プラズマ加熱の基本的な考え方について^{*}

川 村 孝 弐^{**}

(名古屋大学プラズマ研究所)

ABSTRACT

The importance of the Conlomb collision is emphasized in connection with the heating rate of plasmas. After the examination on a simple model, the general relation between the heating rate and the effective thermalization frequency ν_T (Eq. (3-2)) is presented, and the dependence of ν_T on the collision frequency is discussed on consulting to the particle diffusion in troidal systems. The heating rates in several methods of heating are obtained from applications of the general result. Some comments on the heating methods oriented to CTR are given.

§1 序

プラズマ加熱を考える場合、外部からプラズマ粒子(電子あるいはイオン)にエネルギーを与えることと、熱化(thermalization)とを段階的に区別して考える考え方が現在のところ一般的なようである。しかしながら、プラズマの加熱の目的が、初期プラズマよりはるかに高い温度のプラズマを得ることにある以上、プラズマ粒子にエネルギーを注入することと熱化とは本質的に切りはなすことはできない。熱化を前提としない場合のプラズマへのエネルギー注入にはおのずから限界があり、ある一定の値で飽和するはずであるから、ある方法で高温プラズマを得る場合の“加熱率”(heating rate)を求めるときには必ずその中に熱化の速さを与える量が入ってこなくてはならない。熱化の速さをきめるものは本質的に云って粒子のクーロン衝突である。この報告では、熱化を前提とした場合のプラズマの加熱率に対する一般的な表式を示し、熱化の速さをきめる量とクーロ

* On the Basic Concept of Plasma Heating

** Takaichi Kawamura, Institute of Plasma Physics,
Nagoya University.

ン衝突周波数との関係を明らかにしたい。§ 2でまず加熱率と衝突周波数との関係を与える簡単なモデルを示し、§ 3で加熱率の一般的な表式とその性質を考えた後、§ 4で具体的な加熱機構への応用を扱い、従来の結果との関係を検討する。§ 5では結論と核融合プラズマを得ることを目的としたプラズマ加熱法の必要な特徴を中心として検討を加えることとしたい。

§ 2 加熱率と衝突周波数との関係

振動する電場の中に置かれた一個の荷電粒子(質量 m , 電荷 q)の運動を考える。電場の周波数を ω , 振幅を E_0 とし、簡単のため記述は次元とする。運動方程式は

$$m \frac{dv}{dt} = q E_0 \cos(\omega t + \phi) \quad (2-1)$$

で、 ϕ は電場の初期位相である。 $a = q E_0 / m \omega^2$ と置き(2-1)を解けば

$$v = v_0 + a \omega \{ \sin(\omega t + \phi) - \sin \phi \} \quad (2-2)$$

となるから粒子のエネルギー $(1/2) m v^2$ は時間がたっても一定以上増加しない。粒子のエネルギーを1振動周期 $2\pi/\omega$ で平均した値は

$$\frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi/\omega} dt \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{m a^2 \omega^2}{2} \left(\frac{1}{2} + \sin^2 \phi \right) \quad (2-3)$$

となり、初期位相 ϕ で平均しても一定のエネルギー増加はあるものの、時間がたってもこれ以上増大せず、従って荷電粒子の集団に周期的電場を印加しても定常的な加熱は起らない。

しかしながら実際の荷電粒子集団であるプラズマでは粒子間のクーロン衝突があるので、運動の中に常にランダム化(randomization)の効果が存在する。ここで振動系に対する衝突によるランダム効果に類似した効果を上記の系にとり入れるため、一つのモデルとして、“ある時間間隔で振動の位相が前の位相とは全く関係のない値にジャンプする”場合を考えてみる。

いま n 回の位相のジャンプがあるとして、その起る時間間隔($\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$)の平均値 Δt に対応させて $1/\Delta t = \nu$ をこの場合の“衝突周波数”(collision frequency)と定義する。(2-2)式からそれぞれの時間間隔での速度の増分は、

プラズマ加熱の基本的な考え方について

$$\left. \begin{aligned} \Delta v_1 &= 2 a \omega \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_1 + \phi_1 \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_1 \right) \\ \Delta v_2 &= 2 a \omega \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_2 + \phi_2 \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_2 \right) \\ &\quad \text{---} \text{---} \text{---} \\ \Delta v_n &= 2 a \omega \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_n + \phi_n \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_n \right) \end{aligned} \right\} \quad (2-4)$$

となる。ここで各位相 $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n$ は 0 から 2π までの全く独立な値をとるものとする。
 n 回後の最終速度は

$$\begin{aligned} v_n &= v_0 + \sum_{i=1}^n \Delta v_i \\ &= v_0 + 2 a \omega \sum_{i=1}^n \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i + \phi_i \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i \right) \end{aligned}$$

であるから、エネルギー $w_n = m v_n^2 / 2$ は

$$\begin{aligned} w_n &= w_0 + 2 m v_0 a \omega \sum_{i=1}^n \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i + \phi_i \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i \right) \\ &\quad + 2 m a^2 \omega^2 \left\{ \sum_{i=1}^n \cos \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i + \phi_i \right) \sin \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i \right) \right\}^2 \end{aligned} \quad (2-5)$$

となる。(2-5)を $(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n, \phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)$ のアンサンブルで平均すれば、粒子のエネルギーの期待値が求められる。但し $(\Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n)$ は平均値が $\overline{\Delta t} = \nu^{-1}$ となるような確率分布を持つとし、 ϕ_i は 0 から 2π までの勝手な値をとるものとする。エネルギーの増加量、 $w_n - w_0$ 、の期待値を求めるために、まず ϕ_i での平均を求めると、

$$\begin{aligned} \langle w_n - w_0 \rangle (\phi_i) &= \frac{1}{(2\pi)^n} \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int_0^{2\pi} d\phi_2 \cdots \int_0^{2\pi} d\phi_n (w_n - w_0) \\ &= m a^2 \omega^2 \sum_{i=1}^n \sin^2 \left(\frac{\omega}{2} \Delta t_i \right) \end{aligned} \quad (2-6)$$

川村

となるが、次に (Δt_i) の分布による平均を行う場合、極限的な場合には次のように簡単に求めることができる。まず $\nu \ll \omega$ の場合には殆んど Δt_i に対し $\omega \Delta t_i \gg 1$ と考えてよいから、(2-6) 式の $\sin$ の中の値 $\omega \Delta t_i / 2$ は 2π の適当な整数倍を引くことによって 0 から 2π の間に等確率に落ちると考えられるので、 $\langle \sin^2(\omega \Delta t_i / 2) \rangle (\Delta t_i) \cong 1/2$ として

$$\langle w_n - w_0 \rangle \cong m a^2 \omega^2 \frac{n}{2}$$

となり n と共に増加する。従ってこの場合の 1 粒子当たりの加熱率は

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\langle w_n - w_0 \rangle}{n \Delta t} = \frac{m a^2 \omega^2}{2 \Delta t}$$

即わち

$$\frac{dw}{dt} = \frac{q^2 E_0^2}{2 m \omega^2} \nu \quad (\nu \ll \omega) \quad (2-7)$$

となって衝突周波数 ν に比例することがわかる。 $\nu \rightarrow 0$ の極限では加熱率も 0 となり、冒頭に述べたことと矛盾しない。

逆に $\nu \gg \omega$ の場合には殆んど Δt_i に対し $\omega \Delta t_i \ll 1$ と考えてよいから、(2-6) 式で $\sin(\omega \Delta t_i / 2) \cong \omega \Delta t_i / 2$ と近似できて

$$\begin{aligned} \langle w_n - w_0 \rangle &\cong m a^2 \omega^2 \sum_{i=1}^n \frac{\omega^2}{4} \langle (\Delta t_i)^2 \rangle \\ &= \frac{m a^2 \omega^2}{4} \omega^2 (\Delta t)^2 n \end{aligned}$$

となり、この場合には

$$\frac{dw}{dt} = \frac{q^2 E_0^2}{4 m} \cdot \frac{1}{\nu} \quad (\nu \gg \omega) \quad (2-8)$$

* 厳密には $\langle \Delta t_i \rangle = \Delta t$ と $\langle (\Delta t_i)^2 \rangle^{1/2}$ とは (Δt_i) の確率分布により数係数だけの違いが生ずることがある。

プラズマ加熱の基本的な考え方について

となって ν に逆比例することがわかる。従って一般の場合に

$$\frac{dw}{dt} = \frac{q^2 E_0^2 \omega^{-2}}{2m} F(\nu) \quad (2-9)$$

と書けば、関数 $F(\nu)$ は $\nu \ll \omega$ では $F(\nu) \propto \nu$ となり $\nu \gg \omega$ では $F(\nu) \propto \omega^2 / \nu$ となる。 $\omega \Delta t \sim 1$ の場合に $F(\nu)$ の形を知るためには (Δt_i) の確率分布を与えてやらなければならないが、関数 $F(\nu)$ の上の漸近的性質は、周期的変動に対する衝突の効果の一般的傾向を代表しているといつてよい。(図1)。因みに(2-9)の $F(\nu)$ の前の項 $q^2 E_0^2 \omega^{-2} / 2m$ は衝突によるランダム化を考えない場合のエネルギーの平均的増加分((2-3)式の増加分の ϕ による平均)になっていることを注意しておく。

ここでは衝突の持つランダム化効果の側面のみを強張した思考実験的モデルを取上げたが、実際問題としては衝突による運動量の変化即ち摩擦(friction)の効果もと入れた現実的モデルを考える必要がある。しかしながらどのような加熱過程を考える場合でも、ランダム化効果の存在は必要であり、加熱過程は本質的に確率過程(stochastic process)である。プラズマの場合にはランダム化効果はいずれにしろ実際には粒子のクーロン衝突から生じるのであって、非線形効果や磁場の不均一性によりその影響が増幅されることはあっても、衝突が無限に少い極限では有効な加熱は起らないといつてよいであろう。

上に述べたように熱化を含む加熱過程は本質的に確率過程であるから、正しくは速度分布関数が時間的に変化してゆく過程、即ち速度空間の拡散と考えなければならない。速度空間の拡散方程式は一定の条件の下では

$$\frac{\partial}{\partial t} f(\mathbf{v}, t) = \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} D(\mathbf{v}, t) \frac{\partial}{\partial \mathbf{v}} f(\mathbf{v}, t) \quad (2-10)$$

の形となる。(もつと一般的な形は Fokker-Planck 方程式である。)例えば準線形理論では上の形となるが、衝突のない場合には(2-10)の拡散係数 $D(\mathbf{v})$ は静電的な波の場合に

$$D \cong \pi \frac{q^2}{m^2} \int d\mathbf{k} < |E_{\mathbf{k}}|^2 > \delta(\mathbf{k}\mathbf{v} - \omega_{\mathbf{k}}) \quad (2-11)$$

の形であり、位相速度 $v_p = \omega_{\mathbf{k}}/k$ の近傍でのみ拡散係数は0でない値をもつだけであるから、いわゆる分布関数のプラトーがその場所に形成された段階でプラズマへのエネルギーの移動は終り、波と粒子の間に定常状態が形成される。即ちプラズマへのエネルギー流入量は飽和するわけである。定常状態が形成される時間は波の線形減衰率を $\gamma_{\mathbf{k}}$ とすれば $\gamma_{\mathbf{k}}^{-1}$ のオーダーであるから、衝突周波数 ν が $\nu \ll \gamma_{\mathbf{k}}^{-1}$ の場合には加熱率はむしろ ν の値によってきまることになる。

(2-10)式の拡散係数が速度によらずほぼ一定のときは速度空間の全域で一定な拡散となり、初期分布が $f(\mathbf{v}, 0) = n_0 \delta(\mathbf{v})$ のときには $f(\mathbf{v}, t)$ は

$$f(\mathbf{v}, t) = \sqrt{\frac{m}{2\pi T(t)}} e^{-\frac{m\mathbf{v}^2}{2T(t)}} \quad (2-12)$$

となって、温度 $T(t)$ が

$$T(t) = 2m \int_0^t dt' D(t') \quad (2-13)$$

となる Maxwell 分布となる。従って加熱率は

$$\frac{dT}{dt} = 2mD \quad (2-14)$$

となる。拡散係数が速度依存性を強く持つときには、衝突がないかぎり Maxwell 分布とはならず、平均エネルギー増加率としての加熱率は

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} T \right) &= \frac{1}{n_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} \frac{1}{2} m v^2 \frac{\partial f}{\partial t} \\ &= \frac{m}{2 n_0} \int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{v} v^2 \frac{\partial}{\partial v} D(\mathbf{v}) \frac{\partial f}{\partial v} \end{aligned} \quad (2-15)$$

から直接計算しなくてはならない。実際には衝突があるから、 ν^{-1} より長い時間でならした拡散係数は全空間で一様になるはずであるので、 $t \gg \nu^{-1}$ での加熱率は (2-14) の形で表わされる。このときの拡散係数は衝突による平均的な $\bar{D}$ になり、これは大体

$$\bar{D} \cong \nu \int_0^{1/\nu} dt \frac{1}{V} \int d\mathbf{v} D(\mathbf{v}, t) \quad (2-16)$$

のように与えられるであろう。ここで V は拡散が必要となる熱速度のオーダーの速度空間の領域である。拡散係数の時間依存性が ν^{-1} より速く 0 になるとき、例えば波の減衰が ν^{-1} より速い場合は (2-16) の時間積分の上限は ∞ にのばしてもよいので、 $\bar{D} \propto \nu$ となり、加熱率は ν に比例することになる。即ちこれは前に述べた簡単なモデルに於ける $\nu \ll \omega$ の場合に相当している。

このようにプラズマに於ける加熱過程では、加熱率は本質的に衝突周波数に依存する。この場合の衝突周波数としては例えば Spitzer の与えた自己衝突周波数⁽¹⁾ (self-collision frequency) ν_c をとることができる。即ち

$$\begin{aligned} \nu_c &= \frac{8 \times 0.714 \pi}{3\sqrt{3}} \frac{Z^4 e^4 n \ell_n A}{\sqrt{m} T^{3/2}} \\ &= 0.70 \times 10^{-7} \frac{Z^4 n \ell_n A}{\sqrt{A} T^{3/2}} \quad (\text{sec}^{-1}) \end{aligned} \quad (2-17)$$

となる。ここで A は粒子の原子量 (電子は $\sqrt{A_e} = 0.023$) n は数密度 (cm^{-3}), T は eV で表わした温度である。keV のプラズマでは ν_c は一般に小さく ($n = 10^{13} \text{cm}^{-3}$, $T = 1 \text{keV}$, $Z = A = 1$, $\ell_u A = 20$ で, $\nu_c \cong 2.2 \times 10^2 \text{sec}^{-1}$), 従って加熱率は、波の減衰による加熱の場合には、一般に衝突周波数 ν_c に比例すると考えてよいであろう。

§ 3 加熱率の一般的表式

前節に於ては加熱率が衝突周波数 ν_c に比例する場合を主として考えたが、加熱機構によっては、 ν_c に対する依存性はもっと複雑であると考えられる。加熱率と速度空間の拡散係数との関係は (2-14) 式のような形であるが、ここで通常的位置空間の拡散係数と衝突周波数との間の関係についていくつかの特徴的な性質が知られていることを想起したい。

その一つはトーラスに於けるいわゆる新古典拡散 (neoclassical diffusion) である。^[2] 磁場に垂直な粒子拡散で一樣磁場中で衝突のみによるいわゆる古典拡散係数は、熱速度をもつ粒子の Larmor 半径 ρ_T と電子-イオンの衝突周波数 ν_{ei} とにより $D_{\perp}^c \cong \rho_T^2 \nu_{ei}$ となるが、トーラスに於てはポロイダル磁場 B_{θ} の効果から、 $D_{\perp} \cong q^2 D_{\perp}^c$ となる。ここで q は安全係数 (safty factor) で $q = \epsilon B_t / B_{\theta}$ (B_t = トロイダル磁場, $\epsilon = r/R$, R = トーラス主半径 r = 管軸からの距離) である。これはトーラスでの磁気面と粒子のドリフト面がずれていることから生じるのであるが、この効果は $\nu_{\text{eff}} = q^2 \nu_{ei}$ として有効な衝突周波数が q^2 倍だけ増加したと解釈し直すこともできる。即ち磁場の非一様性が衝突の効果を増幅 (enhance) していることになる。

衝突周波数が小さい極限では、トーラスのトロイダル磁場が内側で強いことから生じる磁気ミラーの効果により、磁力線に沿ってトーラスを周囲しないいわゆるバナナ粒子の存在が拡散を支配するようになる。バナナ軌道の最大幅を Δr_T とすると、一回の衝突で軌道は Δr_T だけずれることになり、ミラーの損失錐 (loss cone) へ粒子を落とすための有効散乱角などの効果を取り入れると、拡散係数は結局 $D_{\perp} \cong \epsilon^{-3/2} q^2 D_{\perp}^c$ となる。ここではさらに $\epsilon^{-3/2}$ の増幅係数が掛かることになる。

また新古典拡散で興味深いことは、中間の衝突周波数領域即ちバナナのパウンス周波数と衝突周波数とがほぼ同じオーダーの時は、衝突によってバナナ軌道を離脱する確率 $\sim \omega_B / \nu_{ei}$ (ω_B = バナナ粒子のパウンス周波数) が掛かるため $D_{\perp} \cong \epsilon^{-3/2} q^2 \rho_T^2 \omega_B$ となって衝突周波数が変化しても $D_{\perp}$ がほぼ一定のいわゆる拡散係数のプラトー領域になる。この領域では拡散係数に衝突周波数は明らさまには入っていないが、(勿論上のような粗い話ではなくもっと正確な理論によれば^[2] ゆるやかな ν_{ei} 依存性はあるが)、これは拡散のために衝突が不必要であるというわけではないこ

とは勿論である。

もう一つの例はやはり磁場を横切る拡散で、いわゆる Bohm 拡散の場合である。Bohm 拡散係数 $D_{\perp}^B = (1/16) c T / e B$ は古典拡散係数 $D_{\perp}^c \cong \rho_T^2 \nu_{ei}$ の衝突周波数 ν_{ei} を $\nu_{\text{eff}} = \alpha \Omega_e$ (Ω_e = 電子のサイクロン周波数, α = 数係数) とおき換え、係数 α を $1/16$ にとった場合に相当する。Bohm 拡散は、ドリフト波のような低周波波動により粒子拡散が増幅されたものと理解されているが、この場合も衝突周波数は見かけ上拡散係数の中に現われない。これは波による衝突の効果の増幅がある飽和値に達したためと考えれば理解できる。即ちこの場合も衝突は粒子拡散のために必要ではあるが、衝突周波数の値そのものは拡散係数をきめるパラメータになっていないものと考えられる。従って衝突周波数がごく小さくなれば、波が拡散を増進させている場合でも、衝突周波数に対する前述のような依存性は現われて来るものと考えられる。ただ非線形性が強い場合にはこのような衝突周波数に対する依存性は極端に ν_{ei} が小さくならないと見られないかも知れない。

以上のような位置空間の拡散係数と衝突周波数との関係を念頭においた上で、速度空間の拡散係数に比例する加熱率と衝突周波数との関係について、次のように考えることができる。即ちプラズマ中の電子あるいはイオンを有効に加熱するにはまずプラズマの粒子の一部に運動エネルギーの形でエネルギーを注入し、それを熱化すればよい。このような“規則”運動として蓄積される“1粒子当たり”のエネルギー (energy storage) を w_s と書く。例えば電子加熱の時は、電子の一部に蓄積されたエネルギーを全電子数に配分したとした場合のエネルギーである。この時の加熱率は、§ 2 の (2-9) 式を一般化した形で

$$\frac{dT}{dt} = w_s F(\omega, \nu) \quad (3-1)$$

と書ける。以下粒子のエネルギーと温度との関係を与える数係数 (3次元の場合は $3/2$) は省くこととする。(3-1) 式で ω は規則運動のエネルギー蓄積に必要な時間の逆数であり、 ν はこれを熱化するのに必要な衝突周波数である。厳密には熱化するには (2-17) 式で与えられる自己衝突周波数 ν_c の逆数程度の時間が必要であるが、実際には電子の場合にはイオンとの衝突周波数 ν_{ei} の逆数程度で熱化するので、 ν は ν_{ei} と見做してもよいであろう。イオンの場合には通常条件ではイオンの自己衝突周波数の逆数程度の時間が必要と考えられる。

さて (3-1) で $\nu \ll \omega$ の場合は一般に $F(\omega, \nu) \propto \nu$ であり、 $\nu \gg \omega$ の場合は $F(\omega, \nu) \propto \omega^2 / \nu$ となるであろうことは十分予想されるが、この両極端の間では、位置空間の拡散係数と衝突周波数の関係から類推すれば、加熱機構によっては $F(\omega, \nu)$ が ν にあまり強く依存しない領域

川村

が存在する可能性がある。そこで(3-1)を

$$\frac{dT}{dt} = w_s \nu_T \quad (3-2)$$

と書き、 $F(\omega, \nu) = \nu_T$ を有効熱化周波数 (effective thermalization frequency) と呼ぶことにする。そして ν_T が ν のある領域 $\nu_1 < \nu < \nu_2$ で ν にあまり強く依存しないとき、この領域を衝突周波数に対する熱化のプラトー領域 (plateau regime for thermalization) とよぶ。(図2) しかしこの領域でも熱化のために衝突が不必要というわけではなく、見かけ上(3-2)式で与えられる加熱率に衝突周波数が入って来ないだけである。丁度トーラスの新古典拡散のプラトー領域あるいは Bohm 拡散のように、速度空間の拡散係数に比例する加熱率も、 ν が変化しても ν_T がほぼ一定となる領域が存在する可能性があるというわけである。特に磁場中における加熱ではこの可能性が大きい。その具体的な例は次の節の T T M P 及び共鳴加熱の項で示すことができる。このような領域の存在する場合の加熱に対する重要な意義は云うまでもないが、それについては §5 で論ずることとし、以下具体的な加熱機構のいくつかを上記の観点から見なおして見ることにする。

§ 4 種々の加熱機構における加熱率

(a) ジュール加熱と中性粒子入射加熱

ジュール加熱はプラズマの電子加熱としては最も標準的で、イオン加熱は電子・イオンの衝突による温度緩和に期待している。巨視的に見た基本式は電流密度 j に対するジュールの法則で

$$\frac{d}{dt} (n_e T_e) = \eta j^2$$

(4-1)

であり、 η は電気抵抗率である。電流密度 j は微視的に見れば、電子のドリフト速度を v_D とすれば

$$j = n_e e v_D \quad (4-2)$$

プラズマ加熱の基本的な考え方について

となり，電気抵抗率の表式は

$$\eta = \frac{m_e}{e^2 n_e} \nu_{ei} \quad (4-3)$$

であるから，この二つを(4-1)に代入し， n_e = 一定とすれば

$$\frac{dT_e}{dt} = m_e v_D^2 \nu_{ei} \quad (4-4)$$

となる。これは明らかに(3-2)式の特珠な場合で， $w_s \cong \frac{1}{2} m_e v_D^2$ ， $\nu_T \cong \nu_{ei}$ に相当している。即ち電子の並進運動に蓄積された“規則”運動のエネルギーが，電子-イオン衝突により直接に熱化されている。この場合等速並進運動であるから $\omega \rightarrow \infty$ に相当するので，常に $dT/dt \propto \nu$ の形となる。

ジュール加熱と本質的には同じであるが，直接にイオンの加熱をねらうのが中性粒子入射加熱である。この場合も基本式は(3-2)で，ただこの場合 w_s は中性ビームからイオン化したビーム・イオンの密度 n_b とイオンの密度 n_i との比を掛けた上で v_D をビーム速度 v_b に， ν_{ei} を ν_{ii} と置き換えればよい。但しこの場合は ν_{ii} はいわゆるイオンの減速時間(slowing down time)の逆数をとるべきであろう。即ち

$$\frac{dT_i}{dt} \cong \frac{n_b}{n_i} \epsilon_b \nu_{bi} \quad (4-5)$$

である。 ν_{bi} はビームエネルギー ϵ_b (eV)に対し

$$\nu_{bi} = 2\sqrt{2\pi} \frac{e^4 n_i \ell_n A}{\sqrt{m_i} \epsilon_b^{3/2}} = 1.8 \times 10^{-7} \frac{n_i \ell_n A}{\sqrt{\Lambda_i}} \epsilon_b^{-3/2}, \quad (\text{sec}^{-1}) \quad (4-6)$$

となり，(2-17)で与えられる ν_c よりはずっと小さくなる。厳密に云えばこの場合は，ビームの成分があるのでまだMaxwell分布よりもさらに高エネルギー部に尾を引いた分布であり，(4-5)式の T_i は温度というよりもむしろ平均エネルギーである。但し核融合の場合にはむしろこの方が都合がよいのは勿論であるが，実際には $\nu_{bi}^{-1} \gg \nu_c^{-1}$ だからビームが十分プラズマ中で減速する様な閉じこめ時間が可能ならば，イオンが熱化する時間は問題にならないといえる。

(b) TTMP

T T M P (transit time magnetic pumping) は閉じ込め磁場 B_0 に対し、進行波形の磁場変動、

$$B(x, t) = B_0 + \tilde{B} \cos(kx - \omega t) \quad (4-7)$$

を印加し、磁気モーメント保存を前提として ($\omega \ll \Omega_i$ = イオンのサイクロトロン周波数) 衝突による熱化をはかるものである。但しこの場合、特徴的な3つの周波数即ち $\Omega_i = e B_0 / m_i c$ 、イオンの衝突周波数 ν_i 、及び変動の波長 $\lambda = 2\pi/k$ を熱速度のイオンが通過する時間 (transit time) $\tau_t = \lambda / v_T$ の逆数 $\omega_t = 2\pi / \tau_t = k v_T$ が存在しその関係が $\Omega_i \gg \omega \sim \omega_t \cong \nu_i$ のときが T T M P と称される。 $\Omega_i \gg \nu_i \sim \omega \gg \omega_t$ のときは衝突加熱と呼ばれる。イオンが高温になり ν_i が低下すれば衝突加熱は T T M P に必然的に移行する。 $\omega_t > \nu_i$ となる条件は

$$T_i > 1.26 \times 10^{-7} \lambda \sqrt{n_i} \ell_u A \quad (\text{eV}) \quad (4-8)$$

である。 λ は波長 (cm) で波長が ∞ か、又は装置の長さより長ければ λ として装置の磁場方向の長さをとる。

この場合興味深いのは磁場のミラーにトラップされたイオンが加熱に有効にきくということである。磁場波形の進行する位相速度 $v_p = \omega/k$ の系では静止した磁場のポテンシャル $\tilde{B} (1 - \cos kx)$ の中でイオンは運動することになるが、いま $v_T \gg v_p$ と考えるのでこの系は殆ど静止しているとみなしてよい。 $\tilde{B}/B_0 \ll 1$ であるから、大部分のイオンはトラップされず、波動磁場の影響は殆どうけないで断熱運動しているが、 $v_{||}/v_{\perp}$ の小さいイオンが磁場のミラーにとらえられて $\mu \tilde{B} (1 - \cos kx)$ のポテンシャルによるバウンス運動をする。従ってトラップされたイオンは $\sim \mu \tilde{B}$ の振動エネルギーをそれぞれ蓄えていることになるのでこれが衝突により熱化されると考えればよい。

まずトラップの条件を考える。波動磁場のミラー比が

$$M = \frac{B_0 + \tilde{B}}{B_0 - \tilde{B}} \cong 1 + \frac{2\tilde{B}}{B_0} \quad (4-9)$$

であるから、磁場の最も小さい所での速度を $v_{||0}$ 、 $v_{\perp 0}$ とすると

$$\frac{v_{||0}}{v_{\perp 0}} \leq \sqrt{M-1} \cong \sqrt{\frac{2\tilde{B}}{B_0}} \quad (4-10)$$

プラズマ加熱の基本的な考え方について

がトラップの条件である。M が 1 に近いから $\sqrt{M-1}$ は速度空間でのトラップされたイオンの占める位相空間の立体角にほぼ等しく、トラップされるイオンの割合に相当する。バウンスの周波数は $\omega_B = k v_{\perp} \sqrt{\tilde{B}/B_0} \cong k v_T \sqrt{\tilde{B}/B_0} = \omega_t \sqrt{\tilde{B}/B_0}$ である。従ってまず (3-2) で、規則運動として蓄えられる¹⁾ イオン当りのエネルギー w_s はこの場合

$$w_s \cong \sqrt{M-1} \mu B_0 \cong \left(\frac{\tilde{B}}{B_0} \right)^{3/2} T_i \quad (4-11)$$

である。但しここで $\mu = \frac{1}{2} m_i v_{\perp}^2 / B_0 \cong m_i v_T^2 / B_0 = T_i / B_0$ とした。次に ν_i に相当するのはまず 90° 散乱で定義される ν_i であるが、次に考えられるのは、ミラーからイオンが離脱するには、必ずしも 90° 散乱でなくてもよいからピッチ角散乱を考えて

$$\nu_{\text{eff}} \cong \frac{\nu_i}{(\Delta\theta)^2} \cong \frac{\nu_i}{M-1} \cong \frac{\nu_i}{\tilde{B}/B_0} \quad (4-12)$$

を ν_i にとるといいう考え方も成立するかも知れないが、“熱化”という立場から考えると、イオンの自己衝突周波数をとるのがむしろ適当と考えられる。従って ν_i をイオンの自己衝突周波数と考えることにすれば（実際上は自己衝突周波数と 90° 散乱の衝突周波数即ちいわゆる傾向時間 (deflection time) の逆数とは数係数しか変わらない）、 $\nu_i \ll \omega_B \cong \omega_t \sqrt{\tilde{B}/B_0} < \omega_t$ の時は (3-2) で

$$\frac{dT_i}{dt} \cong w_s \nu_i \cong \left(\frac{\tilde{B}}{B_0} \right)^{3/2} \nu_i T_i \quad (4-13)$$

となり、 $\omega_B \ll \nu_i \lesssim \omega_t$ の時は $\omega \cong \omega_B$ だから

$$\frac{dT_i}{dt} \cong w_s \frac{\omega_B^2}{\nu_i} \cong \left(\frac{\tilde{B}}{B_0} \right)^{5/2} \frac{\omega_t^2}{\nu_i} T_i \quad (4-14)$$

となる。特に興味深いのは $\nu_i \sim \omega_B$ の場合であって、この時はバウンスの途中で衝突が起きる可能性があるので (4-12) にこの確率を掛けてやれば $\nu_i \sim \omega_B$ での大体の加熱率が出ると考えて、確率を ω_B / ν_i として (4-12) に掛けてやると、

$$\frac{dT_i}{dt} \cong w_s \nu_i \frac{\omega_B}{\nu_i} \cong w_s \omega_B \cong \left(\frac{\tilde{B}}{B_0} \right)^2 \omega_t T_i \quad (4-15)$$

となりほぼ ν_i に依らず一定となることが予想される。これは有効熱化周波数 ν_T のプラトーの一つの例であって、このことは Canobbio の kinetic theory を用いた詳細な解析でも示されており結果は上と一致している。^[5]

(c) R F 共鳴加熱

R F 共鳴加熱は I C R H (ion cyclotron resonance heating) と E C R H (electron cyclotron resonance heating) とあり、周波数が極端に異なるから実験的には大きく異なるが、加熱機構の点では共通しているから I C R H を例にとって考える。実際は波の伝播性が重要な問題であるが、ここではうまく波がプラズマに入り、 $\omega = \Omega_i$ の共鳴領域で振動電場が立っているととして $v_\perp$ の増加を求める。加熱にきく有効な電場をダイポール近似で $E_\perp(t) = E_0 e^{-i\omega t}$ と置き、基本共鳴のみ考える。以下非一様磁場を前提として共鳴領域は有限であるとする。

イオンの運動方程式は $v_\perp = v_x + i v_y$ とし複素表示を使うと共鳴の近傍で

$$\dot{v}_\perp + i\Omega v_\perp = \frac{Z_i e}{m_i} E_0 e^{-i\omega t} \quad (4-16)$$

と書ける。これを解いて $\Omega = \omega$ とすれば

$$v_\perp(t) = v_\perp(t_0) e^{-i\Omega t} + \frac{Z_i e E_0}{m_i} e^{-i\Omega t} \quad (4-17)$$

となる。 $v_\perp(t_0) = V_{\perp 0} e^{i\theta_0}$ とおくと、エネルギー $W_\perp = m_i v_\perp^2 / 2$ は

$$W_\perp(t) = W_{\perp 0} + V_{\perp 0} Z_i e E_0 t \sin \theta_0 + \frac{(Z_i e E_0)^2}{2 m_i} t^2 \quad (4-18)$$

となる。 θ_0 はイオンが共鳴領域に入るときの電場の振動に対する施回の初期位相である。共鳴領域にイオンが滞在する時間を τ_r とすると、共鳴をイオンが1回通過する時のエネルギー変化は、(4-18)の第2項が一般に主要項であるから(通常条件では $m_i V_{\perp 0} \gg Z_i e E_0 \tau_r$)

$$\Delta W_\perp \cong \frac{2 W_{\perp 0}}{m_i} Z_i e E_0 \tau_r \sin \theta_0 \quad (4-19)$$

である。もしイオンが1回しか共鳴を通過しなければ、イオンのエネルギー分布の広がり、

(4-19) を初期位相 θ_0 で 2 乗平均して

$$\langle (\Delta W_{\perp})^2 \rangle^{1/2} \cong \sqrt{\frac{W_{\perp 0}}{2 m_i}} Z_i e E_0 \tau_r \quad (4-20)$$

となる。 τ_r は磁力線に沿った共鳴領域の長さ ℓ_r を $v_{\parallel}$ で割った値で評価できるが、(4-19) で与えられるエネルギー変化は一般に小さな値にしかならないので、1 回程度の共鳴通過ではあまり温度は上昇しない。従ってミラーあるいはトーラスの様な周期系にして何回も共鳴を通過させてやらなければならない。この時は (4-17) を

$$v_{\perp}(t) e^{-i\theta_0 + i\Omega \tau_r} = v_{\perp 0} + \frac{Z_i e E_0}{m_i} \tau_r e^{-i\theta_0} \quad (4-21)$$

と書き直してみればわかる様に、1 個のイオンが共鳴領域に入るたびごとの電場の振動と施回との相対的な初期位相 θ_0 が重要な意味をもつ。共鳴領域を出てから次に共鳴領域に回帰する間に、衝突により位相が乱されていれば、共鳴領域を通過するたびに θ_0 はランダムであるから (4-21) は速度空間 ($v_{\perp}$ 空間) の ランダム歩行 (random walk) となり速度空間に於ける拡散が生じて加熱となる。

このときの拡散係数 $D_{\perp}$ は、共鳴領域にイオンが回帰する頻度をきめる周期 τ_t (トーラスの一部に共鳴領域がある場合はトーラスを磁力線方向に周回する時間 $L/v_{\parallel}$) を用いれば、(4-21) から

$$D_{\perp} \cong \frac{\langle (\Delta v_{\perp})^2 \rangle}{\tau_t} \cong \left(\frac{Z_i e E_0}{m_i} \right)^2 \frac{\tau_r^2}{\tau_t} \quad (4-22)$$

となり、加熱率は

$$\frac{dT_{\perp i}}{dt} \cong 2 m_i D_{\perp} \cong \frac{(Z_i e E_0)^2}{m_i} \frac{\tau_r^2}{\tau_t} \quad (4-23)$$

となる。ここで $\tau_r \cong \ell_r / v_{\parallel}$, $\tau_t \cong L / v_{\parallel}$ とすると

$$\begin{aligned}
 \frac{dT_i}{dt} &\cong \frac{(Z_i e E_0 \ell_r)^2}{\sqrt{m_i} L} \cong \frac{1}{\sqrt{T_i}} \\
 &= 0.98 \times 10^6 \cdot \frac{Z_i^2}{\sqrt{\Lambda_i}} \frac{E_0^2 \ell_r^2}{L \sqrt{T_i}} \quad (\text{eV/sec}) \quad (4-24)
 \end{aligned}$$

となる。(T_i : eV, E_0 : Volt/cm, L, ℓ_r : cm)但し(4-24)で τ_t より長い加熱時間の間に衝突で $T_\perp$ と $T_\parallel$ が緩和されると仮定している。もしこの緩和が十分でなければ(4-24)の右辺の T_i は $T_{i\parallel}$ とすべきである。

このような加熱法は共鳴通過の時の位相関係が毎回ランダムであるという効果を熱化に利用するため統計加熱(stochastic heating)と呼ばれる。この加熱機構は始めミラーに於ける E C R H で確認された。^[6]

ここで衝突周波数との関係が重要となるが、毎回の共鳴通過の位相が衝突で乱されるためには $\nu_i > \nu_\parallel / L \cong v_T / L$ である。勿論共鳴通過中に衝突が度々あれば加熱の効率は落ちるから、(4-24)は

$$\frac{v_T}{\ell_r} > \nu_i > \frac{v_T}{L} \quad (4-25)$$

の間ではほぼ一定の加熱率を与える。これは前述の一般原理(3-2)式でいえば、1オンに蓄積された運動エネルギー w_s は

$$w_s \cong \frac{1}{2} m_i \left(\frac{Z_i e E_0}{m_i} \tau_r \right)^2 = \frac{Z_i^2 e^2 E_0^2}{2 m_i} \tau_r^2 \quad (4-26)$$

であり、有効熱化周波数 ν_T に相当するのが τ_t^{-1} である。これを(3-2)に用いれば(4-23)を導びくことができる。即ちこの場合にも ν_T のプラトー領域が存在して、熱化のために衝突は必要であるが、加熱率の中にその値は入ってこない。これは云うまでもなく共鳴通過の周期性から来ている。また(4-25)で与えられる ν_i の領域より小さい ν_i に対しても、磁場の非一様性から生ずる施回軌道の複雑さが衝突の位相への影響を増幅して有効な位相のランダム化が行われることが Momota・Takizuka によってたしかめられている。^[7]従って(4-25)で与えられる有効熱化周波数のプラトーはさらにずっと ν_i の小さい領域にまで広がっていると考えてよい。

(d) 波動減衰による加熱

ここでは伝播する高周波波動（縦波）に対しその位相速度 v_p にほぼ等しい $v_{||}$ をもつ粒子が分布関数の形を通して波からエネルギーを吸収する波動減衰による加熱を考える。よく知られているように、無衝突（ブラソフ）プラズマでの線形近似による Landau 減衰は、波からエネルギーをもらう粒子の数が波にエネルギーを与える粒子の数より多いことから生じる。この点は準線形近似でも同じである。従って、分布関数の位相速度近傍にプラトーが形成されると、波と粒子の間に定常状態が形成されて、それ以上に波からエネルギーは粒子に移らなくなる。この場合波のエネルギーの一部が粒子の運動エネルギーに変っただけで熱化ではないから、波の規則運動のメモリーは粒子の運動の中に残されているため、このエネルギーは前述の “規則” 運動として粒子に蓄えられたエネルギー w_s に相当する。

分布にプラトーができ定常状態が形成されると波から粒子へのエネルギーの移動は止まるが、衝突の効果がきいて平衡分布への移行が起り、分布関数の勾配が負になると再び波は粒子に吸収される。即ち Landau 減衰により持続的な加熱が進行するためにはやはり衝突が必ず必要であることがわかる。

準線形的見方で Landau 減衰による加熱率を評価してみる。今一つのモードの波 $E_k e^{i(kx - \omega t)}$ から粒子がエネルギーをもらい分布関数にプラトーができるまでを考える。いま衝突は十分少く、プラトー形成の時間より ν_c^{-1} の方が長いとする。プラトーの幅 Δv は、電場の有限振幅を考慮すれば、ポテンシャルの高さ $\phi_k \cong E_k/k$ によって

$$\frac{1}{2} m (v - v_p)^2 = \frac{1}{2} m (\Delta v)^2 \lesssim e \phi_k \quad (4-27)$$

から

$$\Delta v_T \cong \sqrt{\frac{e \phi}{m}} \quad (4-28)$$

となる。 $v_p = \omega/k$ は波の位相速度である。これからプラトー形成までに粒子に移るエネルギーは、

$$\begin{aligned} \Delta W &\cong - \int_{-\Delta v_T}^{\Delta v_T} dx \frac{1}{2} m (v_p + x)^2 x \left. \frac{\partial f}{\partial v} \right|_{v=v_p} \\ &= m v_p \{ -f'(v_p) \} \frac{2}{3} (\Delta v_T)^3 \end{aligned} \quad (4-29)$$

となるであろう。ここで $f(v_p)$ は位相速度 v_p の点での分布関数の勾配である。1 粒子当たり
に換算すれば

$$w_s \cong - \frac{f'(v_p)}{n} \frac{v_p}{\sqrt{m}} (e\phi)^{\frac{3}{2}} \quad (4-30)$$

となる。これが 1 粒子当たりの " 規則 " 運動として蓄積されたエネルギーで、衝突によるラン
ダム化効果がないかぎりこれ以上波から粒子へエネルギーは移らない。 w_s の蓄積に必要な時間
は、波の線形減衰率を γ_k とすれば $\sim \gamma_k^{-1}$ のオーダーであるから、(3-1) 式の ω に対応するの
は γ_k である。 $\nu_c \ll \gamma_k$ の場合は、熱化の速さは殆ど衝突できまり、加熱率は

$$\frac{dT}{dt} \cong w_s \nu_c \cong \frac{-f'(v_p)}{n} \frac{v_p}{\sqrt{m}} (e\phi)^{\frac{3}{2}} \nu_c \quad (4-31)$$

で与えられる。線形減衰率 γ_k は

$$\begin{aligned} \gamma_k &\cong \omega_k \frac{\pi \omega_p^2}{2k^2} \frac{1}{n} f'(v_p) \cong \sqrt{\frac{\pi}{8}} \omega_p \left(\frac{v_p}{v_T} \right)^3 e^{-\frac{v_p^2}{2v_T^2}} \\ &\cong 0.81 \times 10^3 \left(\frac{n}{A} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{T_p}{T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{T_p}{2T}} \end{aligned} \quad (4-32)$$

となる。ここで最後の式は $\omega_k \cong \omega_p = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$ (プラズマ振動数) とし、 $T_p = m v_p^2$ は位相速度をもつ粒子の 2 倍のエネルギー、分布は温度 T の Maxwell 分布とした。例え
ばイオン音波では、 $A_i = 1$, $n \cong 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, $T_e \cong T_i$ とすると $\gamma_k \cong 4.1 \times 10^9 \text{ sec}^{-1}$
であるのに対し、 $T_i \cong 1 \text{ keV}$ では (2-17) 式から $\nu_c \cong 2.2 \times 10^2 \text{ sec}^{-1}$ となるので ν_c
 $\ll \gamma_k$ であり、この場合加熱率は (4-31) で表わされる。

波の振幅が大きいときは波のポテンシャルによる粒子のトラッピングが生じるので、非線形の
取扱いかが必要であるが、トラップされた粒子は大体時間平均で

$$\varepsilon \cong \frac{1}{2} m v_p^2 + \frac{1}{2} e\phi \quad (4-33)$$

プラズマ加熱の基本的な考え方について

のエネルギーをもっていると見なしてよいから、 $\sim e\phi$ のオーダーの振動エネルギーを蓄えていることになる。この時の w_s は

$$w_s \cong \frac{(\Delta n)_T}{n} e\phi \quad (4-34)$$

のように評価できる。 $(\Delta n)_T$ はトラップされた粒子数で

$$(\Delta n)_T \cong f(v_p) \Delta v_T \cong f(v_p) \sqrt{\frac{e\phi}{m}} \quad (4-35)$$

であるから、

$$w_s \cong \frac{f(v_p)}{n} \frac{(e\phi)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m}} \quad (4-36)$$

となる。 $(4-30)$ と $(4-36)$ の違いは、 $(4-30)$ で与えられるものを w_s^L 、 $(4-36)$ で与えられるものを w_s^T とすると

$$\frac{w_s^L}{w_s^T} \cong \frac{-v_p f'(v_p)}{f(v_p)} \quad (4-37)$$

となる。分布が Maxwell でなく $f'(v_p)$ が小さいときで、 $-v_p f'(v_p) \ll f(v_p)$ となる場合はトラッピングの方が w_s が大きい。トラッピングが起る条件は線形減衰率 γ_k に対し

$$e\phi > \frac{m \gamma_k^2}{k^2} \cong 1.6 \times 10^{-12} \lambda^2 n \left(\frac{T_p}{T} \right)^3 e^{-\frac{T_p}{2T}} \text{ (eV)} \quad (4-38)$$

であるが、トラッピングの場合は分布関数の勾配でなく値そのものに比例することに注意したい。この場合 $(3-1)$ の ω に相当するのはポテンシャルの中でのバウンス周波数 $\omega_B \cong k\sqrt{e\phi/m}$ であるから $\nu_c \ll \omega_B$ のときに、加熱率は

$$\frac{dT}{dt} = \frac{f(v_p)}{n} \frac{(e\phi)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{m}} \nu_c \quad (4-39)$$

となる。

$(4-31)$ 式で与えられる加熱率は一般に ϕ をあまり大きくできず ν_c が小さいのでそれ程大きな値にはならない。波の減衰による加熱を考える場合は $(4-39)$ 式を参考にすれば、 $f(v_p)$

の相当大きいところで大振幅波によるトラッピングを起させた方が有効な加熱が期待できる。しかしこの場合は非線形効果が強いから、プラズマはむしろ乱流状態になると考えられるので、広い意味の乱流加熱となるであろう。

(e) 乱流加熱

せまい意味で乱流加熱 (turbulent heating) とよばれているのは、電極又は誘導でプラズマ中に大電流を流し、Dreicer 電場をこえる電圧をプラズマ中に発生させて、電子-イオンの2流体不安定でプラズマ中に乱流を生じさせて加熱するものである。このときはプラズマはいわゆる異常抵抗率 (anomalous resistivity) をもつ。異常抵抗率を与える電子の有効衝突周波数の形は色々と提案されているが、例えば Nishikawa によるものに

$$\nu_{\text{eff}} \cong n \lambda^3 \left(\frac{e \phi}{T_e} \right)^2 \nu_{ei} \quad (4-40)$$

がある。^[8] ここで ϕ は乱流中に発生する波束のポテンシャルの深さ、 λ は波束を特徴づける波長、 n は電子数密度である。このような形は、乱れの非線形効果により衝突の効果が増幅されることを意味し、非常に示唆的である。実際にこのような乱流中に発生していると考えられる波束はイオン加熱にも有効に働いていると推測される。

例としてイオン波乱流を考えて、イオンの加熱率の表式を求めてみよう。乱れたイオン波のポテンシャルの相関時間を τ_a とすると、相関がつづく間にイオンは波から平均して

$$w_s \cong \frac{1}{2} m_i \left(\frac{e E_0}{m_i} \tau_a \right)^2 \cong \frac{(e E_0 \tau_a)^2}{2 m_i} \quad (4-41)$$

の運動エネルギーを蓄積する。これが $\nu_T \cong \alpha \tau_a^{-1}$ (α は数係数) 程度の有効熱化周波数で熱化されるとすれば加熱率は (3-2) 式から

$$\frac{dT_i}{dt} \cong w_s \nu_T \cong \alpha \frac{(e E_0)^2}{m_i} \tau_a \quad (4-42)$$

となる。(3-45) の電場 E_0 は静電イオン波から生じているから、大体、

$$e E_0 \cong k e \phi \cong \frac{\omega_{pi}}{c_s} e \phi \cong \omega_{pi} \sqrt{\frac{m_i}{T_e}} e \phi \quad (4-43)$$

と概算される。 k は(4-40)に於けると同じく波束の代表的波数で、 c_s はイオン音波の位相速度である。(4-42)の τ_a を ω_{pi}^{-1} の程度と仮定すると、(4-43)とから

$$\frac{dT_i}{dt} \cong \alpha \left(\frac{e\phi}{T_e} \right)^2 \omega_{pi} T_e \quad (4-44)$$

となる。 α は乱流の発達の程度により1のオーダーになると予想され、これは我々が前に導いた結果と一致する。 $\alpha \cong 1$ としたときの(4-44)式の結果と実験結果とは矛盾していない。⁽⁹⁾

従来の乱流加熱の実験では非常に高温のイオン成分が存在することが報告されている。⁽¹⁰⁾これを乱れたプラズマ中に生じた比較的コヒーレントな大振幅のポテンシャル波によるイオンのトラッピングによって生じたと考えてみよう。この波の位相速度の系でトラップされたイオンは平均して $\sim e\tilde{\phi}$ のオーダーの運動エネルギーを蓄える。いまこれが全イオンに配分されるほど時間がたっていない段階を考えると、"高エネルギー成分"の温度 T_{ih} の変化は

$$\frac{dT_{ih}}{dt} \cong w_s \nu_T \cong e\tilde{\phi} \nu_{hw} \quad (4-45)$$

となるであろう。ここで ν_{hw} は高エネルギーのイオンが基本にある乱流によって散乱されてランダム化される有効熱化周波数で、ほぼ乱流の状態できまると考えられ、基本にある乱流がイオン波乱流であれば $\sim \omega_{pi}^{-1}$ の程度であろう。(4-45)で興味があるのは右辺が基本にある乱流の特徴的パラメータできまることで、最近乱流加熱で見出された異種イオン(不純物イオン)の加熱率がほぼどれも同じであるという事実がこれで説明できるかも知れない。⁽¹⁰⁾

ここでは有効熱化周波数 ν_T の衝突周波数 ν_c に対する依存性はないとして扱っているが、これは前述のように非線形性が強い場合に ν_T のプラトー領域が広いという予想の下での話であって、実際のランダム化に対しては衝突が間接に効いていることは云うまでもない。

§ 5 結 論

プラズマ加熱を考える場合、常に念頭に置かなければならないのは熱化した場合の温度である。ある実験で温度らしきものが観測されたとしても、それが非平衡状態にあるプラズマの分布関数の一部であれば、それは最終目標の温度ではない。熱核融合炉の炉心プラズマを考える場合には、いずれは閉じ込め時間の間にイオンは熱平衡に達するから、核融合を旨とするプラズマ加熱の研究は熱平衡に達した場合の到達温度が得られるような加熱率を目標としなければならない。

川村

プラズマ物理の研究としての加熱研究にしてもやはり熱化の過程に注目することは大切であり，特に § 3 で述べた有効熱化周波数の物理的内容は非定常状態のプラズマの性質を解明する重要な手がかりとなる。

上記の意味で，§ 3 で示した加熱率を与える一般式である (3-2) 式は，プラズマ加熱に於ける黄金則 (Golden Rule) とでも呼ばれるべきものである。従って最も高い加熱率を得たければ，プラズマ中の規則運動としてできるだけ多量のエネルギーを注入し，プラズマが高温になってもできるだけ低下しないような有効熱化周波数を与える加熱法を用いることである。この問題を解決することが核融合をめざすプラズマ加熱研究の重要な鍵となるであろう。

この小文を終るにあたり，重要な示唆と討論をしていただいた渡辺健二，百田 弘，河辺隆也の各氏に深く感謝する。

References

- 1) L.Spitzer; Physics of Fully Ionized Gases, Interscience, New York (1962), chap. 5
- 2) A.A. Galeev and R.Z. Sagdeev; Sov. Phys. JETP, 26, 233 (1968)
- 3) F.L. Hinton and M.N. Rosenbluth; Phys Fluids 16, 836 (1973)
- 4) S.Yoshikawa; Phys. Fluids 16, 1749 (1973)
- 5) E.Canobbio; Sym. Plasma Heating and Injection, Varenna 1972, Editorice Compositri, Bologna (1973) p. 14
- 6) T.Kawamura, H.Momota, C.Namba and Y.Terashima; Nucl. Fusion 11, 339 (1971)
- 7) H.Momota and T.Takizuka; Phys. Fluids 17, 2296 (1974)
- 8) K.Nishikawa; Ann. Rev. Inst. Plasma Phys. Nagoya Univ. 1970-1971, p. 180.
- 9) T.Kawamura and H.Ikezi; J. Phys. Soc. Japan 33, 1498 (1972)
- 10) Y.Nakagawa et al. Proc. Tokyo Conf. Vol. III, IAEA (1975) p. 287