Group propagation in a multi-component magnetoplasma

早川正士, 大津仁助, 岩井章

(名古屋大学 空電研究所)

(44年9月8日 受理)

Abstract

The purpose of this paper is to investigate numerically the dispersion characteristics and guiding mechanism of electromagnetic waves in a multicomponent magnetoplasma. The problem is very important in exospheric radio wave propagation.

Dependence of group velocity on wave frequency is plotted with wave normal angle as a parameter for plasmas with different ion compositions. The guiding mechanism due to magneto-ionic ducting is also discussed at VLF-ELF-ULF whistler frequency ranges in the exosphere. Especially the effect of ions appears very serious in ELF frequency range. Simple considerations are given for newly observed ELF whistlers.

Masahi Hayakawa, Jinsuke Ohtsu and Akira Iwai

The Research Institute of Atmospherics, Nagoya University,
Toyokawa, Aichi

§1 まえがき

近年外気圏内におけるVLFホイッスルの研究は、地上観測に加えて、人工衛星、ロケットなど飛翔体による直接観測により著しい発展が見られた。即ち地上観測では全く得られなかったような幾多の新しい現象が発見されたためである。これらの新しい現象は従来電子だけを考慮に入れて進められてきたホイッスル理論に、イオンの効果の重要性を示した点で注目された。その例には、subprotonospheric (SP) whistler (Carpenter et al., 1964), transverse whistler (Carpenter et al., 1965; Kimura et al., 1965)があり、これらのホイッスルはともに電子のほかにイオンの効果を考慮するとエネルギーは磁力線に直角方向にも伝播可能となることの結果として現われたものである。

また最近Yanagihara (1968)⁴⁾により、柿岡において観測されたELF (3~40 Hz) 雑音スペクトル中にVLFホイッスルのような周波数が数分間に10 Hz程度指数関数的に減少する現象が発見された。その最後におちつく周波数が必ずしも一定せず、8 Hz以下になったり、8-14 Hzの間にあったりする。また周波数が時間とともに増大する、いわゆるrising toneの現象も発見された。(本論文ではこれらを総称してELFホイッスルと呼ぶ。) 7 Hz以下の周波数領域は直接地磁気脈動(ULF)に接続する部分であるので、有意義な超高層諸現象が期待される。

上述したVLF, ELFホイッスル現象においては、イオン効果が最も顕著に現われたものである。特にELF帯ホイッスルは多種イオンを含むプラズマ中の電磁波伝播という観点から重要な問題となる。

多成分磁化プラズマ中の電波伝播はHines (1957)⁵⁾, Buchsbaum (1960)⁶⁾, Yakimenko (1962)⁷⁾, やGintsburg (1963)⁸⁾により考察された。しかし彼らの取扱いはホイッスルとか、電磁流体波領域に重点をおいて議論され、いわゆる多種イオンの効果が最も期待出来る周波数領域は全く扱われていない。従って本論文ではイオン周波数領域をも含め電磁流体波からホイッスル領域まで全領域にわたって、その分散特性、磁場によるguiding両者を考慮して電波伝播の議論を進める。

§2 多成分磁化プラズマ中の電波

2.1 多種イオンの効果を考慮した磁化プラズマ中の電波屈折率

電離層、磁気圏プラズマは一般に冷たい磁化プラズマと考えられる。かかる一様な静磁場 B_0 の存在した、多種イオン効果をも考慮したプラズマ中の電波屈折率はHines (1957)⁵⁾,

Group propagation in a multi-component magnetoplasma
 Stix(1962)⁹⁾やSmith and Brice (1964)¹⁰⁾らによって与えられている。本論文では
 Hinesの表現に従って、電波屈折率 n^2 は二次方程式

$$\alpha_4 n^4 + \alpha_2 n^2 + \alpha_0 = 0 \quad (1)$$

の根として次式にて与えられる。

$$n^2 = \frac{-\alpha_2 \pm (\alpha_2^2 - 4\alpha_0\alpha_4)^{1/2}}{2\alpha_4} \quad (2)$$

ただし上式中の諸係数は次のように表わされる。

$$\begin{cases} \alpha_2 = K_1 \cos^2 \theta + K_2 \sin^2 \theta \\ \alpha_2 = - [K_1 K_2 (1 + \cos^2 \theta) + (K_2^2 + K_3^2) \sin^2 \theta] \\ \alpha_0 = (K_2^2 + K_3^2) K_1 \end{cases} \quad (3)$$

また

$$\begin{cases} K_1 = 1 - \sum_i X_i \\ K_2 = 1 + \sum_i \frac{X_i}{Y_i^2 - 1} \\ K_3 = j \sum_i \frac{X_i Y_i}{Y_i^2 - 1} \\ X_i = \frac{f_{oi}^2}{f^2}, \quad Y_i = \frac{f_{Hi}}{f} \end{cases} \quad (4)$$

f_{oi} , f_{Hi} は電子をも含め各種のイオン成分に関するプラズマ周波数, ジャイロ周波数である。
 $\sum_i$ は各種イオン(電子も含む)についての和を表わす。(1)~(4)式の導出に当っては、一様磁場
 B_0 はZ方向を向くものとし、 θ は電波の伝播ベクトル $\mathbf{k}$ が磁場(B_0)となす角で、 $\mathbf{k}$ ベクトルは
 xz 面内にあるものとする。なお粒子の衝突は無視した。

(1)式にて記述された多成分磁化プラズマ中での電波モードの resonance, cutoff,
 および crossover frequency について以下の節にて議論する。

2.2 Resonance, cutoff, crossover frequency

(1)式にて記述される各種モードの cutoff および resonance は $n^2 = 0$, $n^2 \rightarrow \infty$ に

て定義される。

まずcutoff は(1)式にて $n^2 = 0$ と置くことにより

$$K_1 = 0 \quad (5)$$

$$\text{or} \quad K_2^2 + K_3^2 = 0 \quad (6)$$

次に resonance の条件は伝播方向により異なり, longitudinal propagation ($\theta = 0^\circ$) と transverse propagation ($\theta = 90^\circ$) について述べる。

$$\text{i) } \theta = 0 \text{ では } K_2 + |K_3| = 0, \quad K_2 - |K_3| = 0 \quad (7)$$

$$\text{ii) } \theta = 90^\circ \quad K_2 = 0 \quad (8)$$

(7) 式は右廻りと左廻りに偏波し波の resonance にそれぞれ対応する。(8) 式は通常 lower hybrid resonance と呼ばれるものである。 $0 < \theta < 90^\circ$ では

$$\alpha_4 = K_1 \cos^2 \theta + K_2 \sin^2 \theta = 0 \quad (9)$$

最後に $\theta = 0$ にて (1) 式が等根をもつ時, 即ち右廻り波と左廻り波の位相屈折率が等しい条件を満足する周波数は crossover frequency と呼ばれ,¹⁰⁾ この時には transverse propagation の位相屈折率も等しい。この crossover frequency は

$$K_3 = 0 \quad (10)$$

にて与えられる。Crossover frequency の最大の特徴は, その周波数にて直線偏波になることである。

§3 電離層内での位相屈折率, 群速度, 及び光線方向 (ray direction)

多成分プラズマとして興味あるのはせいぜい地上 5000 km ぐらいまでで, それ以上の高度では陽子-電子プラズマと考えられる。地上 5000 km までの領域で考慮すべきイオンは H^+ , He^+ , O^+ の 3 種類で, 各高度での組成率を表 1 に示す。同時に各高度における全電子密度も付してある。

本論文では紙面の都合上, 高度 2000 km, 即ち H^+ 18.5%, He^+ 81%, O^+ 0.6% の場合の結果だけを示す。まず位相屈折率の周波数に対する関係が伝播方向をパラメータとして図 1 に示されている。図中に $f_H(e)$, $f_H(H^+)$, $f_H(He^+)$, $f_H(O^+)$ は電子, 及び各イオンのジャイロ周波数で longitudinal propagation の際の (7) 式を満足する resonance frequency

Group propagation in a multi-component magnetoplasma

altitude	H ⁺ ion	He ⁺ ion	O ⁺ ion	Total electron density (cm ⁻³)
500 km	—	1.18 %	98.8 %	1.70×10^5
1000 km	1.59 %	28.73 %	69.66 %	1.81×10^4
1500 km	9.64 %	80.73 %	9.64 %	5.89×10^3
2000 km	18.51 %	80.99 %	0.57 %	4.12×10^3
3000 km	39.8 %	60.2 %	—	2.29×10^3
5000 km	79.5 %	20.5 %	—	1.27×10^3

表1 電離層中のイオン組成及び電子密度

高度	緯度	f _{H1}	f _{LHR1}	f _{H2}	f _{cut1}	f _{LHR2}	f _{H2}	f _{cut2}	f _{LHR2}	f _{H3}
5000km	0°	158 kc	3.05 kc	86.1 c	34.1 c	30.2 c	31.7 c			
	30°	209 k	6.63	113.8	45.1	39.9	38.7			
	60°	284	9.01	154.7	61.2	54.2	39.0			
3000km	0°	282 kc	4.05 kc	153.6 c	107.8 c	87.1 c	38.7 c			
	30°	373	6.47	203.1	142.6	115.2	51.2			
	60°	508	8.81	276.7	194.2	156.9	69.7			
2000km	0°	395 kc	4.70 kc	215.1 c	185.3 c	160.1 c	54.2 c	13.78 c	13.72 c	13.55 c
	30°	523	7.60	284.8	245.3	211.9	71.8	18.24	18.17	17.94
	60°	712	10.35	387.8	344.0	288.5	97.7	24.83	24.73	24.43
1500km	0°	475 kc	5.20 kc	258.7 c	227.3 c	217.1 c	65.2 c	33.7 c	19.44 c	16.30 c
	30°	629	8.08	342.6	300.9	287.5	86.3	44.7	25.75	21.58
	60°	856	11.00	466.2	409.5	391.3	117.4	60.8	35.04	29.37
1000km	0°	579 kc	4.5 kc	315.3 c	311.0 c	296.6 c	79.4 c	62.0 c	51.21 c	19.87 c
	30°	766	5.32	417.2	411.4	392.4	105.1	82.1	67.75	26.28
	60°	11060	7.22	566.4	558.5	532.8	142.7	111.4	91.98	35.68
500km	0°	715 kc	4.2 kc	98.1 c	96.5 c	96.0 c	24.5 c			
	30°	945	5.64	129.7	166.3	126.9	32.4			
	60°	1290	7.69	223.4	227.1	173.2	44.3			

表2 各高度における cut, cff, resonance frequency

ともなっている。f_{cut1}, f_{cut2} は(6)式を満足する cutoff frequency で添字の番号は周波数の高い方から順に付してある。次に f_{LHR1}, f_{LHR2}, f_{LHR3} は transverse propagation の場合の resonance 即ち lower hybrid resonance frequency

を表わしている。これらの各周波数を各高度について計算した結果が表2にまとめてある。(表中にてジャイロ周波数 $f_{H1, 2, 3}$ は電子から順に番号が付してある。)

図1にて $\theta = 0$ の曲線に R, L と付してあるのは右廻り, 左廻りモードをそれぞれ表わし, e は $\theta \approx 90^\circ$ 伝播時の extraordinary mode を表わしている。この図からわかるように f_{cr1} , f_{cr2} (式(10)の解)において R, L, e の位相屈折率がすべて等しくなり, その crossover frequency の近傍における伝播方向 θ を変化させた時のモードの変化は興味深い。即ち高周波 ($> 10 \text{ kc}$) にてホイスラ波(右廻り波)で伝播して来た波は $\theta = 0$ の時には crossover frequency f_{cr1} を通過してもホイスラ波として進行するが, $\theta \approx 0$ の時には図から理解できるように, ホイスラ波は f_{cr1} を通過して低周波領域に入ると, まず f_{cr1} にて偏波の計算からわかるように直線偏波になり, その後は左廻り波に変換される。これがいわゆるイオン・ホイスラとして観測された現象である。(Gurnett et al., 1965)¹¹⁾ $f_{cr1} < f < f_{cut1}$ の領域の左廻り波は周波数が下がると, f_{cr1} における直線偏波を経て, 右廻り波に変換される。同様の現象が $f = f_{cr2}$ の近傍においても明らかに認められる。 $f < f_H(O^+)$ においては, 左廻り両波が同時に存在し, 左廻り波は Alfvén 波として知られ, 超高層においては“地磁気脈動”として観測されている (Obayashi 1965)¹²⁾。

図1は非常に複雑であるので, 周波数の高い方から順に周波数領域ごとに伝播可能なモードをまとめて表3に示す。

周波数領域	モード
1) $f = f_H(H^+)$	R wave
2) $f_{cr1} < f < f_H(H^+)$	R, L waves
3) $f_{cut1} < f < f_{cr1}$	L, R waves
4) $f_H(H_e^+) < f < f_{cut1}$	R wave
5) $f_{cr2} < f < f_H(H_e^+)$	R, L waves
6) $f_{cut2} < f < f_{cr2}$	L, R waves
7) $f_H(O^+) < f < f_{cut2}$	R wave
8) $f = f_H(O^+)$	R, L waves

表3 伝播モードの周波数依存性

図1 移相屈折率の周波数特性

次に波の分散特性を調べるためには、群速度の周波数依存性が重要となる。群速度 v_g は次のように与えられる。

$$v_g = \frac{c}{n_g} \quad (11)$$

但し n_g は group refractive index で、(2)式を用いて

$$n_g = n + f \frac{\partial n}{\partial f} \quad (12)$$

$$\frac{\partial n}{\partial f} = - \frac{\frac{\partial \alpha_4}{\partial f} n^4 + \frac{\partial \alpha_2}{\partial f} n^2 + \frac{\partial \alpha_0}{\partial f}}{4\alpha_4 n^3 + 2\alpha_2 n} \quad (13)$$

上式を用いて数値計算した右廻り、異常波の群速度の周波数依存性を伝播方向 θ をパラメータとして図2に示す。

また一般に磁化プラズマ中では電波の光線方向 (ray direction) は伝播ベクトル $\mathbf{k}$ の方向とは異なり、その構成図を図3に示す。

図中位相速度と群速度のなす角 α は次式にて与えられる。(Stix, 1962)⁹⁾。

$$\tan \alpha = - \frac{1}{n} \frac{\partial n}{\partial \theta}$$

従って群速度の方向、即ち光線方向 (ray direction) は $\alpha + \theta$ によって与えられる。 θ の変化に対する光線方向の関係、即ち magneto-ionic

ducting が図4から図8に

各周波数領域に対して示されている。

図3 伝播ベクトル群速度

図2 群速度の周波数依存性

§4 討 論

先ず図2の考察から波の分散が理解出来るが、イオンの効果の卓越する領域、即ち10 Hz から1KHzの間は非常に興味ある様相を呈している。図中 $\theta = 0^\circ$ のプロットは三つの枝に分かれており、群速度の大きい枝にはVLFホイッスルに連がる枝で、右廻り偏波を示す。他の二つの枝はある周波数 f ($f_{\text{cut}} < f < f_H$)において群速度が最大値を示し、その点より周波数がずれると群速度は減少して f_{cut} と f_H にて0に漸近する。この二つの枝は左廻りの波に対応する。20Hz付近に群速度の最大値をとる枝に対応する波を $f-t$ 曲線に表示するとVLFノーズ・ホイッスル(Ohtsu and Iwai, 1967¹³⁾)のようノーズ周波数が20Hz位のELFノーズ・ホイッスルを呈するが、波としてはVLFと異なって左廻り波であるが、周波数が20Hzより下がり $f_{\text{cr}2}$ 以下になると

図 4

Group propagation in a multi-component magnetoplasma

右廻り波に滑らかに変換される。VLFホイスタに連がる枝は $10\text{Hz} \sim 1\text{kHz}$ においても群速度が周波数とともに上昇するため, falling tone を示すことが期待出来る。 $\theta = 90^\circ$ の transverse propagation の際には $20 \sim 80\text{Hz}$ の間は群速度が周波数に依存せず大体一定であるが, 20Hz 以下及び 80Hz 以上では夫々 falling tone, rising tone を示す波として観測されるはずである。

つぎに magneto-ionic ducting について吟味する。図4, 5は $f < f_H(O^+)$ ($= 13.55\text{c}$) における夫々 R, L 波についての ducting を示したものであり, 図から明らかなように R 波は "isotropic mode" に対応し, 磁場による guiding はよくない。しかし "anisotropic mode" の L 波は磁場による trapping が非常によく, $f_H(O^+)$

図 5

($= 13.57c$) に非常に近い周波数において、($\theta + \alpha$) は最大 12.3° ($\theta = 35^\circ$) ぐらいで、L波のエネルギーは磁場によく trap されることが理解出来る。また周波数が低ければ低いほど、guiding はよくなることも理解出来る。図 6 は $f > f_H(H^+)$ ($= 215.1c$) におけるホイッスラの trapping 状態を示し、 f_{LHR1} ($= 4.70kc$) を境として、guiding の様相が著しく異なる。即ち $f < f_{LHR1}$ の波は、そのエネルギーが磁場に対して直角方向に伝播可能となる。また実際観測された VLF ホイッスラのトーレスの下部には、イオンの効果が現われていることも解認された (Otsu and Iwai, 1959¹⁴)。イオン領域においても、同様に f_{LHR} を境として guiding の状態が変わる。図 7 は $f_H(O^+)$ ($= 13.55c$) $< f < f_{cut2}$ ($= 13.78c$) 領域の

図 6

Group propagation in a multi-component magnetoplasma

R波の guiding をプロットしたもので、13.6, 13.7 c は図4のR波の延長部分が、図4と同様の guiding を示すが、 $f_{LHR}(=13.72)$ にかなり近い13.7 c の波は他イオンの影響が現われていることが容易に理解される。そして f_{LHR} よりも周波数が高くなると、guiding が非常によくなり、 $(\alpha + \theta)$ は最大 14° 程度におさえられる。次に図8はより高い周波数領域のプラットで、この領域には、R, L両波が存在する。図中下の一群は図7のR波に連がるもので f_{cr2} (~ 13.9 c) を越えるとL波に変換され、その guiding はよい。一方 $f_{cut2}(=13.78$ c) からL波として現われ、 f_{cr2} よりも周波数が高くなるとR波になる波の guiding が図中上の一群に対応し、あまり trapping はよくない。以上の理論のELFホイストラに対する詳しい考察は他誌に投稿する予定である。

図 7

Group propagation in a multi-component magnetoplasma

References

- 1) Carpenter, D.L.N. Dunckel, and J.F. Walkup; J. Geophys. Res., **69** 5009-17, 1964
- 2) Carpenter, D.L., and N. Dunckel; J. Geophys. Res., **70**, 3781-86, 1965
- 3) Kimura, I., R.L. Smith, and N.M. Brice; J. Geophys. Res., **70**, 5961-66, 1965
- 4) Yanagihara, K.: Proceedings of the Symposium of the International Active Sun Years, 126-33, 1968
- 5) Hines, C.O.: J. Atmos. Terr. Phys., **11**, 36-42, 1957
- 6) Buchsbaum, S.J.; Phys. Fluids, **3**, 418, 1960
- 7) Yakimenko, V.L.; Soviet Phys., Tech. Phys., Engl. Trans., **7** (2), 117-24, 1962
- 8) Gintsburg, M.A.; Geomagnetism and Aeronomy, **3**, 610-14, 1963
- 9) Stix, T.H.: The Theory of Plasma Waves, McGraw-Hill Book Company, 1962
- 10) Smith, R.L., and N.M. Brice; J. Geophys. Res., **69**, 5029-40, 1964
- 11) Gurnett, D.A., S.D. Shawhan, N.M. Brice, and R.L. Smith; J. Geophys. Res., **70**, 1665-88, 1965
- 12) Obayashi, T.: J. Geophys. Res., **70**, 1069-78, 1965
- 13) Ohtsu, J., and A. Iwai; Proc. Res. Inst. Atmos., Nagoya Univ., **14**, 15-22, 1967
- 14) Ohtsu, J., and A. Iwai; Proc. Res. Inst. Atmos., Nagoya Univ. **6**, 44-55, 1959, J. Geomag. Geoelect., **10**, 135-42, 1959