スフェロマク緩和現象の三次元シミュレーション

片山弘造, 山田知穂, 桂井 誠

(東京大学工学部電子工学科)

(1984年4月13日 受理)

Three dimensional simulation of relaxation process in spheromak configuration

Kozo Katayama, Tomoho Yamada and Makoto Katsurai

(Received April 13, 1984)

Abstract

Relaxation processes toward the lower energy states in spheromak configurations were studied by means of three dimensional magnetohydrodynamic simulations. For the initial conditions, two cases of equilibrium states were given and the temporal evolutions of the instabilities were investigated in the nonlinear regime.

In the first case, which has a high q -profile (1.7 at the magnetic axis), the poloidal flux amplification was observed through the development of a $m=1, n=1$ mode. This process can be explained by the Kadomtsev internal disruption model.

In the second case, which has a low q -profile (0.12 at the magnetic axis), magnetic flux conversion from the poloidal to the toroidal direction toward the Taylor minimum energy state was observed through the development of a $m=1, n=4$ kink mode. It is expected that this process is related to the self-reversal mechanism in a reversed field pinch.

スフェロマク配位は逆転磁場ピンチ同様、基本的には J. B. Taylor のエネルギー緩和理論¹⁾に従って形成され、あるいは維持されるものと理解されている。実験的には、同軸プラズマガンによる形成時にポロイダル磁束の増倍が観測されている他^{2), 3)}, 磁気ヘリシティの外部からの連続的注入によりスフェロマクの定常化を図る試みもなされている⁴⁾。また、トカマクと同じような緩和振動, デ

Fig. 1 Initial current distribution and q -profile (case A)

ィスラプションといった現象も報告されている⁵⁾。そこで、何らかの原因で不安定な状態となったスフェロマクが、如何なる機構で新たな状態へ緩和していくのか調査することを目的として三次元MHDシミュレーションを行った。

今回報告するのは初期条件としてかなり大きな q 値を有する配位を選んだ場合(A)と、逆に、小さな q 値を有する場合(B)の2例である。

シミュレーションは半径 $R=1$ 、高さ $L=1$ の円筒完全導体容器を想定し、導体壁はスフェロマクのセパトロクスに接している。初期条件は Grad-Shafranov 方程式を数値的に解くことにより与える。第1図に(A)の場合、第2図に(B)の場合のトロイダル電流密度 j_t 、ポロイダル電流密度 j_p 、 q 値の半径方向の分布を示す。(A)ではプラズマの表面近くに電流のピークが生じ、磁気軸上での q 値 q_a は1.7である。それに対し(B)では、磁気軸上に鋭いピークを有する電流分布で $q_a = 0.12$ となっている。

シミュレーションコードは2ステップ Lax-Wendroff 法を用いた三次元非線形MHDコードであり、(A)では円筒座標、(B)ではデカルト座標を用いている。(A)の場合には発生する不安定性のトロイダルモード数 n が小さいため、トロイダル方向の分割をポロイダル面内に較べ粗くとることができる円筒座標が有利である。ここでは、 r 方向、 φ 方向、 z 方向の格子点数を $29 \times 16 \times 30$ に選んだ。一方(B)では、 n の比較的大きなモードの発生が予測され、均質な分割の得られるデカルト座標を採用

Fig. 2 Initial current distribution and q -profile (case B)

Fig. 3 Magnetic surfaces (case A)

した。格子点数は $53 \times 53 \times 26$ である。この場合、計算は円筒境界の内側でのみ行われ、境界に近接する格子点での値は保存則を満足するように決定される。試験的にこれら2つのコードを傾斜不安定のシミュレーションに適用したところ、ほぼ同等の結果を得ている。

またレイノルズ数及び磁気レイノルズ数は 5×10^3 に設定した。ここで特性長は円筒半径 R 、特徴的速度として $v_A = B_0 / \sqrt{\mu_0 \rho}$ (B_0 : 磁気軸での磁気の強さ) を用いている。なお、今回のシミュレーションでは、簡単化のため圧力 $p = 0$ 、密度 ρ = 一定の仮定を設けた。

第3図は(A)の場合について不安定性の成長に伴う磁気面の変形を示したものである。 $q = 1$ の有理面上に $m = 1$ の磁気島が発生し、内側には $m = 3$, $m = 4$ の磁気島も見られる。時間の経過と共に $m = 1$ の磁気島が成長し、本来の磁気軸周辺の磁気面は破壊され、エルゴード的になっていることがわかる。 $t = 30 \tau_A$ ($\tau_A = R / v_A$) では $m = 1$ の磁気島が半分程度の領域を占めるが $t = 40 \tau_A$ を過ぎると磁気面は全領域で破壊されてしまう。

第4図はスフェロマクの保持するポロイダル磁束 ψ , トロイダル磁束 ϕ , および

$$W_m / K \quad \left(\text{ここで } W_m = \int_V \frac{1}{2} B^2 dV, \quad K = \int_V \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} dV \right)$$

の時間変化を示したものである。図中には、Taylor のエネルギー最小状態に完全に緩和したときに得られるポロイダル磁束、トロイダル磁束、 W_m / K , ならびに、Kadomtsev - Reimann の $m = 1$ モードによる内部ディスラプションモデル^{6), 7)} を仮定した場合に形成されるポロイダル磁束の大きさをあわせ付記してある。この例においては ϕ は、ほぼ一定値を保っているのに対し、 ψ は $m = 1$ の磁気島の成長が顕著となる $t = 20 \tau_A$ 以降増大し、 $t = 40 \tau_A$ では Kadomtsev モデルの値に近づいている。しかし、

完全な定常状態には達していない。この過程において、磁気ヘリシティ K は保存されているが、不安定性により解放される W_m が小さいため W_m / K の値はほぼ横ばいである。

②の場合、初期状態の W_m / K がTaylor状態の W_m / K に比較して極めて大きく、より明確な緩和現象が見られる。第5図は円筒の中心対称軸に垂直な平面上での磁場ベクトルを各時刻について表示したものである。 $m=1$, $n=4$ のキンクモードの激しい成長により、軸対称であった磁場は $t = 10 \tau_A$ においては初期状態の磁気軸の

Fig. 4 Temporal evolution of poloidal flux, toroidal flux and W_m / K (case A)

Fig. 5 Magnetic field on the plane normal to the axis of cylinder (case B)

位置の内側と外側に4個ずつ計8個の渦構造に分裂している。その結果, 円筒境界近くとトーラスの内側に反転磁界が生じているのがわかる。この過程は $m=1$ のキンクによる逆転磁場の自己形成モデル^{8), 9)}と類似のものである。しかし, 今の場合, 領域が単連結であるため4個の渦構造は中心軸上で合体し, 軸対称状態が最終的に再現される。

第6図は ψ , ϕ , W_m/K の時間変位を示したものである。 ψ は不安定成長の結果減少し, ϕ は増大して, ほぼTaylor状態に近い値を得ている。

以上のように, 三次元シミュレーションによりスフェロマクの緩和過程を調べた結果, トロイダル磁束がポロイダル磁束より小さく q 値の小さい場合についてはキンクの成長により, Taylorの最小エネルギー状態に向けて, ポロイダル磁束からトロイダル磁束への変換が生じることが確認された。逆に, トロイダル磁束が大きく, q 値の大きい場合には, ポロイダル磁束が増倍される。このときの増倍量はKadomtsev-Beimannのモデルで説明可能であるが完全な定常状態を得るには至っていない。磁気面が破壊された後, さらに緩和の進むことも予想される。

Fig. 6 Temporal evolution of poloidal flux, toroidal flux and W_m/K (case B)

参 考 文 献

- 1) J. B. Taylor, Phys. Rev. Lett. 33, 1139 (1974)
- 2) L. Lindberg and C. Jacobsen, Astrophys. J. 133, 1043 (1961)
- 3) W. C. Turner et al., Phys. Fluids 26, 1965 (1983)
- 4) T. R. Jarboe et al., Phys. Rev. Lett. 51, 39 (1983)
- 5) 池上, 他 物理学会第38回年会予稿集 4, P. 107, 28a-A-11, 28a-A-12 (1983)
- 6) B. B. Kadomtsev, Sov. J. Plasma Phys. 1, 389 (1975)

- 7) A. Reimann, Phys. Fluids 25, 1885 (1982)
- 8) T. Sato, K. Kusano and T. Hayashi, Hift-71, Feb. 1983
- 9) A. Y. Aydemir and D. C. Barnes, Phys. Rev. Lett. 52, 930 (1984)