ジャイロ・シンクロトロン放射に 対する磁化プラズマの影響*

京大工 小川 忠彦**
桜井 邦朋**

(1968年4月4日受理)

ABSTRACT

The gyro-synchrotron radiation from an electron spiraling in a magnetoplasma and the influence of the ambient plasma on it are considered. It is pointed out that this influence is more important for the extraordinary mode (X-mode) than the ordinary mode (O-mode). The appearance of the anomalous X-mode with a narrow band and great radiation power can be expected.

Using the Lienard-Wiechert potentials, the electromagnetic fields by an accelerated electron are deduced. It is assumed in this paper that the ambient plasma which is homogeneous, cold, collisionless is immersed in a constant magnetic field, and the presence of ions may be neglected.

The results we have obtained are useful for the interpretation of some characteristics of the electromagnetic fields by a charged particle spiraling in the magnetic field of the Sun, the Jupiter and in the geomagnetic field.

* The Influence of the Magnetoplasma on Gyro-Synchrotron Radiation

** Tadahiko OGAWA and Kunitomo SAKURAI
(Ionosphere Research Laboratory, Kyoto University, Kyoto)

1. 序 論

ジャイロ・シンクロトロン放射は磁場と加速電子との相互作用によって発生する。これを太陽電波Ⅳ型バーストなどの実際の現象に適用する場合には、周囲のプラズマの影響を考慮することが重要である。放射された電磁波の放射特性や伝播特性はプラズマによってかなり影響を受けるので、これを無視することは適当でないと思われる。

磁化プラズマ中における高速電子から発生するジャイロ・シンクロトロン放射や、サイクロトロン放射に関しては、すでに幾つかの研究があり、プラズマの影響が論じられている (Eidman, 1958; Liemohn, 1965; Mansfield, 1967; Ramaty and Lingenfelter, 1967)。Ramaty and Lingenfelter (1967) は $1 - \beta \ll 1$ で磁場が無視できる場合についてプラズマの影響を論じている。しかし、これらの条件が満足されない場合もあるので、本論文では、Liemohn (1965) や Mansfield (1967) の方法とは異なり、Liénard-Wiechert のポテンシャルを出発点にして、ジャイロ・シンクロトロン放射のエネルギースペクトルを論じる。計算結果によると、狭い周波数巾で、大きなエネルギーをもつ anomalous X モードが現われてくる。

得られた結果について理論的に検討し、プラズマの影響を考える。ピッチ角 ϕ が 90° の場合については既に扱われていて、太陽電波バーストへの応用が試みられているので (桜井, 小川: 1968) 本論文では $\phi \neq 90^\circ$ の場合を考察する。

2. 磁化プラズマ中におけるジャイロ・シンクロトロン放射の理論式の導出

一様且つ非等方的なプラズマ中においてサイクロトロン運動する電子によって周囲に作られる電磁場を求める。これは放射理論で使われる Liénard-Wiechert のポテンシャルを用いて記述することができる。詳しい計算は付録に示す。電界、磁界を $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ で表わすと、 r (電子と観測点の間の距離) が十分大きい時 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ は次のようになる。

$$\mathbf{E} = c \frac{\mu^2 (\mathbf{n} \cdot \vec{\beta}) (\mathbf{n} - \vec{\beta}) - \mu \vec{\beta} (1 - \mu \mathbf{n} \cdot \vec{\beta})}{r c (1 - \mu \mathbf{n} \cdot \vec{\beta})^3} \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = \mu (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) \quad (2)$$

但し

μ : プラズマの屈折率

e : 電子の電荷

c : 光速

ジャイロ・シンクロトン放射に対する磁化プラズマの影響

$\mathbf{n}$: ベクトル $\mathbf{r}$ ($r = |\mathbf{r}|$) の単位ベクトル

$\mathbf{v}$: 電子の速度ベクトル

t' : 電子の位置における時刻

$$\vec{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c} \quad \vec{\beta} = \frac{\partial \vec{\beta}}{\partial t'}$$

(1), (2) で $\mu = 1$ とおくと, よく知られた真空中での電磁場の式が得られる (Heitler, 1954; Landau and Lifschitz, 1961). 磁場中の電子は磁力線に沿って螺旋運動をする。その時のサイクロトン角周波数 ω_B は

$$\omega_B = \omega_H \sqrt{1 - \beta^2} \quad \omega_H = \frac{e H_0}{m_0 c}$$

ここに m_0 は電子の静止質量, $\beta = \frac{v}{c}$, H_0 は一様な外部磁場の強さである。電子は $\mathbf{n}$ 方向の速度成分を持っているので, ドップラー効果の為に, 観測される角周波数 ω'_B は次式で与えられることになる。

$$\omega'_B = \frac{\omega_B}{1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta} \quad (3)$$

θ, ϕ は各々, H_0 と $\mathbf{n}$, H_0 と $\mathbf{v}$ のなす角である。従って観測される電磁場は ω'_B を基本角周波数とする高調波の集まりとして表示できる。 $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ をフーリエ級数に展開すると

$$\mathbf{E}, \mathbf{H} = \sum_{-\infty}^{\infty} (\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n) e^{-i n \omega'_B t}$$

$$\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n = \frac{\omega_B}{\pi} \int_0^{2\pi} (\mathbf{E}, \mathbf{H}) e^{i n \omega'_B t} dt \quad (4)$$

ここに t は観測点での時刻, n は高調波の番号, $i = \sqrt{-1}$ である。(1)を(4)に代入すると, $\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n$ が得られる (詳細は付録を参照)。

$$\mathbf{E}_n = \frac{2 n e \omega_B \mu \beta \sin \phi}{c r (1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta)^2} e^{i n \omega'_B \mu \frac{r}{c}} \times$$

$$\left\{ i J'_n(x) + n \frac{i(1-\mu)}{\mu \beta \sin \phi} J_n(x) + i \times n \frac{i(\mu \beta \cos \phi - \cos \theta)}{\mu \beta \sin \phi \sin \theta} J_n(x) \right\} \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_n = \mu (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_n) \quad (6)$$

$$x = \frac{n \mu \beta \sin \phi \sin \theta}{1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta}$$

$J_n(x)$, $J'_n(x)$ は n 次のベッセル函数及び, その微分で, i は付録の A-2 図に示してある単位ベクトルである。(5), (6) より, n 番目の高調波の $\mathbf{n}$ 方向の単位立体角あたりの放射強度 S_n はポインティングベクトル $\mathbf{S}_n$ を使って表わせる(付録参照)。 $S_n = |\mathbf{S}_n| r^2 \cos \alpha$ を θ の函数として表わすと,

$$S_n(\theta) = \frac{(n e \omega_B)^2 \mu}{2 \pi c (1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta)^4} \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} \times$$

$$\left\{ \left(\mu \beta \sin \phi J'_n(x) \right)^2 + \left(\frac{\mu \beta \cos \phi - \cos \theta}{\sin \theta} J_n(x) \right)^2 \right\}^2$$

$$+ \left\{ \frac{(1-\mu)(\mu \beta \cos \phi - \cos \theta)}{\sin \theta} (J_n(x))^2 \right\}^2 \right\}^{1/2} \quad (7)$$

α は $\mathbf{n}$ と $\mathbf{S}$ のなす角で, $\tan \alpha$ は付録に与えられている。磁化プラズマの屈折率 μ として次の Appleton-Hartree の式を使用する。

$$\mu^2 = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$$

$$1 = \frac{(\frac{\omega_H}{\omega} \sin \theta)^2}{2(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2})} \pm \sqrt{\frac{(\frac{\omega_H}{\omega} \sin \theta)^2}{4(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2})^2} + (\frac{\omega_H}{\omega} \cos \theta)^2} \quad (8)$$

ここに+符号はOモード、-符号はXモードで、 ω_p は電子のプラズマ角周波数である。以上の計算過程で明かなように、本論文では次の仮定をしている。

- a. 周囲のプラズマは時間的空間的に一様で冷たく、衝突は無視できるとしこれに一定の磁場 H_0 が加えられている。
- b. 注目している電子は周囲のプラズマに影響を与えず、この電子の速度は一定である。
- c. イオンの影響は無視する。

以前から、磁化プラズマ中でのサイクロトン放射は多くの人々によって研究されている。放射強度の理論式は、Eidman (1958)やLiemohn(1965)のようにHamiltonianを用いる方法、Mansfield(1967)のようにフーリエ変換を用いる方法などによって求められている。本論文では真空中での類推から、Liénard-Wiechertのポテンシャルを出発点としたけれども、プラズマが一様である限り θ , α は不変なので、放射強度の θ に関する分布を求める場合には、むしろ有効な方法であると思われる。 θ , α が電磁波の進行にしたがって刻々変化する場合には、上記の論文と同じように、本論文で展開した方法は適用できない。

3. 放射強度の計算結果と理論的検討

3.1 計算結果

n 番目の高調波の角周波数 ω は(3)より

$$\omega = n \omega'_B = \frac{n \omega_B}{1 - \mu \beta_{\parallel} \cos \theta} \quad (9)$$

$$\beta_{\parallel} = \beta \cos \phi$$

で与えられる。(9)をAppleton-Hartree の式(8)に入れて、(8), (9)を同時に満たす屈折率 μ を求める必要がある。この μ を(9)に入れると、 $S_n(\theta)$ が、Oモード、Xモードに関して β , ϕ をパラメーターとする θ の関数として求まる。例として $H_0 = 100$ ガウス、電子密度 $N_e = 10^9 / \text{cm}^3$, $\phi = 15^\circ, 45^\circ, 80^\circ$, $\beta = 0.5, 0.8, 0.9$ と選び、 θ , β , ϕ をパラメーターとする ω と $S_n(\theta) / (e^2 / 2\pi c)$ の関係を第1図に示す。図からわかるように ω が低く、 $0 < \theta < 90^\circ$ では anomalous Xモードが狭い角周波数巾でかなりの放射強度をもち、これは θ , ϕ が 90° に近づくと消えてしまう。 $\theta > 90^\circ$ では ϕ が大きくなるにつれて同様な傾向をもつ Xモードが現われてくる。

第 1 図 (a)

第 2 図 (b)

第 1 図 (c)

第 1 図 (d)

第 1 図 (e)

第 1 図 (f)

ω が大きいところでは通常の X モード, O モードが現われ, X モードは低い周波数で O モードよりもプラズマの影響を受けやすいことを示している。 ω が高くなると, もはやプラズマの影響をほとんど受けることなく, 真空中での放射強度分布と同じ傾向をもつようになる。これらの領域では, θ がおよそピッチ角 ϕ に等しいところで放射強度は最も大きくなる。anomalous X モードの放射強度の最大が $\beta = 0.5 \sim 0.9$ の間において $10^{19} \sim 10^{20}$ のオーダーであることは興味深い。この値は $n = 1 \sim 2$ の時に得られるもので $n \geq 3$ では n の増加と共に放射強度は急速に小さくなる。

3.2 理論的検討

3.1 で述べた結果を理論的に検討して見る。それには (8), (9) を図式的に解いて見るのがよい。 $\theta \neq 0, \frac{\pi}{2}$ に対しては (8), (9) を図示すると第 2 図(a), (b) が得られる。ここに $\omega_{R\pm}, \omega_{C\pm}$ は各々共鳴, 遮断角周波数であって, 次式で与えられる。

第 2 図 (a)

第 2 図 (b)

$$\omega_{R\pm}^2 = \frac{1}{2} \left(\omega_P^2 + \omega_H^2 \pm \sqrt{(\omega_P^2 + \omega_H^2)^2 - 4\omega_H^2 \omega_P^2 \cos^2 \theta} \right)$$

$$\omega_{C\pm} = \frac{1}{2} \left(\pm \omega_H + \sqrt{\omega_H^2 + 4\omega_P^2} \right)$$

太い実線(——)は(8)のXモード, 太い点線(-----)はOモードを表わし, 1点鎖線(— · —)は(9)を表わす。今 $\omega > \omega_p$ なる ω に注目しよう。 $n < 0$, $\cos \theta > 0$ の時すなわち anomalous

ドップラーならば、第2図(a)から明らかなように(8), (9)は $\mu > \frac{1}{\beta_{\parallel} \cos \theta}$, $\omega_c < \omega < \omega_R$ なる領域で解をもつ。この時の角周波数巾 $\Delta\omega$ の最大は $\Delta\omega_m = \omega_R - \omega_c$ で与えられ, $H_0 = 100$ ガウス, $N_e = 10^9 / \text{cm}^3$ と取ると $\omega_p \sim \omega_H$ となり $\Delta\omega_m \simeq \omega_p \sqrt{1 + \sin \theta} - \omega_c \ll \omega_p$ ($\sqrt{1 + \sin \theta} - 1$) $< 0.414 \omega_p$ で, $\Delta\omega_m$ は θ が小さい時にはかなり小さくなることがわかる。

$n > 0$, $\cos \theta > 0$ では解が $1 > \mu > 0$ の間に存在し, n の値が小さい時には X モードが放射されないことがある。これは X モードが O モードよりもプラズマの影響を受けやすいことを示している。 $1 > \mu > 0$ において, n がある条件を満足すると2つの解 (Double frequency solution) が存在する。Fung and Yip (1966) は彼らの論文でこの解について詳細に検討しているが, 第1図では, このような解のうちの1つだけが示してある。第2図(b)からわかるように, $\cos \theta < 0$ の時, $n > 0$ なるモードのみが存在できる。この時も $\mu > 1$ なる解が存在して ϕ の値如何によっては, かなりのエネルギーを放射しうる。この場合も低い周波数で X モードは O モードよりもプラズマの影響を受けやすいことがわかる。いずれの場合も, n が大きくなると μ は 1 に近づき, 真空中での議論が適用できるようになる。以上のように放射モードの, プラズマによる影響は第2図から大略知ることが可能である。

4. 結 論

外部磁界が加わった一様な磁化プラズマ中でサイクロトロン運動を行なう電子が放射する電磁界を求めた。その結果狭い周波数巾をもつ放射強度のかなり大きい anomalous X モードが存在することがわかった。このモードは真空中や, ピッチ角が 90° の時 (円運動) には現われない (桜井, 小川: 1968)。プラズマの存在によって低い周波数で X モードは, O モードよりも影響を受けやすい。

太陽電波 II 型バーストやマイクロ波帯の電波バーストの特性の解釈に, プラズマの影響を考慮する必要性が最近論じられている (Ginzburg and Syrovatskii, 1965; Zheleznyakov and Trakhtengerts, 1966; Ramaty and Lingenfelter, 1967; Yip, 1967)。Yip (1967) を除いて, $1 - \beta \ll 1$ の場合のシンクロトロン放射のプラズマの影響を述べたものが多い。しかし現実にはこの条件が満足されない場合もあるので, Mansfield (1967), Liemohn (1965) の方法と比較して, 一般的には本論文で述べた方法がジャイロ・シンクロトロン放射の角度分布を論じるのに適していて, 見通しがよいと思われる。(Fung and Yip, 1966)。

ジャイロ・シンクロトン放射に対する磁化プラズマの影響

木星や地球磁気圏から電子のサイクロトン運動によって放射される電磁波の解釈にも，ここで述べたことは有効であろう。実際の系に適用するには，放射された電磁波が非一様なプラズマの存在で，放射過程や伝播途上で影響を受けることを考慮する必要がある (Fung and Yip 1966)。

文 献

- Eidman, V.Ia., Soviet Phys. -J.E.T.P., 34, 91 (1958).
- Fung, P.C.W. and Yip, W.K., Aust. J. Phys., 19, 759 (1966).
- Ginzburg, V.L. and Syrovatskii, S.I., Ann. Rev. Astron. Astrophys., 3, 297 (1965).
- Heitler, W., The Quantum Theory of Radiation, 3rd. ed., Clarendon, Oxford (1954).
- Landau, L. and Lifschitz, E., The Classical Theory of Field, Pergamon, New York (1961).
- Liemohn, H.B., Radio Sci., 69D, 741 (1965).
- Mansfield, V.N., Astrophys. J., 147, 672 (1967).
- Ramaty, R. and Lingenfelter, R.E., J. Geophys. Res., 72, 879 (1967).
- 桜井, 小川, 核融合研究, 20, No.4 (1968).
- Yip, W.K., Aust. J. Phys., 20, 421 (1967).

付録

一様な磁化プラズマ中を運動する加速電子の作る
電磁界の導出

一様な磁化プラズマにおいては電磁波の伝播ベクトル $\mathbf{n}$ とエネルギーの流れの方向は一般には一致しないが、両者の間の角 α と、 $\mathbf{n}$ と外部磁界のなす角 θ は一定に保たれる。従ってこのような場合真空中での類推が成立し、加速を受けている電子の作る放射電磁場は Lienard-Wiechert のポテンシャルを使って記述することができる。

座標を A-1 図に示すように取る。Q 点の電子が観測点 P に作るスカラー、ベクトルポテンシャルを各々 ψ , $\mathbf{A}$ で記すと、時刻 t' において ψ , $\mathbf{A}$ は次のようになる。

A - 1 図

$$\phi = \frac{e}{R - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{C'}} \frac{1}{t'}, \quad A = \frac{e \mathbf{v}}{C' (R - \frac{\mathbf{v} \cdot \mathbf{R}}{C'})} \frac{1}{t'} \quad (\text{A-1})$$

ここに $\mathbf{R} = \vec{QP}$, $C' = \frac{C}{\mu}$, $\mathbf{v}$ は電子の速度ベクトル, μ はプラズマの屈折率である。 t' は Q 点での時刻で, t' は Q 点での時刻 t と次の関係で結ばれている。

$$t' + \frac{R(t')}{C'} = t \quad (\text{A-2})$$

ここに $R = |\mathbf{R}|$ である。 ϕ , A によって P 点に作られる電磁場 $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ は

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{C} \frac{\partial A}{\partial t} - \nabla \phi \quad (\text{A-3})$$

$$\mathbf{H} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{A-4})$$

で与えられる。(A-1), (A-2) を使うと (A-3), (A-4) が計算できて結果は $\mathbf{r}$ が十分大きいならば

$$\mathbf{E} = c \frac{\mu^2 (\mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}}) (\mathbf{n} - \dot{\boldsymbol{\beta}}) - \mu \dot{\boldsymbol{\beta}} (1 - \mu \mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}})}{r c (1 - \mu \mathbf{n} \cdot \dot{\boldsymbol{\beta}})^3} \quad (\text{A-5})$$

$$\mathbf{H} = \mu (\mathbf{n} \times \mathbf{E}) \quad (\text{A-6})$$

となる。 $\mathbf{n}$ は単位ベクトルで $\mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{r}$, $\boldsymbol{\beta} = \frac{\mathbf{v}}{c}$, $\dot{\boldsymbol{\beta}} = \frac{\partial \boldsymbol{\beta}}{\partial t}$ である。電子が外部磁場 $\mathbf{H}_0$ の廻りを螺旋運動する場合について上式を適用する。各パラメーターを A-2 図の如く取る。この時の電子のサイクロトロン角周波数 ω_B は

$$\omega_B = \omega_H \sqrt{1 - \beta^2} \quad \omega_H = \frac{e H_0}{m_0 c} \quad \beta = \frac{|\mathbf{v}|}{c}$$

で, H_0 は外部磁場で $H_0 = |\mathbf{H}_0|$ である。放射された電磁波はドップラー効果の為に ω'_B で観測される。ここに ω'_B は

$$\omega'_B = \frac{\omega_B}{1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta}$$

(A-7)

(A - 8)

と

$$\mathbf{E}_n = \frac{2nc\omega_B \mu \beta \sin \phi}{cr(1-\mu\beta \cos \phi \cos \theta)^2} e^{in\omega'_B \mu \frac{r}{c}} \times$$

$$\left\{ iJ'_n(x) + n \frac{i(1-\mu)}{\mu\beta \sin \phi} J_n(x) + i \times n \frac{i(\mu\beta \cos \phi - \cos \theta)}{\mu\beta \sin \phi \sin \theta} J_n(x) \right\} \quad (\text{A-9})$$

$$\mathbf{H}_n = \mu (\mathbf{n} \times \mathbf{E}_n) \quad (\text{A-10})$$

$$\mathbf{x} = \frac{n \mu \beta \sin \phi \sin \theta}{1 - \mu \beta \cos \phi \cos \theta}$$

ここに $i = \sqrt{-1}$, $J_n(x)$, $J'_n(x)$ は n 次のベッセル函数及びその微分で, i は A-2 図に示す単位ベクトルである。 n 番目の高調波の電磁波の電磁波エネルギーはポインティングベクトル $\mathbf{S}_n$ を使って計算できる。

$$\mathbf{S}_n = \frac{c}{16\pi} (\mathbf{E}_n^* \times \mathbf{H}_n + \mathbf{E}_n \times \mathbf{H}_n^*) \quad (\text{A-11})$$

*は complex conjugate を取ることを示す。(A-9), (A-10) を (A-11) に入れると $\mathbf{S}_n$ の大きさ $|\mathbf{S}_n|$ は次の様になる。

$$|\mathbf{S}_n| = \frac{(nc\omega_B)^2 \mu}{2\pi cr^2 (1-\mu\beta \cos \phi \cos \theta)^4} \left\{ \left(\mu\beta \sin \phi J'_n(x) \right)^2 + \left(\frac{\mu\beta \cos \phi - \cos \theta}{\sin \theta} J_n(x) \right)^2 \right\}^2$$

$$+ \left\{ \frac{(1-\mu)(\mu\beta \cos \phi - \cos \theta)}{\sin \theta} (J_n(x))^2 \right\}^2 \quad (\text{A-12})$$

明らかなように $\mathbf{S}_n$ は $\mathbf{j}-\mathbf{k}$ 平面上にある。従って A-3 図からわかるように, $\mathbf{n}$ 方向には $|\mathbf{S}_n| \cos \alpha$ のエネルギーが流れることになる。単位立体角あたりの n 番目の高調波の $\mathbf{n}$ 方向の放射強度 $S_n(\theta)$ は次式で与えられる。

$$S_n(\theta) = |\mathbf{S}_n| r^2 \cos \alpha = |\mathbf{S}_n| r^2 \sqrt{\frac{1}{1 + \tan^2 \alpha}} \quad (\text{A-13})$$

A - 3 図

$$\tan \alpha = \frac{\frac{(\mu-1)(\mu\beta\cos\phi - \cos\theta)}{\sin\theta} (J_n(x))^2}{(\mu\beta\sin\phi J_n'(x))^2 + \left(\frac{\mu\beta\cos\phi - \cos\theta}{\sin\theta} J_n(x)\right)^2}$$

(A-13) の $|S_n|$ に (A-12) を使うと、放射強度 $S_n(\theta)$ が β, ϕ をパラメーターとする θ の函数として得られる。

付図の説明

第1図 角周波数 ω と放射強度 $S_n(\theta)/(e^2/2\pi c)$ の関係。 θ, β, ϕ をパラメーターにとる。図上の値は θ で、実線(——)はanomalous Xモード、1点鎖線(———)はXモード、2点鎖線(———)はOモードを表わす。 $H_0 = 100$ ガウス, $N_e = 10^9/cm^3$ で, $f_p = \frac{\omega_p}{2\pi}$, $f_B = \frac{\omega_B}{2\pi}$ である。

- (a) $\beta = 0.5$, $\phi = 45^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 242 M\%$
- (b) $\beta = 0.8$, $\phi = 15^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 168 M\%$
- (c) $\beta = 0.8$, $\phi = 45^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 168 M\%$
- (d) $\beta = 0.8$, $\phi = 80^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 168 M\%$
- (e) $\beta = 0.9$, $\phi = 15^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 122 M\%$
- (f) $\beta = 0.9$, $\phi = 45^\circ$, $f_p = 285 M\%$, $f_B = 122 M\%$

第2図 角周波数 ω と屈折率 μ の関係。

太い実線(——)と、太い点線(———)は各々 Appleton-Hartree の式のXモード, Oモードを表わす。1点鎖線(———)はドッブラー周波数の式を表わす。又

$$\omega_{R\pm}^2 = \frac{1}{2} (\omega_p^2 + \omega_H^2 \pm \sqrt{(\omega_p^2 + \omega_H^2)^2 - 4\omega_H^2 \omega_p^2 \cos^2 \theta})$$

$$\omega_{c\pm} = \frac{1}{2} (\pm \omega_H + \sqrt{\omega_H^2 + 4\omega_p^2})$$

- (a) $\cos \theta > 0$ の時。 $n \geq 0$ の高調波が存在できる。 ω_c はXモードと $\mu = \frac{1}{\beta_{\parallel} \cos \theta}$ との交点の ω の値。
- (b) $\cos \theta < 0$ の時。 $n > 0$ の高調波が存在できる。

A-1図 加速電子によって作られる放射場の計算の為の座標。

時刻 t' においてQ点にある電子が時刻 t においてp点にポテンシャルを作る。

$$\mathbf{R} = \mathbf{Q}\mathbf{P} \quad \mathbf{r} = \mathbf{O}\mathbf{P} \quad \mathbf{n} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}$$

A-2 図 電子が磁力線 H_0 の廻りに螺旋運動する場合の座標。

i, j, k は x, y, z 軸の単位ベクトル。 $H_0 \parallel k, r = OP, n = \frac{r}{|r|}$, n は $j-k$ 平面上にあるとする。

A-3 図 n と S_n の関係。

n と S_n はいずれも $j-k$ 平面上にある。