プラズマとプラズマ流との
相互作用における縦波の不安定性*)

大沼俊朗・八田吉典(東北大工)**)

(昭和41年1月17日受理)

Abstract:

Instability of two colliding plasma streams with no magnetic field is investigated by means of the graphical solution of the dispersion equation. Unstable regions of electron beam-electron coupling, electron beam-ion coupling or electron-ion beam coupling, and ion-ion beam coupling are determined as a function of wave number, beam velocity and phase velocity. The dependence of those regions on beam temperature and beam density is also shown.

*) Instability of two colliding plasma streams

***) Toshiro Ohnuma and Yoshisuke Hatta (Departement of
Electronic Engineering, Tohoku University)

I. 序 文

最近，核融合研究の分野において，プラズマにプラズマを打込む実験，両側からプラズマを打込む実験などで加熱をこころみる実験がある。又，太陽風と地球周辺のプラズマとの相互作用も同じモデルである。これらの系における不安定性を検討するには，プラズマ（2成分）とプラズマ・ビーム（2成分）よりなる4成分系を調べる必要がある。ここでは，磁場のない場合の縦波の不安定領域のすべてを，ウラソフの式より分散式をグラフ解析¹⁾することにより求める。類似の計算には，粒子論では，W. E. Nexsen²⁾のがあるが，一部の不安定領域しか出していない。Lamborn³⁾ et alは，流体近似で不安定領域を求めているが，温度を考慮する場合は，流体近似では不安定性の本質であるランダウ減衰項が扱われなく，従って，その不安定領域は正確なものではない。

又，4成分系と物理的イメージの類似している3成分（電子・イオン・ビーム）系の不安定性は，粒子論において，すべての不安定領域を大沼・八田⁴⁾が，一部の不安定領域は松浦・他⁵⁾が，流体近似では角⁶⁾が調べている。

II. 分散式とそのグラフ解析

ここでは，無限一様プラズマ，定常磁場なし，衝突項無視，一次元モデル，4成分すべてがマクスウェル分布とする。この様な条件の基では，線型近似内での4成分系の縦波の分散式^{1,7)}は

$$\frac{k_{Dbe}^2}{k} \frac{Z'(\alpha_{be})}{2} + \frac{k_{Dbi}^2}{k} \frac{Z'(\alpha_{bi})}{2} + \frac{k_{De}^2}{k} \frac{Z'(\alpha_e)}{2} + \frac{k_{Di}^2}{k} \frac{Z'(\alpha_i)}{2} = 1$$

..... (1)

ここに，

$$\alpha_j = \frac{\omega/k - v_j}{(2KT_j/m_j)^{1/2}} \quad (2)$$

$$k_{Dj}^2 = \frac{4\pi n_j e_j^2}{KT_j} \quad (3)$$

プラズマとプラズマ流との相互作用における縦波の不安定性

であり、 k は波数である。

$$Z(\alpha) = i\sqrt{\pi} \exp(-\alpha^2) [1 + \operatorname{erf}(i\alpha)] \quad (4)$$

はプラズマ分散関数で、 $Z'(\alpha)$ はその微分形である。プラズマとプラズマ流との相互作用の場合は、

$$\begin{aligned} v_e &= v_i = 0 \\ v_{be} &= v_{bi} = v_b \end{aligned} \quad (5)$$

とおき、

$$\begin{aligned} n_{be} &= n_{bi} \equiv n_b \\ n_e &= n_i \equiv n_p \end{aligned} \quad (6)$$

が成立つ。

(1)式の不安定領域を調べるに、2成分系にて E. A. Jackson¹⁾の用いたグラフ解析を用いる。パラメータが多いので、次の様な興味ある場合について調べる。

$$(i), n_{be} = n_{bi} = n_e = n_i, T_i = T_{bi}, T_e = T_{be}, m_i = m_{bi} \quad (\text{proton})$$

にて T_e / T_i を変化。

$$(ii), n_{be} = n_{bi}, n_e = n_i, T_i = T_{bi}, T_e = T_{be}, T_e / T_i = 10,$$

$m_i = m_{bi} \quad (\text{proton})$ にて n_p / n_b を変化。

この4成分系のグラフ解析の1例を第1図に示す。グラフ解析の良い所は、解析的には解くことが非常に難しい(1)式より容易に不安定領域などを求められることと、プラズマ(電子とイオン)とプラズマ流(電子ビームとイオンビーム)との相互の結合関係が非常に分かり易くはつきりすることである。

第1図をみると、電子と電子ビーム(電子波)、電子とイオンビーム又はイオンと電子ビーム(電子イオン波又はハイブリット波)、イオンとイオンビーム(イオン波)の結合が考えられる。こゝに、カッコ内は、3成分系不安定性において著者等が行なった分類であるが⁴⁾、こゝでもそれを用いる。図で、電子と電子ビームとの結合状態はイオンの存在にてあまり影響されないが、電子

とイオンビームとの結合は電子ビームの存在にて、電子ビームとイオンとの結合状態は電子の存在にて、結合しにくくなっている。イオンとイオンビームとの結合は、電子と電子ビームの両者の存在にて影響されている。

グラフ解析した結果は、(i)の場合は第2図に示されている。電子波と電子イオン波(ハイブリット波)とイオン波の3つの不安定領域に分かれていて、電子ビームとイオン、イオンビームと電子との不安定領域は重っている。電子波領域は T_e / T_i を変えても不安定領域は変らない。

(ii)の場合は第3図にその不安定領域が示されている。 $n_p \neq n_b$ の時は、電子ビームとイオンによる不安定領域とイオンビームと電子との不安定領域は別々になっている。 $n_p / n_b = 1.0$ の時は、電子ビームとイオンとの結合による不安定領域はなくなっている。

第4図は、第2図 $T_e / T_i = 1.0$ の場合のを、3次元空間 $\{ v_b / (2KT_j / m_j)^{1/2} - k^2 / k_{D_b}^2 - (\omega_r / k) / (2KT_j / m_j)^{1/2} \}$ に書きなおしたものである。点線は、それを $k^2 / k_{D_b}^2 - v_b / (2KT_j / m_j)^{1/2}$ 面へ投影したもので、第2図の場合に相当する。電子イオン波領域では、電子ビームとイオンとによる不安定領域と、イオンビームと電子とによる不安定領域とは別々に存在するが、これは観測系により波の性質(位相速度など)が変わることによるものである。

III. 討論と結論

著者らは先に、3成分(電子・イオン・ビーム)系プラズマの不安定領域をグラフ解析にて詳しく調べた。⁴⁾ その結果、プラズマ中の縦波を、電子波(電子と電子ビームとの結合の波)・電子イオン波あるいはハイブリット波(電子とイオンビーム又はイオンと電子ビームとの結合の波)・イオン波(イオンとイオンビームとの結合の波)、と分類した方がよいことを示した。ここで不安定性を求めた4成分系の場合には、上記の3者の不安定領域が同時に出てくる。第3図に示されている様に、電子イオン波においては、電子ビームとイオンとによる不安定領域とイオンビームと電子とによる不安定領域とは互いに独立に存在している。これら3種の波の分散式は、

$$\text{電 子 波} \quad \omega^2 = \omega_{pe}^2 + c_e^2 k^2 ,$$

$$\begin{aligned} &\text{電子イオン波} \\ &(\text{ハイブリット波}) \quad \omega^2 = \frac{\omega_{pi}^2}{1 + k_{De}^2 / k^2} \end{aligned}$$

PLASMA

PLASMA STREAM

Fig. 1

Fig. 2

Fig. 3

Fig. 4

$$\text{イオン波 } \frac{\omega}{k} \approx \left(\frac{K T_i}{m_i} \right)^{1/2}$$

に相当するものと考えられる。^{4, 7)} 次に, $\omega_{pj}^2 = 4\pi n_j e_j^2 / m_j$, $c_e^2 = K T_e / m_e$ である。但し, この3つの波の領域は一般には完全に別々に分類出来るものではなく, イオン波→電子イオン波→電子波へと少しづつその性質を変えつゝ次の領域につながるものである。即ち, 上の分散式はその領域の主な性質を示すものであって, 互いに隣りの分散式とは多かれ少かれ関係をもつものである。音波だけを考えると, 電子音波 $\omega/k = (K T_e / m_e)^{1/2}$, 電子イオン音波(ハイブリット音波) $\omega/k = (K T_e / m_i)^{1/2}$, イオン音波 $\omega/k = (K T_i / m_i)^{1/2}$, に分けられる。通常, イオン音波として, $\omega/k = (K T_e / m_i)^{1/2}$ が用いられるが, これはイオンの運動に対して電子が完全に追隨するというモデルである。しかし, $T_e \gg T_i$ の場合にはイオンだけの疎密波 $\omega/k \approx (K T_i / m_i)^{1/2}$ が音波として伝わり得る。又, これはイオンビームによってのみ励起され得るものである。 $T_e = T_i$ の時は, 上記のイオン音波と電子イオン音波(ハイブリット音波)は同じ位相速度になるが, この様に電子温度が低い時はイオンの運動に対して電子が完全に追隨して上記のイオン音波存在せず, 電子イオン波 $\omega/k = (K T_e / m_i)^{1/2} = (K T_i / m_i)^{1/2}$ だけ存在する。このことは, 3成分系でのイオンビームの場合のイオン波の不安定領域⁴⁾ が, $n_b = n_i$ の時, $T_e / T_i > 3.54$ の場合しか存在せず, $T_e / T_i < 3.54$ の時は $(K T_e / m_i)^{1/2}$ なる電子イオン波(ハイブリット波)の不安定領域しか存在しないことにも通ずる。

次に, 3成分系の不安定領域を調べた際, ビームとイオンとの結合の波の不安定領域が, 電子のシールド項 k_{De}^2 / k^2 とランダウ減衰項 $i\pi^{1/2} (\omega/k) / (2 K T_e / m_e)^{1/2}$ により大きく影響されることを知った。この電子の効果は, プラズマとプラズマ流との相互作用においては, 電子と電子ビームとの結合の波以外はすべての不安定領域が受けている。イオン波領域は, 電子と電子ビームとにより2重に影響を受けている。

IV. 文 献

- 1) E.A. Jackson ; *Phy. Fluids* 3, 786 (1960)
- 2) W.E. Nexsen et al ; *Phys. Rev.* 119, 1457 (1960)
- 3) B.N.A. Lamborn and D.L. Lafferty ; *Phys. Fluids* 7, 292 (1964)
- 4) 大沼・八田 ; 核融合研究 15 , 637 (1965)
- 5) 松浦・他 ; 日本物理学会 分科会 (1965, 7)
 予稿集 15 A-I-7
- 6) 角正雄 ; 通研成果報告 No. 2022 (1963)
- 7) T.H. Stix ; *The Theory of Plasma Waves*
 (McGraw Hill, 1962)
- 8) B.D. Fried and S.D. Conte; *The Plasma Dispersion Function*
 (Academic Press, 1961)

Figure Captions

Fig. 1. 4成分プラズマ系の代表的グラフ解析の例.

$$\{ n_e = n_i = n_{be} = n_{bi}, T_e = T_{be}, T_i = T_{bi}, T_e/T_i = 20,$$

$$X_1 = \frac{\omega_r/k - v_b}{(2KT_i/m_i)^{1/2}}, X_2 = \frac{\omega_r/k}{(2KT_i/m_i)^{1/2}} \}$$

Fig. 2 プラズマとプラズマ流との相互作用における縦波の不安定領域.

(T_e/T_i の変化)

Fig. 3 プラズマとプラズマ流との相互作用における縦波の不安定領域.

(n_p/n_b の変化)

Fig. 4 4成分プラズマの3次元空間

$$\left\{ \frac{v_b}{\left(\frac{2KT_j}{m_j}\right)^{1/2}} - \frac{k^2}{k_{Db}^2} - \frac{\frac{\omega_r}{k}}{\left(\frac{2KT_j}{m_j}\right)^{1/2}}, \right\} \text{ における不安定領域. }$$

$$\{ n_{be} = n_{bi} = n_e = n_i, T_{be} = T_e, T_{bi} = T_i, T_e/T_i = 10,$$

$$m_{bi} = m_i \text{ (陽子)} \}$$