxwell の方程式から、右廻りの円偏波に対する分散式を求めれば

$$n^2 = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} = 1 + \frac{\omega_p^2}{k a \omega} Z\left(\frac{\omega - \omega_c}{k a}\right) \quad (10)$$

ここで $a^2 = \kappa T / 2m$, κ : Boltzmann 定数, k : 波長定数

$$Z(\phi) = \pi^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\exp(-t^2)}{t - \phi} dt \quad (11)$$

$Z(\phi)$ は plasma dispersion function ⁽¹³⁾ である。

low temperature limit に於ては $|\phi| \gg 1$ である故、 $\text{Im } Z$ は無視出来る。

そして

$$\text{Re } Z(\phi) = -\pi^{-1/2} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n - \frac{1}{2}\right) \phi^{-(2n+1)} \quad (12)$$

それ故

$$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} - \frac{\omega_p^2 k^2 a^2}{2\omega(\omega - \omega_c)^3} - \frac{3\omega_p^2 k^4 a^4}{4\omega(\omega - \omega_c)^5} \dots \quad (13)$$

高次の項を無視して屈折率 n^2 を求めれば

$$n^2 = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} = \frac{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)}}{1 + \frac{\omega_p^2 a^2 \omega}{2c^2(\omega - \omega_c)^3}} \quad (14)$$

分母の第2項は $n_e \sim 10^{14}$ ケ/セ $T_e \sim 10^4$ °K $B_0 \sim 5.3$ KG の時

$$\left| \frac{\omega_p^2 a^2 \omega}{2c^2(\omega - \omega_c)^3} \right| \sim 4 \times 10^{-2} \ll 1$$

従って分散式については有限の温度効果は無視出来る。この時分散式は

$$n^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega - \omega_c)} \quad (15)$$

となって cold plasma 理論より導かれた式 (Eq (7)) と一致する。

最後にプローブ測定に対する磁場の影響について述べる。Eq. (3)(4)は $B_0 = 0$ の場合の関係式であるがダブル・ローブの場合はシングル・プローブと異なって飽和電流値はイオンによって規定される。それ故、静磁場の影響がきいて来るのはイオンの Larmor 半径 ρ がプローブに於ける sheath の厚さに比べて小さい場合だけである。⁽¹⁴⁾ 我々の場合 sheath の厚さ d は $d \sim 5 \times 10^{-3}$ cm の程度である。Larmor 半径は $T_p \sim 10^3$ °K $B_0 \sim 5$ KG, アルゴンの場合で $\rho \sim 6 \times 10^{-2}$ cm, 従って $\rho/d \sim 10$ となり、一応磁場による影響は無視出来ると考えてよい。

§ 6 む す び

以上の実験結果をまとめると

- (i) r-wave (ホイスラー・モード) は $\omega_c/\omega > 1$ の時、overdense plasma ($\omega_p^2/\omega^2 > 1$) 中を伝播する。しかしながら伝播するのは $\omega_p^2/\omega^2 \sim 10$ ($n_e \sim 10^{13}$ ケ/セ, cutoff $n_c \sim 10^{12}$ ケ/セ) 程度の密度までであり、それ以上の高密度領域に於ては Coulomb 相互作用による衝突のため波の伝播は認められなかった。
- (ii) $\omega_c/\omega \sim 1$ に於ては cyclotron damping が確認された。

磁場中プラズマのマイクロ波伝播

- (iii) $\omega_p^2 / \omega^2 \sim 1$ の附近で伝播波の振幅が増大する事が認められた。(plasma resonance effects)
- (iv) $\omega_c / \omega > 1$ 且つ $\omega_p^2 / \omega^2 > 1$ の領域に於てはプラズマは r-wave に対して非等性を示す事が実験的に明らかにされた。
- (v) $\omega_c / \omega < 1$ では r-wave は密度の低い側でのみ伝播し得る。
- (vi) ℓ -wave の cut off を与える密度は cold plasma 理論から導かれた密度と実験誤差の範囲内で一致する結果を得た。
- (vii) ℓ -wave は $\omega \sim \omega_c$ に於ても何等の変化も受けない。
- (viii) ℓ -wave は $\omega_c / \omega < 1$ では r-wave よりも僅かに密度の高い方で伝播しはじめる事が認められた。

アフターグロー・プラズマのような低温プラズマ (warm plasma) 中での高周波波動現象は電子密度が低く衝突効果が無視出来るような領域に於ては cold plasma 理論によって実験結果がよく説明出来る。しかしながら電子密度が高くなり衝突 (Coulomb 相互作用の如く) に熱運動効果がきいて来る領域においては cold plasma 理論とは異った結果になる。このような場合には Coulomb 相互作用に因る衝突項を考慮に入れた微視的な取り扱い、例えば Boltzmann-Fokker-Planck 方程式による正確な取り扱いが必要である。(これに関する議論は次回に譲る。)

又屈折率が 1 よりも小さいような波についてはプラズマの boundary 効果等を考慮しなければ正確な議論は出来ない。

謝 辞

最後にマイクロ波装置について色々と御指導頂きました上領香三教授に深く感謝致します。又本実験に協力して頂いた本学学生、黒岩周平・野坂光信両君にお礼を申し上げます。

文 献

- 1) Preece, W.H. Nature 49 (1276) 554 (1894)
- 2) Gallet R. M. et al, Phys. Rev. Letters 4 347 (1960)
- 3) Consoli, T. Dupas L. and Ichchenko G. Physics Letters
1 267 (1960)
- 4) Mahaffey D. W. Boeing Scientific Research Laboratories
Report DI-82-0134 (1961)
- 5) Dellis A. N. and Weaver J. M. Proc. Phys. Soc. 83 473 (1964)
- 6) Allis W. P., Buchsbaum S. J. and Bers A. "Waves in Plasma",
John Wiley & Sons, Inc., New York, 1962
- 7) Ratcliffe J. A. "The Magnet-ionic Theory & Its Applications
to The ionosphere", Cambridge at The University
Press 1959
- 8) Helliwell R. A. "Whistlers and Related Ionospheric Phenomena",
Stanford University Press, 1965
- 9) Simmons A. J. IRE Transactions AP-5 31(1957)
- 10) Johnson E. O. and Malter L. Phys. Rev. 80 58 (1950)
- 11) Kivel B. Phys. Rev. 116 926 (1959)
- 12) Gurevich A.V. Soviet Physics=JETP 3 895 (1957)
- 13) Fried B. D. and Conte S.D.
"The Plasma Dispersion Function", Academic Press,
Inc., New York, 1961
- 14) Wada J. Y. and Knechtli R. C., Proc. Inst. Radio Engrs, N.Y.
49 1926 (1961)