磁場方向に伝播するサイクロトロン波におけるパラメトリック効果^{*}) (縦波 $\leftrightarrow$ 横波の変換)

(昭和 44 年 2 月 10 日受理)

大沼俊朗・八田吉典(東北大工)^{**})

I. 序 文

パラメトリックな現象は、最近、プラズマ中でも大いに興味を持たれ、磁場中のプラズマ波に関する報告もいくつかされている。¹⁻⁶⁾ ところで、磁場方向に伝播するサイクロトロン波に関するパラメトリック効果を調べる。特に、次の例を取り上げて、縦波から横波への変換、横波から縦波への変換の可能性を検討する。

- (I) 大振幅電子サイクロトロン・モードの波の、縦波の電子波と、他の電子サイクロトロン・モード波へのデイクイについて。
- (II) 大振幅イオンサイクロトロン・モード波の、イオン波と、他のイオンサイクロトロン・モード波へのデイクイについて。
- (III) 大振幅の電子波(縦波)の電子サイクロトロン・モード波と、イオンサイクロトロン・モード波へのデイクイについて。

^{*}) Parametric Effects in Cyclotron Waves Propagating along Magnetic Field (Transformation between Longitudinal Wave and Transverse Waves)

^{**}) Toshiro Ohnuma and Yoshisuke Hatta (Department of Electronic Engineering, Tohoku University, Sendai, Japan)

(V) 大振幅の電子波（縦波）の，電子サイクロトロン・モード波の2つの波へのデイクイについて。

II. 基本式

プラズマは流体モデルにて取扱い，定常磁場は z 方向とする。考察する波は，すべて， z 方向に伝播する場合を取扱う。

縦波の電子波に対する基本式は，次の様に与えられる。

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_e v_{ez}) = 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_e = -\frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} \right) - c_e^2 \frac{\nabla n_e}{n_e} \quad (2)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial z} = -4\pi n_e e \quad (3)$$

(1)～(3)式は，各々，連続の式，運動量の式，ポアソンの式を示す。 z 方向に伝播する縦波に対する z 方向に伝播する横波からの非線形寄与は， $\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}$ 項だけである。 $\nabla \cdot (n_e \mathbf{v}_{ez})$ ， $(\mathbf{v}_e \cdot \nabla) \mathbf{v}_e$ ， $\nabla n_e / n_e$ よりの非線形寄与はない。

イオン波に対しては，次式が用いられる。

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} (n_j v_{jz}) = 0 \quad , \quad (j=e, i) \quad (4)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_i = \frac{e}{m_i} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{B} \right) \quad , \quad (5)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_e = -\frac{e}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} \right) - c_e^2 \frac{\nabla n_e}{n_e} \quad , \quad (6)$$

$$n_e \approx n_i \quad (7)$$

この波においても， $\mathbf{v}_i \times \mathbf{B}$ と $\mathbf{v}_e \times \mathbf{B}$ の項が，横波よりの非線形寄与として，重要な役割を果たす。

磁場方向に伝播するサイクロトロン波におけるパラメトリック効果

イオンサイクロトロン・モードの波に対しては，

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (8)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{c} 4 \pi \mathbf{J} , \quad (9)$$

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla \cdot (n_j \mathbf{v}_j) = 0 , \quad (j = e, i) \quad (10)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_i \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_i = \frac{c}{m_i} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_i \times \mathbf{B} \right) , \quad (11)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v}_e \cdot \nabla \right) \mathbf{v}_e = - \frac{c}{m_e} \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} \mathbf{v}_e \times \mathbf{B} \right) , \quad (12)$$

$$\mathbf{J} = e (n_i \mathbf{v}_i - n_e \mathbf{v}_e) . \quad (13)$$

(8)(9)はマクスウエルの式，(10)式は連続の式，(11)(12)は運動量の式，(13)は電流の式である。

以上において， n は密度， $\mathbf{v}$ は速度， $\mathbf{J}$ は電流密度， $\mathbf{E}$ と $\mathbf{B}$ は電界強度と磁界強度を表わす。サフィックス， i と e は各々イオンと電子を表わす。電子サイクロトロン・モード波に対しては，(8)～(13)式のイオン項を省略したものを用いる。

大振巾の縦波に対しては，

$$n_e = 2 n_{e1} \sin (K_1 z - \omega_1 t) , \quad (14)$$

等表わす。大振巾のサイクロトロン波は，

$$\mathbf{E} = 2 \mathbf{E}_1 \sin (K_1 z - \omega_1 t) , \quad (15)$$

等表わす。

III. サイクロトロン・モード波の非線形項

(8)~(13)式をフーリエ展開して、次式を得る。(摂動項は、 $\exp j(Kz - \omega t)$ に比例する)。

$$-j\omega(1 - \frac{c^2 K_z^2}{\omega^2}) + 4\pi N_0 e(v_{ix} - v_{ex}) = 4\pi e(\widetilde{n_e v_{ex}} - \widetilde{n_i v_{ix}}), \quad (16)$$

$$-j\omega(1 - \frac{c^2 K_z^2}{\omega^2}) + 4\pi N_0 e(v_{iy} - v_{ey}) = 4\pi e(\widetilde{n_e v_{ey}} - \widetilde{n_i v_{iy}}), \quad (17)$$

$$-j\omega v_{ex} + \frac{eE_x}{m_e} + \omega_{ce} v_{ey} = -j(\widetilde{v_{ez} \cdot K_z} v_{ex}) + \frac{e}{m_e} \widetilde{v_{ez} \cdot \frac{K_z E_x}{\omega}}, \quad (18)$$

$$-j\omega v_{ey} + \frac{eE_y}{m_e} - \omega_{ce} v_{ex} = -j(\widetilde{v_{ez} \cdot K_z} v_{ey}) + \frac{e}{m_e} \widetilde{v_{ez} \cdot \frac{K_z E_y}{\omega}}, \quad (19)$$

$$-j\omega v_{ix} - \frac{eE_x}{m_i} - \omega_{ci} v_{iy} = -j(\widetilde{v_{iz} \cdot K_z} v_{ix}) - \frac{e}{m_i} \widetilde{v_{iz} \cdot \frac{K_z E_x}{\omega}}, \quad (20)$$

$$-j\omega v_{iy} - \frac{eE_y}{m_i} + \omega_{ci} v_{ix} = -j(\widetilde{v_{iz} \cdot K_z} v_{iy}) - \frac{e}{m_i} \widetilde{v_{iz} \cdot \frac{K_z E_y}{\omega}}, \quad (21)$$

ここに、 ω_{ce} と ω_{ci} は、各々、電子とイオンとのサイクロトロン角周波数を示す。左辺は、通常の線形理論において用いられる項である。右辺は、非線形項を示し、 ω 成分に対する他モードの波の寄与である。ここで、取扱う波動間相互作用においては、右辺の ω と左辺の ω とは異なることに注意したい。

横波と横波とよりの縦波への非線形寄与は、 $\mathbf{v}_j \times \mathbf{B}$ だけを考慮すればよいが、縦波と横波とよりの横波への非線形寄与は、上記の様に、電流の式の $n_j \mathbf{v}_j$ 項、運動量の式の $(\mathbf{v}_j \cdot \nabla) \mathbf{v}_j$ と $\mathbf{v}_j \times \mathbf{B}$ 項の3つが重要な役割を果たす。

IV. 分散式

IV-1. 電子サイクロトロン・モードの波 (ω_1) の、縦波の電子波 (ω_3) と、他の電子サイクロトロン・モードの波 (ω_2) へのデイクイについて。

磁場方向に伝播するサイクロトロン波におけるパラメトリック効果

周波数条件が

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3 \quad (22)$$

なる場合を考える。(当然, $K_1 = K_2 + K_3$ も同時に満されれるとする。)大振巾電子サイクロトロン・モード波に対しては, 式(22)を用いると, 電子サイクロトロン・モード波 (ω_2) に対しては, 次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{c^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} E_{x2} \\ &= \left(-\frac{K_1/\omega_1}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{K_2/\omega_2}{\omega_1 - \omega_{ce}} \right) j E_{x1} \omega_{pe}^2 \frac{\omega_2}{K_3} \frac{n_{e3}}{N_0}, \end{aligned} \quad (23)$$

右辺は, 大振巾の電子サイクロトロン・モード波と, 縦波の電子波との非線形結合による, ω_2 成分に対する寄与を表わす。同様に, ω_3 成分に対して,

$$\begin{aligned} & \left\{ (-\omega_3)^2 - \omega_{pe}^2 - K_3^2 \frac{c^2}{\omega_3^2} \right\} \frac{n_{e3}}{N_0} \\ &= \left(-\frac{K_1/\omega_1}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{K_2/\omega_2}{\omega_1 - \omega_{ce}} \right) j E_{x1} 2(-K_3) \left(\frac{c}{m_e} \right)^2 E_{x2} \end{aligned} \quad (24)$$

(22)と(23)式より, 次の分散式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{c^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} \left\{ (-\omega_3)^2 - \omega_{pe}^2 - K_3^2 \frac{c^2}{\omega_3^2} \right\} \\ &= 2 \left(\frac{c}{m_e} \right)^2 \frac{\omega_3 \omega_2}{K_3} \omega_{pe}^2 E_{x1}^2 \left\{ -\frac{K_1/\omega_1}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{K_2/\omega_2}{\omega_1 - \omega_{ce}} \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

大振巾電子サイクロトロン波がない場合は, (25)式は, 次の如く, 線形理論における電子サイクロトロン・モード波と, 縦波の電子波の分散式を得る。

$$\omega_2 \left(1 - \frac{c^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} = 0, \quad (26)$$

$$\omega_3^2 - \omega_{pe}^2 - K_3^2 C_e^2 = 0. \quad (27)$$

(25) 式に, $\omega_2 = \omega_{r2} + j\omega_j$, 等を代入することにより,

$$\begin{aligned} & \omega_j^2 \left\{ 1 + \frac{C^2 K_2^2}{\omega_{r2}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r2} - \omega_{ce})^2} \right\} \\ &= \left(\frac{e}{m_e} \right)^2 \omega_{pe}^2 \frac{\omega_{r2}}{K_3} E_{x1}^2 \left(-\frac{K_1/\omega_1}{\omega_{r2} - \omega_{ce}} + \frac{K_2/\omega_{r2}}{\omega_1 - \omega_{ce}} \right)^2, \quad (28) \end{aligned}$$

即ち, 電子サイクロトロン・モード波は, 縦波の電子波と他の電子サイクロトロン・モード波への
 デイケイは, (22) の周波数条件の基に, 不安定である。なお, (22) の周波数条件でデイケイが不安定になることは, 既に報告されている磁場のない場合のマンリー・ローの関係式⁷⁾よりのエネルギーの流れの方向と同じ結果である。

IV-2. イオンサイクロトロン・モード波 (ω_1) の, イオン波 (ω_2) と, 他のイオンサイクロトロン・モード波 (ω_3) へのデイケイについて。

これらの3つの波には,

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3 \quad (29)$$

なる周波数条件がある場合を考える。前節と同様にして, イオン波成分に対しては,

$$\begin{aligned} & \{ (-\omega_2)^2 - K_2^2 C_p^2 \} \cdot v_{i2} = -j2 (-\omega_2) \left(\frac{e}{m_i} \right)^2 E_{x3} E_{x1} \cdot \\ & \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_1}{\omega_1} - \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_1 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_1 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} \right]. \quad (30) \end{aligned}$$

イオンサイクロトロン・モード波に対しては,

磁場方向に伝播するサイクロトロン波におけるパラメトリック効果

$$\left\{ \omega_3 \left(1 - \frac{C^2 K_3^2}{\omega_3^2} \right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_3 - \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_3 + \omega_{ci}} \right\} E_{x3} = j \frac{\omega_3}{\omega_2} \omega_{pi} v_{i2} E_{x1} \\ \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_1 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_1 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} - \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_1}{\omega_1} \right], \quad (31)$$

以上より，次の分散式を得る。

$$\left\{ (-\omega_2)^2 - K_2^2 C_p^2 \right\} \left\{ \omega_3 \left(1 - \frac{C^2 K_3^2}{\omega_3^2} \right) - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega_3 - \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_3 + \omega_{ce}} \right\} \\ = 2\omega_3 \left(\frac{e}{m_i} \right)^2 \omega_{pi}^2 E_{x1} \\ \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_1}{\omega_1} - \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_1 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_1 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} \right]^2, \quad (32)$$

これより，次式を得る。

$$\omega_j^2 \left\{ 1 + \frac{C^2 K_3^2}{\omega_{r3}^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{(\omega_{r3} - \omega_{ci})^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r3} + \omega_{ce})^2} \right\} = \\ = \frac{\omega_{r3}}{\omega_{r2}} \left(\frac{e}{m_i} \right)^2 \omega_{pi}^2 E_{x1} \\ \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_{r3} + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_{r3} - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_1}{\omega_1} - \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_1 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_1 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_{r3}} \right]^2. \quad (33)$$

(33) 式より，系が不安定であることが分かる。即ち，イオンサイクロトロン・モード波は，イオン波と他のイオンサイクロトロン・モード波へのデイクイは，(29) の周波数条件にて，不安定である。サイクロトロン波を用いて，横波から縦波への変換が可能であることを示している。又，(33)

式の非線形項から分かる様に、 $\omega_1, \omega_3 \ll \omega_{ci}$ (ω_1, ω_3 成分共に、アルフヴェン波) の時は、非線形項はゼロになる。即ち、電子とイオンとからの非線形寄与が、互いに消し合っている。即ち、2つのアルフヴェン波とイオン波とは、準線形理論の範囲内では、非線形結合をしないことがわかる。

Ⅳ-3. 縦波の電子波 (ω_1) の、電子サイクロトロン・モード波 (ω_2) と、イオンサイクロトロン・モード波 (ω_3) へのダイケイについて。

こゝでも、周波数条件が、

$$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3 \quad (34)$$

の場合を考える。

電子サイクロトロン・モード波 (ω_2) に対しては、

$$\left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{C^2 K_2^2}{\omega_2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} E_{x2} = j \frac{\omega_2}{K_1} \omega_{pi}^2 E_{x3} \frac{n_1}{N_0} \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_2}{\omega_2} + \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_2 + \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} \right], \quad (35)$$

同様に、イオンサイクロトロン・モード波に対しては、

$$\left[(-\omega_3) \left\{ 1 - \frac{C^2 K_3^2}{(-\omega_3)} \right\} - \frac{\omega_{pi}^2}{(-\omega_3) + \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pe}^2}{(-\omega_3) - \omega_{ce}} \right] E_{x3} = j E_{x2} \omega_{pi}^2 \frac{\omega_3}{K_1} \frac{n_1}{N_0} \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_2}{\omega_2} + \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_1 + \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} \right]. \quad (36)$$

(35) (36) 式より、分散式は、

磁場方向に伝播するサイクロトロン波におけるパラメトリック効果

$$\begin{aligned}
 & \left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{C^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} \\
 & \cdot \left[(-\omega_3) \left\{ 1 - \frac{C^2 K_3^2}{(-\omega_3)^2} \right\} - \frac{\omega_{pi}^2}{(-\omega_3) + \omega_{ci}} - \frac{\omega_{pe}^2}{(-\omega_3) - \omega_{ce}} \right] \\
 & = -\omega_{pi}^4 \frac{\omega_2 \omega_3}{K_1^2} \left(\frac{n_1}{N_0} \right)^2 \\
 & \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_3 + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_3 - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_2}{\omega_2} + \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_2 - \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_2 + \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_3} \right]^2, \quad (37)
 \end{aligned}$$

故に,

$$\begin{aligned}
 & \omega_j^2 \left\{ 1 + \frac{C^2 K_2^2}{\omega_{r2}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r2} - \omega_{ce})^2} \right\} \\
 & \cdot \left\{ 1 + \frac{C^2 K_3^2}{\omega_{r3}^2} + \frac{\omega_{pi}^2}{(-\omega_{r3} + \omega_{ci})^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r3} + \omega_{ce})^2} \right\} \\
 & = \omega_{pi}^4 \frac{\omega_2 \omega_3}{K_1^2} \left(\frac{n_1}{N_0} \right)^2 \\
 & \cdot \left[\left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_{r3} + \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_{r3} - \omega_{ci}} \right\} \frac{K_2}{\omega_{r2}} + \left\{ \frac{m_i/m_e}{\omega_{r2} - \omega_{ce}} + \frac{1}{\omega_{r2} + \omega_{ci}} \right\} \frac{K_3}{\omega_{r3}} \right]^2. \quad (38)
 \end{aligned}$$

(38) より, 系は不安定になることがわかる。即ち, 縦波の電子波が, 電子サイクロトロン波とイオンサイクロトロン波へ, (34) の周波数条件にてデイクイ不安定になる。このことは, 縦波から横波への変換が可能であることを示している。

IV-4. 縦波の電子波 (ω_1) の, 電子サイクロトロン・モード波 (ω_2, ω_3) へのダイケイについて。

この節では

$$\omega_2 = \omega_1 + \omega_3 \quad (39)$$

なる周波数条件の場合を考える。

電子サイクロトロン・モード波に対して,

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{C^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} E_{x2} \\ &= j \omega_{pe}^2 E_{x3} \frac{\omega_2}{K_1} \frac{n_1}{N_0} \left\{ - \frac{K_2 / \omega_2}{\omega_3 - \omega_{ce}} + \frac{K_3 / \omega_3}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\}, \end{aligned} \quad (40)$$

同じく, ω_3 成分に対しては,

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega_3 \left(1 - \frac{C^2 K_3^2}{\omega_3^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_3 - \omega_{ce}} \right\} E_{x3} \\ &= -j \omega_{pe}^2 E_{x2} \frac{\omega_3}{K_1} \frac{n_1}{N_0} \left\{ - \frac{K_2 / \omega_2}{\omega_3 - \omega_{ce}} + \frac{K_3 / \omega_3}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\}, \end{aligned} \quad (41)$$

(40) と (41) 式より, 分散式は,

$$\begin{aligned} & \left\{ \omega_2 \left(1 - \frac{C^2 K_2^2}{\omega_2^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\} \left\{ \omega_3 \left(1 - \frac{C^2 K_3^2}{\omega_3^2} \right) - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_3 - \omega_{ce}} \right\} \\ &= \omega_{pe}^4 \frac{\omega_2 \omega_3}{K_1^2} \left(\frac{n_1}{N_0} \right)^2 \left\{ - \frac{K_2 / \omega_2}{\omega_3 - \omega_{ce}} + \frac{K_3 / \omega_3}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\}^2. \end{aligned} \quad (42)$$

系の安定性を論ずるため, (42) 式を書きなおして,

$$\begin{aligned}
 & -\omega_j^2 \left\{ 1 + \frac{C^2 K_2^2}{\omega_{r2}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r2} - \omega_{ce})^2} \right\} \left\{ 1 + \frac{C^2 K_3^2}{\omega_{r3}^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{(\omega_{r3} - \omega_{ce})^2} \right\} \\
 & = \omega_{pe}^2 \frac{\omega_2 \omega_3}{K_1^2} \left(\frac{n_1}{N_0} \right) \left\{ -\frac{K_2/\omega_2}{\omega_3 - \omega_{ce}} + \frac{K_3/\omega_3}{\omega_2 - \omega_{ce}} \right\}^2. \quad (43)
 \end{aligned}$$

(43) より, 系は安定であることを示している。(39) の周波数条件では, 系が安定であることは, 磁場のない場合のマンリー・ローの関係式より類推できるものと同じである。しかし, 磁場中のプラズマ波でも, マンリー・ローの関係式が成立つということは, 自明の理ではない。

V. 結 論

縦波から横波への変換, 又は, その逆過程の可能性を, サイクロトロン波・電子波・イオン波の非線形結合を利用して検討した。

大振巾の電子サイクロトロン・モード波 (ω_1) は, 縦波の電子波 (ω_3) と他の電子サイクロトロン・モード波とへのデイクイが, $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ なる周波数条件において, 不安定になることが分った。これは, 横波より縦波への変換の一例である。もちろん, 同じ型の変換は, 電磁波による電子波とイオン波との励起という例で多くの報告がある。

大振巾イオンサイクロトロン・モード波 (ω_1) の, イオン波 (ω_2) と他のイオンサイクロトロン・モード波 (ω_3) へのデイクイは, $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ の周波数条件にて不安定であることがわかった。特に, 2つの横波がアルフヴェン波の領域においては, イオン波との非線形結合は, 電子とイオンよりの寄与が消し合ってなくなる。即ち, 2つのアルフヴェン波とイオン波とは, 準線形理論では, 結合しないことがわかった。

次に, 縦波の電子波 (ω_1) の, 電子サイクロトロン・モード波 (ω_2) と, イオンサイクロトロン・モード波 (ω_3) へのデイクイは, $\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$ なる周波数条件で不安定になることがわかった。これは, 縦波から横波への変換を示すものである。

大振巾の縦波の電子波 (ω_1) は, 2つの電子サイクロトロン・モード波 (ω_2, ω_3) へのデイクイは, $\omega_2 = \omega_1 + \omega_3$ においては, 安定であることがわかった。なお, この様な磁場中プラズマ中の波動間相互作用において, 簡単なモデルで導かれたマンリー・ローの関係式が成立つかは, 自明のものではない。

又、実験においては、衝突項など考慮する必要があり、又、それらを検討することにより、系が不安定になるためのしきい値等を出すことが出来るが、本論文では、衝突項等を省略した本質の部分だけを取り出して、波と波との相互作用を調べたものである。

Ⅵ. 文 献

- 1) S. Hiroe and H. Ikegami, Phys. Rev. Letters 19, 1414 (1967)
- 2) A.A. Galeev and V.N. Oraevskii, Sov.-Phys.-Doklady 7, 988 (1963)
- 3) D. Montgomery and R.C. Harding, Phys. Letters 23, 670 (1966)
- 4) T. Amano and M. Okamoto, J. Phys. Soc. Japan 23, 1432 (1967)
- 5) V.D. Fedorchenko, V.I. Muratov and B.N. Rutkevich, Sov. Phys.-Tech. Phys. 11, 1462 (1967)
- 6) T. Ohnuma and Y. Hatta, Phys. Letters 26A, 260 (1968)
- 7) J.M. Manley and H.E. Rowe, Proc. IRE 44, 904 (1956)