共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討*

佐藤 一憲, 南 一男**

(東京工業大学工学部電気電子工学科)***

(54年7月20日受理)

1. ま え が き

核融合研究においては周波数が数メガヘルツ程度、出力が1メガワット以上の大電力高周波発振器が盛んに使用される。このような発振器は、プラズマのRF加熱⁽¹⁾、カスプやミラーの損失の高周波封じ込め⁽²⁾、高ベータプラズマの動的安定化⁽³⁾などの研究に必要である。これらの用途に供する発振器には種々の方式のものがあ、大きく次の3種類に分けることができる。

- (1) 電子管による場合、出力数キロワットの連続発振が可能で、放送用発振管などが用いられる。

例えば、1960年代にプリンストン・プラズマ研究所ではステラレータのイオンサイクロトロン加熱の研究で電子管Machlett-8618(周波数25MHz、出力6MW、時間幅10msec)⁽⁴⁾が用いられた。電子管発振器は安定な出力を得ることができるが、一般に効率が悪く、1MW以上の出力を得るためには大規模な装置となる。

- (2) ケーブル放電による方法。多数のコンデンサを並列に用いて進行波を作り出すものである。

Lietti氏らによって開発されたrecurrent line generatorは、3MHz、数百MWという巨大なRFパルスを生ずる⁽⁵⁾。多くのギャップスイッチを用いるためエネルギーの損失および投入時期の制御などが問題となり、パルス幅に限界がある。

- (3) コンデンサ放電による方法。嶋田、林両氏らにより開発された方法である。⁽⁶⁾ 真空ギャップスイッチの高速シャ断特性を利用して負荷共振器にエネルギーを次々に供給することにより振動を持続させるものである。周波数1MHz、出力10MW、時間幅20μsecの発振に成功している。この方式は簡便に大電力RFパルスを得る優れた方法であるが、ギャップスイッチ

* Conceptual design of a High-Power RF Pulse Oscillator Utilizing Energy Transfer between Coupled Resonators

** Ikken Sato and Kazuo Minami

*** Department of Electrical and Electronic Engineering, Tokyo Institute of Technology, Tokyo 152

の投入時期の制御が必要であり，より長いパルス幅を得るには困難を伴う。

本研究は，投入時期の制御を全く必要としない新しい発振方式の可能性を検討したものである。すなわち，可変インダクタンスを用いて共振周波数を変化させることにより一方向的にRFエネルギーを移動させ，負荷共振器の電気振動を持続させようとするものである。検討の結果，可変インダクタンスに用いるフェライトコアの磁束の吸収能に限界があるため，出力の点では従来の方法^{(5), (6)}に及ばないが，1MHz以上の比較的高い周波数での動作が可能であるなどの利点があることがわかった。

以下，2では本方式の原理を示し，3では原理を確かめるため実現可能なパラメータを与えて数値計算を行ない，発振器としての性能を求めた。4では可変インダクタンスの概念設計を行ない，実現可能な出力を算出した。5には結論をまとめた。

2. 高周波エネルギー輸送の原理

<2・1>共振回路の共振周波数とエネルギー

第1図のような回路において，インダクタンスLをゆるやかに時間的に変化させたときの

系のエネルギーについて考える。次のような量 a を導入する。 $a = \sqrt{C/2} (V + j\omega L I)$ 。ここで ω は回路の共振角周波数を表わす。

$a a^* = (C V^2 + L I^2) / 2$ であって系のエネルギーを示す。ここで a^* は a の複素共役量である。第1図の回路方程式より次式を得る。

$$\frac{d a}{d t} = \left(-j\omega - \frac{R}{2L} + \frac{1}{2\omega} \frac{d\omega}{d t} \right) a - \left(-\frac{R}{2L} + \frac{1}{2\omega} \frac{d\omega}{d t} \right) a^* . \quad (1)$$

系のエネルギーを E とすると，(1)式より，

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

$$\frac{dE}{dt} = a \frac{da^*}{dt} + a^* \frac{da}{dt} = \left(-\frac{R}{L} + \frac{1}{\omega} \frac{d\omega}{dt} \right) E, \quad (2)$$

となる。(2)式を積分すると次のようになる。

$$\frac{E}{\omega} = A \exp \left(-\int \frac{R}{L} dt \right), \quad (3)$$

ここでAは時刻 $t=0$ における E/ω の値である。 $R=0$ のときは(3)式の右辺は定数となり、明らかにEと ω は比例する。すなわち、時間と共にインダクタンスを減少させ共振周波数を増大させるには、外部から仕事を加えなければならない。これは力学における断熱定理 (Adiabatic theorem)⁽⁷⁾ と類似の関係にある。

< 2・2 > 共振器間のエネルギー輸送

第 2 図

次に第2図のように2個の共振回路を小容量のコンデンサ C_0 で結合した場合を考える。両共振器の周波数が異るとき、その周波数の差によるビート周波数で両共振器はエネルギーを交換する。両者の周波数が等しいときビート角周波数は $\varepsilon \omega$ となる。ここで $\varepsilon = C_0/C$ 、 ω は固定周波数共振器の共振角周波数である。さらに ω_1 を可変周波数共振器の共振角周波数として、これを可変とする。固定周波数共振器には最初エネルギーがないものとする、 $\omega_1 \simeq \omega$ のとき可変周波数共振器のエネルギーは水が低きに流れるように固定周波数共振器に移る。すなわち、 ω_1 を時間的にゆるやかに変化させ ω と交差させると、一定量のエネ

佐藤，南

ルギーが負荷へ注ぎ込まれる。これが本方式の基本原理であって、これにより高周波エネルギーの一方方向的な輸送が可能である。次にエネルギーの輸送効率 η を計算する。^{(8), (9)} 簡単のため、両共振器は一定時間 $(\sqrt{2\pi}/(d\omega_1/dt))$ の間だけ周波数が一致すると仮定し、最初に可変周波数共振器だけにエネルギーがあったものとする、 η は次式で与えられる。
(付録参照)

$$\eta = 1 - \exp \left[- \frac{\pi \varepsilon^2 \omega^2}{2} / \left(\frac{d\omega_1}{dt} \right) \right]. \quad (4)$$

この効率は現実の可変周波数とは異ったモデルを用いて導いたものであるが、輸送効率の大体の性質は表わしていると考えられる。すなわち、可変周波数共振器の角周波数の変化速度 $d\omega_1/dt$ が小さいほど効率は良くなる。

以上の議論は固定周波数共振器に最初エネルギーがない場合であるが、固定側に最初に何らかのエネルギーが存在した場合には、両共振器の電流および電圧の位相差が問題となってくる。すなわち、この位相差が小さいほどエネルギーの輸送が起り易くなる。

3. 発振器の数値計算

< 3・1 > 共振器2個の場合のエネルギー輸送

第2図の回路の方程式をたてる。電圧、電流にそれぞれ $\sqrt{C}$ 、 $\sqrt{L}$ をかけて次元を(ジュール)^{1/2}に変換する。ここでC、Lはそれぞれ固定周波数共振器の容量とインダクタンスである。また時間を $T = t / 2\pi\sqrt{LC}$ とすることによって規格化する。可変および固定周波数共振器の周波数をそれぞれ f_1 、 f として、 f_1 が時間に比例して変化すると仮定する。 f_1 は次式で表わされる。

$$f_1 = f(S + KT). \quad (5)$$

ここでSは f_1 の初期値の f に対する比であり、Kは f_1 の変化率を与える定数である。(5)式を用いると回路方程式は次のようになる。

$$\frac{dI_{L1}}{dT} = -2\pi V_1 (S + KT)^2 + \frac{2KI_{L1}}{S + KT}, \quad (6)$$

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

$$\frac{dV_1}{dT} = -2\pi \left(\frac{C_0}{C+2C_0} I_L - \frac{C+C_0}{C+2C_0} I_{L1} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dI_L}{dT} = 2\pi V, \quad (8)$$

$$\frac{dV}{dT} = 2\pi \left(-\frac{C+C_0}{C+2C_0} I_L + \frac{C_0}{C+2C_0} I_{L1} \right).$$

連立方程式(6)～(9)を数値計算すると、系のエネルギーの時間変化などを求めることができる。以後に示す数値計算結果の図において、時間、エネルギー、消費電力は第1表のような規格化を行っている。

	規格化 のための量	例
時間	$2\pi\sqrt{LC}$	1MHzで" 目盛1は1 μ sec
エネルギー	$\frac{1}{2}CV^2$	0.24 μ F, 546kVで" 目盛1は3.58 Joul
電力	fCV^2	1MHz, 0.24 μ F, 546kVで" 目盛1は7.15 MW

第 1 表

第3図は、 $S=0.8$ 、 $K=0.003 \times 2\pi$ 、 $C_0/C=0.08$ とした場合のそれぞれの共振器に貯えられるRFエネルギーの時間変化を示したものである。時刻 $t=0$ において可変周波数共振器のコンデンサだけに貯えられていたエネルギーは、両共振器の周波数の交差（矢印で示す）にともない固定周波数共振器へ移動している。この図において、横軸は時間、縦軸はエネルギーを示す。例えば、 $f=1\text{MHz}$ の場合には時間目盛はそのまま μsec を表わす。微細なエネルギーの変動は、カップリング・コンデンサ C_0 とのエネルギーのやりとりを示すもので、時間的にゆるやかなエネルギーの変動は両共振器の周波数の差により生ずるものである。可変周波数共振器の周波数を決定するパラメータ K 、 S を色々に変化させて数値計算した結果、次のようなことがわかった。巨視的にみたエネルギーの移動の方向は、

第 3 図

周波数の変化率 K の正負，あるいはどちらの共振器に初期エネルギーがあったかには無関係に，周波数の交差にともない最初にエネルギーのあった方から他方に移動する。

< 3・2 > 共振器 3 個の場合

第 4 図

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

第4図は先に示した第2図の回路の固定周波数共振器のインダクタンスに直列に、この共振器のQ値が50になるような抵抗Rを挿入した場合のRにおける消費電力の時間変化を表わしたものである。規格化は第1表のように行っている。電源の共振器が1個の場合、このように出力は時間と共に大きく変化する。発振器として利用するためには、一定時間にわたって出力が一定に保たれることが必要である。そこで、第5図のように3個の共振器から成る回路を考える。

第 5 図

この図において、左側から順に電源共振器1，電源共振器2，負荷共振器と呼ぶことにする。電源共振器1と2の周波数は共に時間的に変化するものとし、最初にこれらにエネルギーを貯えておく。各々の周波数が時間差をもって負荷共振器の周波数と交差するようにする。また、電源共振器同士の周波数の交差は起こらないようにする。このようにすると、負荷共振器における出力が一定となる時間を長くすることができる。第5図の回路の方程式は前と同様の規格化により次のように表わされる。

$$\frac{dV}{dT} = 2\pi \left(\frac{CC_{01}}{C_1 + C_{01}} I_{L1} + \frac{CC_{02}}{C_2 + C_{02}} I_{L2} - I_L \right) /$$

$$\left(C + C_{01} + C_{02} - \frac{C_{01}^2}{C_1 + C_{01}} - \frac{C_{02}^2}{C_2 + C_{02}} \right) \equiv \delta, \quad (10)$$

$$\frac{dV_1}{dT} = \frac{C_{01}}{C_1 + C_{01}} \delta + \frac{2\pi C}{C_1 + C_{01}} I_{L1} , \quad (11)$$

$$\frac{dV_2}{dT} = \frac{C_{02}}{C_2 + C_{02}} \delta + \frac{2\pi C}{C_2 + C_{02}} I_{L2} , \quad (12)$$

$$\frac{dI_L}{dT} = 2\pi \left(V - \frac{I_L}{Q} \right) , \quad (13)$$

$$\frac{dI_{L1}}{dT} = -2\pi \left(V_1 + \frac{I_{L1}}{Q_1} \right) / (S_1 + K_1 T)^2 + \frac{2K_1 I_{L1}}{S_1 + K_1 T} , \quad (14)$$

$$\frac{dI_{L2}}{dT} = -2\pi \left(V_2 + \frac{I_{L2}}{Q_2} \right) / (S_2 + K_2 T)^2 + \frac{2K_2 I_{L2}}{S_2 + K_2 T} , \quad (15)$$

ただし

$$Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} , \quad Q_1 = \frac{\sqrt{L/C}}{R_1} , \quad Q_2 = \frac{\sqrt{L/C}}{R_2} ,$$

$$S_1 = f_1(0)/f , \quad S_2 = f_2(0)/f ,$$

$$K_1 = \frac{df_1}{dT} / f , \quad K_2 = \frac{df_2}{dT} / f .$$

簡単のため、 $C_1 = C_2 = C$ としてRunge-Kutta-Gill法により、(10)～(15)式の連立方程式を数値計算すると、共振器のもつエネルギーや抵抗や消費される電力を求めることができる。当然予想されるように、出力の特性は Q 、 Q_1 、 Q_2 やその他のパラメータに依存する。第6図は $Q=Q_1=Q_2=100$ として K_1 、 K_2 、 S_1 、 S_2 などを色々に変えた場合のうち、発振器として最も良好な結果を得たときの各共振器のエネルギーの時間変化を示したものである。第6(a)、(b)図はそれぞれ $C_{02}=0$ 、 $C_{01}=0$ において一方の電源共振器だけを用いた場合である。また、第6(c)図は両方の電源共振器を用いた場

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

第 6 図

第 7 図

合であり、この結果から2個の山が重なって平坦な出力が得られる様子を見ることができ、期待した効果をあげていることがわかる。負荷の Q 以外のパラメータを固定して、 Q のみを変化させた場合の出力特性を調べたが、その結果次のようなことがいえる。 Q の値が小さいと出力のピーク値は大きくなるが、その時間的変動が著しくなり、持続時間は短くなる。逆に Q が大きいと出力のピーク値は小さいが、持続時間は長くなる。これらのつりあいから、 $Q=50$ 程度のときが最も有用であると思われる。第7図は第6(c)図のパラメータの中の Q の値だけを50に変えた場合の出力の時間変化を示したものである。例えば、負荷共振器の共振周波数1MHz、両電源共振器のコンデンサ容量 $0.24\mu\text{F}$ 、充電々圧5.46KVとすると、出力の平均は110kW、持続時間は $24\mu\text{sec}$ となる。この時の電源共振器から負荷へのエネルギー輸送効率は約40%となる。この効率はあまり高いとはいえないが、エネルギーを一時的に高周波振動の形で貯えるために失われる部分が多いのはやむを得ない。(5), (6)従来(5), (6)の方法では、例えば、 $24\mu\text{sec}$ の持続時間を得るには10回程度のギャップスイッチ投入を行わなければならないのに対し、本方式によれば最初の1回だけで済むという顕著な利点がある。

各共振器のコンデンサの容量を変えることにより種々の周波数の発振器を考えることができるが、可変インダクタンスのコアの体積を一定にすると磁束の吸収能が一定となり、コア

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

における最大磁束密度を一定値以下にするためには、電源に貯えるエネルギーを一定にしなければならない。すなわち CV^2 が一定である。ただし V はコンデンサの充電電圧である。第6図において、第1表からわかるように出力は周波数に比例し、持続時間は反比例する。このことから種々の周波数を想定した場合、第2表のような発振器が可能となる。本方式を用いると、このように高い周波数の発振器が可能である。ただし、あまり周波数が高くなるとインダクタンスにおける損失が増加し、共振器の Q が低下することも考えられる。

f (MHz)	V (kV)	C (μ F)	P (kW)	τ (μ sec)
1	5.46	0.24	110	24
2	10.92	0.06	220	12
4	21.84	0.015	440	6
8	43.68	0.00375	880	3

第 2 表

4. 可変インダクタンスの概念設計

前節に述べたことから、可変インダクタンスを用いると負荷共振器にエネルギーを補給し、電気振動を持続できることがわかった。そこで、本方式でどのような出力の高周波発振器が作れるかを考えてみる。それにはまず、実現可能な可変インダクタンスの性能が問題となる。現在、加速器の分野では同軸形空洞の周波数を変調するために、大型の大電力フェライトが用いられている。⁽¹⁰⁾ 例えば、高エネルギー研究所では12 GeV陽子シンクロトン用に東芝製の大型フェライトコアが用いられている。⁽¹¹⁾ フェライトは数MHzの動作周波数において低損失の特性を持つ。この特性を本方式による大電力RF発振器に利用することを想定して以下の概念設計を行なう。

よく知られているように、可変インダクタンスは磁束密度による高周波フェライトの増分透磁率の変化を利用する。⁽¹²⁾ 第8図のようなトーラス状の磁気回路を考える。可変インダクタンスの巻線に相当するのは外側の導体部分であり、その高周波電流の方向は図中の矢印の方向である。高周波電流による磁束は大半径の方向に生じ、この方向ではコアにギャップが存在することになる。実際にはフェライトディスクをトーラス状に並べればよい。制御電流はコアの中空部分を通

R.F. CURRENT FERRITE CORE

CONTROL CURRENT

第 8 図

り環状に流れる。このようにすると、高周波電流および制御電流の作る磁束は互いに垂直になり、両回路間では誘導起電力を生じない。制御電流を時間と共にゆるやかに増大させるならば、コアの透磁率は時間と共に減少し、インダクタンスはそれに比例して減少する。導体に流れる高周波電流が大きすぎると、それによってコアの透磁率が変化してしまい非線形ひずみを生ずる。これを防ぐためには、高周波電流の作る磁気回路にギャップがある方が磁束吸収能が増し好都合である。他方、制御側については余分な制御エネルギーを使わないようにギャップなしの方がよい。

さて、コアの設計について考える。大半径を R ，小半径の内側を r_1 ，同じく外側を r_2 ，高周波側から見た磁気回路のギャップ比を g ，フェライトコアの初比透磁率を μ_g とする。まず高

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

周波側のインダクタンスを求める。高周波側の導体の面電流の総和を I_s とすると次式が成立する。

$$2\pi\ell\{1+(\mu_s-1)g\}H_s=I_s, \quad (16)$$

ただし, $\ell=R-r\cos\varphi$.

第9図のように考えると次式が成立する。

第 9 図

$$\begin{aligned} \Phi_s &= \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \mu_0 \mu_s H_s r d\varphi dr \\ &= \mu_0 \mu_s \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} \frac{I_s r d\varphi dr}{2\pi(R-r\cos\varphi)\{1+(\mu_s-1)g\}} \\ &= \frac{\mu_0 \mu_s I_s}{1+(\mu_s-1)g} \left\{ \sqrt{R^2-r_1^2} - \sqrt{R^2-r_2^2} \right\}, \end{aligned}$$

よって

$$L_s = \frac{\mu_0 \mu_s}{1+(\mu_s-1)g} \left\{ \sqrt{R^2-r_1^2} - \sqrt{R^2-r_2^2} \right\}, \quad (17)$$

佐藤，南

次に制御巻線のインダクタンスを求める。コアの外部には磁束が洩れないものとし，また簡単のためアスペクト比が大きいと仮定して直線状の円筒で近似する。第10図から L_c は次のようになる。

第10図

$$L_c = \mu_0 \mu_s (1-g) R \ln \frac{r_2}{r_1} . \quad (18)$$

可変周波数共振器の周波数が固定周波数共振器に対し，0.9倍から1.1倍まで変化するようにする。そのためには可変インダクタンスは初期値の2/3に減少しなければならない。 $R=0.5$ [m]， $r_1=0.1$ [m]， $r_2=0.2$ [m]， $g=0.3$ ， $\mu_s=100$ とすると(17)式より $L_s = 0.13$ [μH]となる。負荷共振器の周波数を1 MHzとすると，このときの周波数が0.9 MHzとなればよいから， $C_s=0.24$ [μF]となる。ただし C_s は可変周波数共振器のコンデンサ容量である。高周波電流によるフェライト中の磁束密度の最大値を0.01 [T]とすると，高周波側のインダクタンスに貯えられるエネルギーの最大値 E_s は次式より求まる。

$$E_s = \frac{B^2}{2\mu_0} V_g + \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_s} V_f , \quad (19)$$

ただし V_g はギャップの体積， V_f はフェライトの体積である。したがって $E_s=3.62$ [Joule] L_s が2/3に減少するためには μ_s は100から4.28まで減少しなければならない。そのために必要な制御磁界は7700 [A·turns/m]程度である。この制御磁界を発生させるために必要なエネルギーをヒステリシスループから求めると391 [Joule]となる。また，(18)式より L_c を求めると $L_c=30.5$ [μH]である。制御電流を容量 C_c のコンデンサの放電によって発生させることを考える。制御電流が最大に達するまでの時間を10 μsec

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

とするには、 C_c および L_c によって決定される周期の $1/4$ が $10 \mu \text{ sec}$ よりもやや大きくなければならない。そこで、制御回路の初期における周波数を 20 kHz とする。従って $C_c = 2.08 [\mu \text{ F}]$ 。制御回路のコンデンサの充電々圧を V_c とすると $C_c V_c^2 / 2 > 391$ でなければならない。そこで $V_c = 20 [\text{ kV}]$ とすると、改めて制御エネルギーは $E_c = 416 [\text{ Joule}]$ となる。また、高周波回路のコンデンサの充電々圧は $C_s V_s^2 / 2 = 3.62$ より、 $V_s = 5.46 [\text{ kV}]$ となる。第7図から出力の平均は $110 [\text{ kW}]$ 、持続時間は $24 \mu \text{ sec}$ となる。

以上をまとめると、可変インダクタンスの概念設計は次のようになる。ただし、() 内は負荷共振器の周波数を 4 MHz とした場合であり、() のない項目については 1 MHz の場合と同じである。また、 Q については電源を 100 、負荷を 50 としている。

フェライトコア

大半径	0.5 [m]
小半径 {	内径 0.1 [m]
	外径 0.2 [m]
ギャップ比	0.3
初比透磁率	100
コアの体積	0.207 [m ³]

高周波回路

周波数	0.9 ~ 1.1 [MHz]
	(3.6 ~ 4.4 [MHz])
コンデンサ容量	0.24 [$\mu \text{ F}$]
	(0.015 [$\mu \text{ F}$])
充電々圧	5.46 [kV]
	(21.84 [kV])
コンデンサあたり初期エネルギー	
	3.62 [Joule]
電流の最大値	7.48 [kA]
高周波電流による磁束密度の最大値	0.01 [T]

佐藤，南

制御回路

コンデンサ容量 $2.08 [\mu F]$
 $(0.13 [\mu F])$
充電々圧 $20 [kV]$
 $(80 [kV])$

コンデンサあたり初期エネルギー

$391 [Joule]$

制御電流の変化時間

$10 [\mu sec]$
 $(2.5 [\mu sec])$

性能

持続時間 $24 [\mu sec]$
 $(6 [\mu sec])$

平均出力

$110 [kW]$
 $(440 [kW])$

ま と め

復数个の共振器をカップリングさせると、周波数の交差にともないエネルギーの輸送を生ずる。このエネルギー輸送を用いた新しい方式による発振器について検討した結果、その実現が可能であることがわかった。

本方式の最大の特長は投入時期の制御の必要がないことであり、従来困難であった $1MHz$ 以上の比較的高い周波数の発振器が可能である。また、本方式に不可欠の発振周波数を時間的に変化させるメカニズムについては、フェライトコアを用いたトーラス状の磁気回路により実現が可能である。ただし、フェライトの磁束の吸収能力に限界があるため、大出力を得るためには大きな体積のフェライトを必要とする。

最後に、本研究に御助言と御指導を賜りました東京工業大学林泉教授に厚く御礼申し上げます。また、大電力フェライト技術に関し有意義な議論とデータの御教示を頂きました東京芝浦電気株式会社 横山弘毅主任研究員に深く感謝致します。

参 考 文 献

- 1) T.Obiki, T.Mutoh, S.Adachi, A.Sasaki, A.Iiyoshi, and K.Uo;
Phys. Rev. Letters 39 (1977) 812.
- 2) T.Watari, T.Hatori, R.Kumazawa, S.Hidekuma, T.Aoki, T.Kawamoto,
M.Inutake, S.Hiroe, A.Nishizawa, K.Adati, T.Sato, T.Watanabe,
H.Obayashi, and K.Takayama;
Phys. Fluids 21(1978) 2076.
- 3) E.Hotta, R.Shimada, K.Yamamoto, and I.Hayashi:
Proc. of the 3rd Topical Conf. on Pulsed High Beta Plasma
(Pergamon Press, Oxford, 1976) 239.
- 4) H.M.HillJr.; Cathode Press 25, 28 (1968)
- 5) A.Lietti; Plasma Physics, 20, 59 (1978)
- 6) 嶋田隆一, 林泉; 電学誌 95-A, 173 (1975)
- 7) 久保亮五; 大学演習“熱学・統計力学”(裳華房, 1961) p. 190
- 8) C.Zener; Proc. Roy. Soc.(London) 137, 696 (1932)
- 9) H.C.Yen, G.J.Dick and J.E.Mercereau;
IEEE Trans. Magn. MAG-13, 504 (1977)
- 10) 横山弘毅; “高周波大振幅用フェライト”東芝レビュー 25, No.11, 1~7 (1970)
- 11) 菊池健, 高橋喜右; 科学 45, 239 (1975)
- 12) E.C.Snelling; "Soft Ferrites-Properties and Applications"
(ILIFFE, 1969)

付 録

第2図の回路について，回路方程式をたて， $a_1 = \sqrt{C/2} (V_1 + j\omega_1 L_1 I_1)$ ， $a_2 = \sqrt{C/2} (V + j\omega L I)$ を導入すると，回路のエネルギーのゆるやかな変化は次式で与えられる。

$$\frac{d a_1}{d t} = \epsilon_{11} a_1 + \epsilon_{12} a_2 \quad (\text{A. 1})$$

$$\frac{d a_2}{d t} = \epsilon_{21} a_1 \quad (\text{A. 2})$$

ここで

$$\epsilon_{11} = \frac{1}{2\omega_1} \frac{d\omega_1}{dt}, \quad \epsilon_{12} = -j \frac{\epsilon\omega}{2}, \quad \epsilon_{21} = -j \frac{\epsilon\omega_1}{2} \quad (\text{A. 3})$$

ただし $\epsilon = C_0 / C$

今， ω_1 を ω に交差させるわけであるが， $<2 \cdot 1>$ で述べたように系のエネルギーも変化し，輸送効率を計算できない。そこで，現実とは異なるが，次のようなモデルを考える。 $\omega_1 = \omega \exp(-j\alpha t^2)$ で変化するものとする。 α は ω_1 の変化速度に対応する正数である。

すなわち， ω_1 は $|t| \leq \sqrt{\pi/2\alpha}$ の時間内において ω に一致し，両共振器はエネルギーを交換する。 $|t| > \sqrt{\pi/2\alpha}$ ではビート周波数が大きいのでエネルギー交換はない。

(A. 1)～(A. 3)より次式を得る。

$$\frac{d^2 a_i}{dt^2} + j\alpha t \frac{d a_i}{dt} + \beta^2 a_i = 0, \quad (i=1, 2) \quad (\text{A. 4})$$

ここで

$$\beta^2 = -\epsilon_{12}\epsilon_{21} = \frac{\epsilon^2 \omega^2}{4} \quad (\text{一定}).$$

(A. 4)を初期条件 $|a_1(t \rightarrow -\infty)| = 1$ ， $|a_2(t \rightarrow -\infty)| = 0$ の下で解くと， $|a_2(t \rightarrow \infty)|^2$ が求める輸送効率である。

共振器間のエネルギー輸送を用いた大電力高周波発振器の検討

$$a_2 = U \exp(-j \alpha t^2 / 4), \quad Z = \sqrt{\alpha} t \exp(-j \pi / 4)$$

により, (A. 4) を変数変換すると次式を得る。

$$\frac{d^2 U}{d z^2} - \left(a + \frac{z^2}{4} \right) U = 0 \quad (\text{A. 5})$$

ここで, $a = -(n+1/2)$, $n = j \beta^2 / \alpha \equiv j \gamma$.

(A. 5) は放物柱関数 $U(a, z)$ を与える微分方程式である。

(A. 5) の独立解のうち, 初期条件

$|a_2(t \rightarrow -\infty)| = 0$ を満たす a_2 として $U(-a, -jz)$ をえらぶ。 a_1 に対して初期条件 $|a_1(t \rightarrow -\infty)| = 1$ であるように積分定数を決めると次式を得る。

$$|a_2(t \rightarrow \infty)|^2 = \frac{2\pi\gamma e^{-\pi\gamma}}{\Gamma(1+j\gamma)\Gamma(1-j\gamma)} = 1 - e^{-2\pi\gamma}, \quad (\text{A. 6})$$

次に, γ の具体的な表式を与える。第2図の回路を線形とみて, $d/dt = j\Omega$ とおき, 共振周波数を求めると次のようになる。

$$\Omega^2 = \frac{1}{2} \left[(\omega_1^2 + \omega^2) \pm \sqrt{(\omega_1^2 - \omega^2)^2 + 4\varepsilon^2 \omega_1^2 \omega^2} \right] \quad (\text{A. 7})$$

今, $\varepsilon \ll 1$, $\omega_1 = \omega$ とおくと共振周波数は $\Omega \simeq \omega(1 \pm \varepsilon/2)$ となる。したがってビート周波数 $\Delta\Omega$ は $\Delta\Omega = \varepsilon\omega$ で与えられることがわかる。 γ は次式で与えられる。

$$\gamma = \beta^2 / \alpha = -\varepsilon_{12} \varepsilon_{21} / \alpha = \varepsilon^2 \omega^2 / 4 \frac{d\omega_1}{dt} \quad (\text{A. 8})$$

これを (A. 6) に代入すると(4)式を得る。