イオンビーム・プラズマ系でのイオン波ソリトン*

奥津英三，中村正治，中村良治，伊藤富造

(宇宙航空研)**

(52年7月15日受理)

Abstract

Ion-acoustic solitons in a plasma traversed by a weak ion beam are investigated experimentally by a double plasma device. Large amplitude compressive pulses are amplified and steepened to be large amplitude solitons. Theoretical explanations are presented with use of the fluid model.

1 はじめに

およそ10年程前，プラズマ中のイオン音波を記述する KdV 方程式が導かれ，その解の一つとしてイオン波ソリトンの存在が^{1,2)}予言された。1970年に Ikezi, Taylor, Baker³⁾によってその存在が実験でも確められ，以来数多くの理論，実験両面にわたる研究がなされた。よく知られているように，イオン波ソリトンは自分自身の非線型効果と分散効果とのつり合いにより定常解をもち，様々な特異な性質を示す。それらは振幅とパルス巾，伝播速度との関係，ソリトンどうしの衝突により同一性を保つこと，再帰現象，初期条件と作られるソリトンの数との関係等々である。これらについては，理論の予想とほぼ一致する実験結果が既に1970年代前半に得られている。⁴⁾従来イオン波ソリトンについての研究は一様で静か

* Ion Acoustic Solitons in Ion Beam Plasma System

** Eizo Okutsu, Masaharu Nakamura, Yoshiharu Nakamura and Tomizo Itoh: Institute of Space and Aeronautical Science, University of Tokyo.

で一次元というプラズマを対象としてきたが、実験室のプラズマは必しも空間的に一様ではなく、散逸を伴い、時には不安定でもある。散逸があったり、不安定であるプラズマ中でのソリトンについては十分に理解されているとはいえない。とくに不安定な場合には二、三理論はあるが、⁵⁾ 実験はほとんど行われていない。ソリトンは衝突の前後で同一性を保つという性質があり、これはソリトンどうしが相互作用に対して非常に安定であることを意味する。乱流的なプラズマ中の擾乱電場をプラズモンの集まりとしてよりもソリトンの集まりと考え、その統計から輸送係数等を計算しようという理論的試みが最近なされてきている。⁶⁾ 不安定なプラズマ中でのソリトンのふるまいを調べることはそういう面からも興味ある問題である。

電子のトリベルブースモードのソリトン — いわゆる Charge density soliton — が電子ビームで増幅されるという研究が報告されている。^{7,8)} 電子ビームの生成がイオンビームに比べて著く簡単であるという利点はあるが、磁場があり一次元でないということと、現象が速いという点で扱いがむづかしく、必しもきれいな実験結果が得られているとはいえない。

我々はイオン音波速度程度の弱いイオンビームがあるプラズマ中でのイオン波ソリトンの増幅について調べた。静かなプラズマ中でのイオン波ソリトンについてはよく理解されていて、実験技術も確立されていることと一次元であることとで電子の Charge density soliton の場合よりはるかに信頼性のある実験ができることを期待した。イオンビームがあるプラズマ中ではビーム・プラズマ相互作用によりノイズが励起される。このことは電子ビームとプラズマの系でも事情は全く同じであるが、Charge density soliton の実験ではほとんど考慮されていない。線型理論で理解される微小振幅からのノイズの増幅と、ソリトンの大振幅パルスの増幅との違いという点に注意して実験した。

2 装置及び実験方法

実験は図 1 に示すいわゆるダブルプラズマ装置⁹⁾を用いて行った。プラズマは直径 40 cm、長さ 45 cm の円筒形の陽極とその内壁に張りめぐらされた 30 本の 0.1 mm φ のタングステン線から成る陰極との間の直流放電で作られる。2つのプラズマ源の陽極間に電圧をかけ、電位の高いプラズマから低いプラズマ中へイオンビームを入射させる。¹⁰⁾ ビーム速度、ビーム密度はそれぞれ、ビーム源のプラズマの電位（陽極電位）、放電電流を変化させることにより制御する。ガスは Ar を用いた。圧力は $3.5 \sim 5 \times 10^{-4}$ Torr。プラズマパラメタは直径 3 mm の平板プローブと口径 15 mm のグリッドを用いた静電イオンエネルギーアナライザとで測定する。イオンビームの速度はエネルギーアナライザの一次微分の曲線から求める。イオンエネルギーア

イオンビーム・プラズマ系でのイオン波ソリトン

ナライザの分解能は 0.1 eV よりもよい。電子密度 n_e , 電子温度 T_e , 電子, イオンの温度比及びビームとプラズマの密度比はそれぞれ $n_e = 3 \times 10^9 \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 1.5 \sim 2.5 \text{ eV}$, $T_e / T_i \gtrsim 15$, $n_b / n_p \lesssim 0.1$ である。ビーム速度はイオン音波速度の3倍程度まで変化させた。

ソリトンの励起は, 図1にあるように, 直径 20 cm の浮遊電位のセパレーショングリッドにパルス発振器からの正の正弦波パルスを加えて行なう。¹¹⁾ 励起信号のパルス巾は $5 \sim 10 \mu\text{sec}$ 振幅は $0.5 \sim 8 \text{ V}$ である。平板プローブへの電子飽和電流をオシロスコープで直接か, あるいはボックスカー積分器を用いて測定する。

図1 実験装置

3 実験結果

まず線型理論で扱えるような微小振幅の波の伝播の様子を調べた。波の伝播速度をビーム速度の関数として求めた結果を図2に示す。振幅 0.5 V , パルス巾 $8 \mu\text{sec}$ の正弦波の単パルスをグリッドに印加し, 飛行時間法で測定した。信号の周波数成分はただ一つに決まっている訳ではないが, 図2の結果は長波長での波の位相速度とビーム速度との関係を近似的に示しているとみなせる。図に実線で示した曲線は $n_b / n_p = 0.1$, $T_i = 0$ として流体モデルから求めた。実験値とはよく一致しているといえる。ビーム速度0のときには当然音波だけが伝播する。

伝播速度は $v_{ph} = 1.9 \times 10^5 \text{ cm/sec}$ である。ビームの速度を増していくと伝播速度は増し，ビームのファーストモードにつながる。Grésillonら¹²⁾の計算によると， $n_b/n_p = 0.1$ ， $T_e/T_i = 20$ のときには $0.8 < v_b/C_s < 1.8$ のビーム速度の領域で音波モードとビームのスローモードとがカップルして不安定になる。位相速度は C_s より下る。このモードは図2では黒丸で示してあり，伝播するにつ

れ成長する。 $v_b/C_s = 1.8$ よりも更にビームが速くなると，音波とスロービームモードとは分離する。しかし我々の実

験ではスロービームモードは飛行時間法，干渉法のいずれでも測定にかからなかった。後に示すように小振幅（励起電圧 $V_{ex} = 0.5 \text{ V}$ ）のテストパルスは $0.9 < v_b/C_s < 1.7$ で成長するのが観測され， $v_b/C_s = 1.3$ で成長率は最大になる。ビーム・プラズマ相互作用によるノイズもほぼこのビーム速度の領域で励起され，やはり $v_b/C_s = 1.3$ で最大の振幅になる。このように小振幅のテストパルスの伝播に関しては実験と理論とはよく一致しているといえる。以上の結果は小振幅のテストパルスの伝播を調べたものであるが，連続波を用いた干渉法による測定でもおおむね同様の結果が得られている。

線型理論で不安定になるイオン音波速度と同じかあるいはやや速い速度のビームがある場合

図2 微小振幅パルスの伝播。振幅 0.5 V ，パルス巾 $8 \mu\text{sec}$ の正弦波の単パルスをグリッドに加え，飛行時間法で測定。白丸は減衰，黒丸は増幅する波をあらわす。実線は $n_b/n_p = 0.1$ ， $T_i = 0$ のときの長波長近似での計算値。流体モデルを用いている。

に大振幅の圧縮パルスがどう伝播するかを実験した。ビーム速度をパラメタにして，励起電圧 $V_{ex} = 1.5 \text{ V}$ ，巾 $8 \mu\text{sec}$ の正の正弦波パルスをグリッドに加えたときの $t = 2.5 \mu\text{sec}$ での空間的な波形と，グリッドからの距離 $X = 6 \text{ cm}$ での自然励起のノイズのスペクトルとを図 3 に示す。図で，ビームがある場合には，ファーストビームモードと音波モードの 2 つが伝播し

図 3 ビームで励起されたノイズの場所 $X = 6 \text{ cm}$ でのスペクトル (左側) と $t = 2.5 \mu\text{sec}$ での大振幅パルスの伝播波形 (右側)。パラメタはビーム速度 v_b / c_s

ているのがわかる。音波モードの左側のなだらかな山はバーストである。音波モードに着目する。まず，不安定ではない $v_b/C_s = 2.0$ と $v_b/C_s = 0$ とでは音波モードのパルスは steepening を起してソリトンになっている。次に，ノイズがほぼ最大の振幅になる $v_b/C_s = 1.3$ では印加するパルスの振幅が大きい割にはプラズマ中でのパルスの振幅は大きくはなく，巾が広がってしまっている。この図のように $V_{ex} = 1.5 \text{ V}$ のときには，その形から判断してソリトンにはなっていない。しかし励起の振幅を小さくして，例えば $V_{ex} = 5 \text{ V}$ にしたときには，後に図 5(a) で示すように，ソリトンは形成される。ビーム速度が少し速くなった $v_b/C_s = 1.7$ のときには非常に大きな振幅のソリトンが形成されている。このとき，図にみられるようにノイズはほとんど励起されず，微小振幅のテストパルスもわずかに成長するに

図 4 微小振幅パルスの伝播波形。励起電圧 $V_{ex} = 0.5 \text{ V}$ 。(a) ビーム速度 $v_b/C_s = 1.2$ 。

(b) $v_b/C_s = 1.7$ 。

図5 大振幅パルスの伝播波形。 $V_{\text{ex}} = 5 \text{ V}$
 (a) $v_b/C_s = 1.2$ (b) $v_b/C_s = 1.7$

すぎない。より詳しく現象をみるために、大きなソリトンができるビーム速度 ($v_b/C_s = 1.7$) のときと、線型成長率がほぼ最大になる ($v_b/C_s = 1.2$) ときのパルスの伝播の様子を励起電圧をパラメタにして空間的に眺めてみる。図4に小振幅 ($V_{\text{ex}} = 0.5 \text{ V}$) の場合を、図5に大振幅 ($V_{\text{ex}} = 5 \text{ V}$) の場合の波形の空間的な変化をそれぞれ示す。加えるパルスの大きさによって明らかに増幅され方が異っているのがわかる。まず小振幅、つまり $V_{\text{ex}} = 0.5 \text{ V}$ のとき。

グリッドに正のパルスをかけてもプラズマ中には正（圧縮），負（希薄）の一周期のパルスが励起される。不安定なところでは，正負両方向に成長する。成長してかなりの振幅に達するまで正負両方向に同じように成長する。増幅の割合が大きいときには $V_{ex} = 0.5 V$ のときにも成長するにつれてパルスの中は狭くなる（図4(a)）。しかし振幅があまり大きくならない限りこれは正負両側にほぼ同じように起る。非線型効果による steepening というよりも，はじめに加えるパルスの主な周波数成分が線型成長率最大を与える周波数よりも低いところにあるのが主な原因と考える方が理解しやすい。 $v_b / C_s = 1.7$ のときには（図4(b)），小さなパルスはほんの少し成長しやがて減衰する。こういう場合には波形はほとんどかわらない。高い周波数成分は早く減衰するが，もとの波形はそれ程高周波成分を含まないことによる。次に，図5に示したような大振幅の場合をみる。 $v_b / C_s = 1.2$ （図5(a)）ではパルスの増幅率は微小振幅のときよりも小さくなる。励起電圧が極端に大きくないときには伝播するにつれ増幅され，steepening を起しソリトンは形成されるが，その振幅はそう大きくはならない。せいぜい $\tilde{n} / n_0 \sim 10\%$ 程度であり，自然励起のノイズの振幅と同程度である。一方 $v_b / C_s = 1.7$ では印加するパルスの振幅を大きくする程よく増幅される。できたソリトンの振幅が大きい程パルス中は狭くなり速度は速くなる。このようにして出来たソリトンの中，速さと振幅との関係を図6に示す。充分よい一致とはいえないが，図に実線で示した理論値と定性的には一致しているといえる。この図でマッハ数 v_p / C_s の C_s は電子温度から求めた C_s ，あるいはビームがないときのイオン音波の伝播速度ではなく，微小振幅のテスト波の伝播速度をあらわす。従ってビーム速度をかえることによりその値は若干変化する。また理論値の曲線はビームがないとして求めたものを使っている。増幅されてできるソリトンの大きさは，初期パルスの大きさ，ビームの濃さ n_b / n_p によるが， $V_{ex} \geq 10 V$ ， $n_b / n_p \geq 15\%$ より大きくしてもより大きなソリトンはできなかった。振幅は最大で $\tilde{n} / n_0 = 40\%$ 弱であった。図4，図5に示したようなデータを整理したのが図7である。パルスの高さの空間的な変化をあらわしている。振幅はすべて $X = 1.7 cm$ のときの値で規格化してある。 $x < 1.7 cm$ の領域を無視したのは，グリッド近くではプラズマの不均一があることと，ファーストビームモードと音波モードが重って，区別できないということによる。図7では上に述べた傾向，すなわち $v_b / C_s = 1.3$ （図7(b)）では小さいパルス程よく増幅され，逆に $v_b / C_s = 1.6$ （図7(a)）では大きいパルス程よく増幅されるということがはっきり認められる。

増幅率を考える。正弦波の単パルスについては，その周波数成分がただ一つに決っている訳ではないので，振幅の小さい場合でも，パルスの高さは指数関数的に増大する訳ではない。

図6 ソリトンの巾，速さと振幅との関係。 $v_b/C_s = 1.6$ 。実線はビームがないときの $\underline{\underline{KdV}}$ 方程式の定常解から求めた。

$X = 1.7 \text{ cm}$ から飽和する少し前まで，具体的には 1.8 cm の距離の間でのパルスの高さの変化率を求め平均の増幅率とした。近似的に $\frac{1}{\tilde{n}} \cdot \frac{d\tilde{n}}{dx}$ が与えられるとみなす。こうして求めた増幅率をビーム速度の関数として図8に示す。パラメタは励起電圧 V_{ex} で， $V_{\text{ex}} = 0.5 \text{ V}$ ， 8 V の2つの場合について図示してある。図8で線型成長率最大 ($V_{\text{ex}} = 0.5 \text{ V}$)になるのは $v_b/C_s = 1.3$ で，理論とほぼ一致することは前に述べた。一方，大振幅 ($V_{\text{ex}} = 8 \text{ V}$)のときには成長する領域は全体としてビーム速度の速い方へずれる。最大の増幅率は微小振幅のとき

図7 振幅の空間的な変化。パラメタは励起電圧 V_{ex} 。振幅はいづれの場合も $X = 1.7 \text{ cm}$ のときの値で規格化した。

(a) $v_b/C_s = 1.7$ (b) $v_b/C_s = 1.2$

よりも減少する。 $v_b/C_s = 1.8$ のあたりでは微小振幅のパルスは減衰するにもかかわらず、大振幅のパルスは増幅し、ソリトンが形成される。飽和の振幅のビーム速度への依存も増幅率のそれとほぼ同様の振舞をする。

今まで述べて来た大振幅パルスの増幅についての実験はすべて圧縮パルスに関するもので、希薄パルスときには現象は異なる。大振幅の希薄パルスは $v_b/C_s = 1.8$ といった速いビームで増幅されることもなく、もちろん steepening も起さない。

図8 パルスの増幅率とビーム速度との関係。増幅率は $X = 1.7$ cm から $X = 3.5$ cm までの平均値。パラメタは励起電圧 V_{ex} ● $V_{ex} = 0.5$ V, ○ $V_{ex} = 8$ V

4 議 論

イオンビームがあるプラズマ中での波の増幅に関する線型な現象は既に十分良く理解されている。振幅が大きくなり自分自身の非線型効果がきくようになった場合の実験を行った。興味ある問題は二つある。まず一つはビームで不安定にされた系で、静かなプラズマ中と同じようにソリトンが形成されるかどうかということ。もう一つはイオンビームによるソリトンの増幅が可能かどうかということである。第一の問題については、我々の実験では、ビームで励起されたノイズがあり、分散関係も変化をうけている場合にもイオン波ソリトン形成され、安定に存在することが確認された。ソリトンであるかどうかの判定は、振幅とともに伝播速度が増し、パルス巾が狭くなるということと、そういったことが圧縮パルスについてだけおけると

いったことから定性的に判断した。ビームで不安定にされているときには，分散関係の実数部分もビームのない場合に比べてかなりの変形をうける。そのようなときにできるソリトンの振幅とパルス巾，マッハ数等との関係もビームのない場合と異ってくる事は考えられるが，ここではそういった事を詳細に議論することはしない。

二番目の問題については，線型成長率最大を与える速度のビームよりもいくらか速いビームによって，大振幅の圧縮パルスが有効に増幅され，大きなソリトンが形成されることが認められた。しかし，これがビームによるソリトンの増幅と単純にいい切れる程現象は簡単ではない。それはプラズマ中にはじめからソリトンを励起することが困難であるという点に原因がある。プラズマ中にパルスが印加されてからソリトンが形成されるまでには有限の時間がかかる。一方プラズマ中にパルスが印加されるとほぼ同時に増幅がはじまり，やがて飽和する。ビームのない静かなプラズマ中での実験から得られた，ソリトンの形成に要する時間と，パルスがビームにより増幅され飽和に達するまでの時間とは，我々の実験では，ほぼ同程度になる。従って実験では，自分自身の非線型効果による steepening とビームによる増幅とが同時に進行するのが観測される。それ故，増幅の初期にはパルスは厳密な意味でのソリトンにはなっていない，いづれ時間がたてばソリトンになるという意味でソリトンのパルスになっているとしか言えない。我々の実験でソリトンが増幅されたといい切れないのはこういう事情による。こういう点まで含めて実験結果を厳密に説明するのは容易ではなく，そのような扱いをした理論もまだない。

最近 Ostrovskii¹³⁾により，ごく弱いイオンビームがあるプラズマ中でのイオン波ソリトンの増幅についての理論的研究がなされた。それを使って，ある程度我々の実験が説明できるのではないかと考え，計算をしてみた。理論でははじめからソリトンがある場合を考えているが，そういう場合と，ソリトンではないけれどもそれに近い形のパルスがある場合とで全く異った結果がでてくとも思えない。ここでは大振幅の圧縮パルスがより速いビームで有効に増幅されるという我々の実験結果が少くとも定性的には説明できることを目標とする。ビームは十分薄いとして，増幅率の小さい場合を考えている。流体モデルを使っている。従って波がビーム粒子の分布関数をかえるという種類の非線型効果は考えていない。波のポテンシャルある¹³⁾いは密度の変動を記述する式は次で与えられる。

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{1}{2} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \xi^3} + \gamma \int_0^x \int_0^1 \frac{\partial^3 \varphi}{\partial \xi \cdot \partial \xi^2} dx_1 dx_2 = 0, \quad (1)$$

$$\gamma = n_b / n_p,$$

$$\xi = x - (v_b / C_s) t,$$

ここで記号は慣例に従っている。また距離，ポテンシャル，時間，はデバイ長，電子温度，イオンプラズマ角周波数の逆数でそれぞれ規格化されている。 γ はビームとプラズマの密度比である。ビームがないとき，すなわち $\gamma=0$ では(1)は普通のKdV方程式になる。

(1)に $\varphi(\xi, x) = A \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{A}{6}} (\xi + \delta x - \int_0^x A dx_1)$ をかけて ξ で積分することにより，振幅の空間変化をあらわす式が得られる。

$$\frac{dA}{dx} = -\frac{\bar{\gamma}}{A} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\xi, x) \int_0^x dx_1 \int_0^{x_1} dx_2 \frac{\partial^3 \varphi(\xi, x_2)}{\partial \xi^3} d\xi, \quad (2)$$

$$\varphi = A \operatorname{sech}^2 \sqrt{\frac{A}{6}} \left(\xi + \delta x - \frac{1}{3} \int_0^x A dx_1 \right),$$

$$\bar{\gamma} \approx 0.5 \gamma, \quad \delta = v_b / C_s - 1.$$

(2)がソリトンの増幅率を与える。文献(9)で述べられているように，この式は線型成長率最大になるようなビーム速度のときには適用できない。幸い我々に興味あるのは主に線型成長率最大になるビーム速度のところではなく，それよりも速いビーム速度のところである。(2)式が適用できるビーム速度の二つの領域について考える。一つは増幅のはじまる $v_b / C_s = 1$ の近くであり，もう一つは $v_b / C_s > 1.4$ といったやや速いビーム速度の領域である。 $v_b / C_s = 1$ の近くでは増幅の初期の段階でのソリトンの振幅は計算されている。

$$A(x) - A(0) \approx \bar{\gamma} \times 0.03 x^3 \sqrt{A(0)} (\delta - A(0)/3). \quad (3)$$

(3)は“増幅率”としてあらわせば

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \propto \bar{\gamma} x^2 \frac{1}{\sqrt{A(0)}} (\delta - A(0)/3), \quad (4)$$

と書ける。(4)から明らかなように $\delta > A(0)/3$ でソリトンは増幅される。初期の振幅 $A(0)$ が十分小さい場合には $\delta > 0$ すなわち $v_b / C_s > 1$ で増幅され， $A(0)$ が大きくなる程，より速いビームによってしか増幅されなくなる。ビーム速度を一定にしたときには $A(0)$ が大きくなる程“増幅率”は減少する。以上の結果は図8の $v_b / C_s = 1.0$ の近くでの実験結果を説明する。

次に $v_b / C_s \gtrsim 1.4$ といった速いビームがあるときを考える。ビームがかなり速くなって，

増幅率が小さくなる事が期待される場合には, (2)式の双曲線関数 sech の引数中の積分 $\int_0^x A dx_1$ は $A \cdot x$ で置きかえられる。そういう場合には(2)の右辺の積分は実行できる。

$$\begin{aligned} \frac{dA}{dx} = & -\frac{\bar{\gamma}}{A^{1/2}} \frac{A^3 x^2}{3a} \left(2 + \frac{1}{a} \left(-\frac{2}{\beta} + \frac{\beta^2 - 1}{\beta^2} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right) \right. \\ & - 4 \left(\frac{2}{\beta^2} - \frac{2(\beta^2 - 1)}{\beta^3} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} - \frac{2}{\beta^2} (\beta^2 - 1) \right) \\ & - \frac{1}{a} \left(-\frac{2}{\beta^3} + \frac{3(\beta^2 - 1)}{\beta^4} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} + \frac{4}{\beta^3} (\beta^2 - 1) \right) \\ & + \left(\frac{2}{\beta^4} - \frac{4(\beta^2 - 1)}{\beta^5} \ln \frac{1 - \beta}{1 + \beta} - \frac{4}{\beta^4} (\beta^2 - 1) - \frac{2(\beta^2 - 1)}{3\beta^4} (\beta^2 + 3) \right), \\ & \beta = \tanh a, \quad a = \sqrt{\frac{A}{6}} (\delta - A/3) x. \end{aligned} \quad (5)$$

図9 ソリトンの振幅の空間変化の計算結果。本文(5)式を数値積分した。
 $v_b / C_s = 1.6$, $n_b / n_p = 0.1$ 。パラメタは初期の振幅。距離はデバイ長 λ_D で規格化してある。

(5)の右辺は簡単に数値計算でき、従って(5)の微分方程式は数値積分が容易に実行できる。それを実行する前に $a \ll 1$ として(5)の右辺を展開してみる。結果は、

$$\frac{1}{A} \frac{dA}{dx} \propto \frac{\bar{\gamma}}{\delta} Ax(1 + A/3\delta), \quad (6)$$

となり“増幅率”は初期の振幅が大きい程大きくなることがわかる。すなわち、(5)が適用できるような速いビーム速度のときには増幅の初期の段階では振幅が大きい方がよく増幅されるということになり、これは図8の $v_b/C_s > 1.6$ での実験結果を定性的に説明する。しかし、実際に

図 10 ソリトンの増幅率とビーム速度との関係の計算結果。増幅率は $X/\lambda_D = 2.0$ から $X/\lambda_D = 7.0$ までの平均。 $n_b/n_p = 0.1$

数値を入れてみればわかるように，(6)で使った $a \ll 1$ という展開は，きわめて限定されたパラメタの範囲内ではしか正当ではなく，実験を説明するには不十分である。そこで(5)の数値積分を実行した。この場合でも，(5)を使う以上，速いビームで，しかも小さな増幅率のときにのみ正当な近似をしているということを忘れてはならない。 δ と $A/3$ の大小関係をみればわかるように， A が大きい程近似が正当である範囲は速いビーム速度の方へ押しやられる。具体的には，文献(4)で計算された $n_b/n_p = 0.02$ ， $A(0) = 3\%$ という場合には， $v_b/C_s = 1.3$ では(5)は全く正当ではなく， $v_b/C_s = 1.45$ あたりからどうにか使える。我々の実験したようなより大きな振幅，濃いビームを扱うと当然近似はもっと悪くなる。以上のことに注意して計算結果をながめてみる。図9は $v_b/C_s = 1.6$ のときの振幅の空間変化を 0.5% ， 2% ， 8% という3つの異なる初期振幅をパラメタにして図示したものである。図7(a)の実験結果と比べられるべきものである。図9で横軸にとった距離はデバイ長 λ_D で規格化されている。実験は $\lambda_D = 0.28 \text{ mm}$ というプラズマでなされているので， $X/\lambda_D = 100$ というのは，ほぼ 2.8 cm の距離に相当する。計算結果によると増幅率は距離に強く依存し， 0.5% ， 2% ， 8% の各初期振幅のいずれの場合でも，増幅した後やがて飽和する。図7の実験データにもわづかではあるが同様の傾向が見られる。 $X/\lambda_D = 0$ から $X/\lambda_D = 50$ ないし 100 程度の距離の間での平均の増幅率は明らかに振幅とともに増している。 $X/\lambda_D = 20$ から $X/\lambda_D = 70$ までの平均の増幅率を v_b/C_s の関数として求めたものを図10に示す。図8の実験データで $v_b/C_s > 1.6$ の部分と対応する。定性的にはあるが実験結果を説明しているといえる。以上によりビームが速いところでは振幅が大きい方が増幅されやすいという実験結果が文献(4)の理論でかなり良く説明されるということが示された。前にも述べたように，ここで用いた理論は流体近似を用いているということと， $\varphi \frac{\partial \varphi}{\partial \xi}$ という非線型以外のいわゆる波-粒子相互作用の非線型効果を考えていないという点で不十分ではあるが，現象を理解するという点で本質的な間違いはしていないと思われる。

5 結 論

イオン音波速度程度の弱いイオンビームにより大振幅の圧縮パルスが増幅され， $\tilde{n}/n_0 \sim 40\%$ 弱という大振幅のソリトンが形成されるということが実験でたしかめられた。大振幅パルスの増幅は，線型成長率最大を与えるビーム速度よりも速い速度のビームによってよりよく起ることがわかった。線型成長率最大になるような速度のビームで励起されたノイズがあり，分散関係も変形をうけているような場合でもイオン波ソリトンは安定に存在することが

示された。しかしこの場合には大振幅パルスの増幅はあまり顕著ではなく、形成されるソリトンの振幅はノイズの飽和のレベルよりやや大きい程度にしかならなかった。

実験結果を説明するために、流体モデルを用いたOstrovskiiらの理論を使って振幅の空間的变化を計算した。ビーム速度が線型成長率最大を与える速度よりも速い場合には、初期振幅が大きい程成長しやすく、しかしすぐに飽和するという結果が得られ、実験と一致した。

References

- 1) H.Washimi and T.Taniuti; Phys. Rev. Letters 17 (1966) 996.
- 2) N.J.Zabsky and M.D.Kruskal: Phys. Rev. Letters 15 (1965) 240.
- 3) H.Ikezi, R.J.Taylor and D.R.Baker: Phys. Rev. Letters 25(1970) 11.
- 4) H.Ikezi : Phys. of Fluids 16 (1973) 1668.
- 5) H.Sanuki and J.Todoroki: J. Phys. Soc. of Japan; 32 (1972) 517.
- 6) M.Y.Yu and K.H.Spatschek: Phys. of Fluids 19 (1976) 705.
- 7) S.M.Krivoruchko, Ya.B.Fainberg, V.D.Shapiro and V.I.Shevchenko: Sov. Phys. JETP 40 (1975) 1039.
- 8) B.N.Rutkevich, A.V.Pashchenko, V.D.Fedorchenko and V.I.Muratov: Sov. Phys. Technical Phys. 17 (1972) 391.
- 9) R.J.Taylor, D.R.Baker and H.Ikezi: Phys. Rev. Letters 24 (1970) 206.
- 10) Y.Kiwamoto: J.Phys. Soc. of Japan 37 (1974) 466.
- 11) S.Watanabe: J.Plasma Phys. 14 (1975) 353.
- 12) D.Grésillon and F.Doveil: Phys. Rev. Letters 34 (1975) 77.
- 13) L.A.Ostrovskii, V.I.Petrukhina and S.M.Fainshtein: Sov. Phys. JETP 42 (1976) 1041.