非線形プラズマ動態

—長谷川・三間方程式とその周辺—

谷 内 俊 弥

(名古屋大学理学部)

(1988年1月26日受理)

Nonlinear Dynamical Behaviors of Plasmas

— The Hasegawa-Mima Equation and Related Problems

Tosiya Taniuti

(Received January 26, 1988)

Abstract

The present paper is a review of theoretical studies of nonlinear dynamical behaviors of the low- β plasma with emphasis on the Hasegawa-Mima equation and related problems.

Keywords :

nonlinear drift wave, Hasegawa-Mima equation, selforganization, convective cell, drift wave turbulence, drift instability,

1. まえがき

プラズマの閉じ込めを、平衡状態の安定性といった静的な立ち場から考えるのが従来の流れであろう。しかし、拡散があれば、流れがあり、その意味では、動的な状態を考えねばならない。この観方をもっと積極的に拡大して、一般に、プラズマを動態として捉えると、平衡状態への接近、それに関連する自己形成等、種々な問題を総括的に論じる体系が生まれる。これをかりに、プラズマ動態論と名づけよう。大げさに言えば、太陽が生まれ、輝き、そして死に至るまでのロマンに満ちた壮大なドラマも、実験室でプラズマが造られ、加熱され、そして散逸してゆく過程も、全て、プラズマ動態論の対象となろう。この舞台で、極めて難かしく、それゆえに未知の分野であり、また非常に重要な役目を演じるのは、勿論、プラズマのもっている非線形性である。それは、間違いなく、他の分野にも当てはまる普遍性を内蔵しており、この意味で(かつてソリトンがそうであったように)、学際的な問題であり、その解明は、基礎・応用両面にわたる広い関連分野に波及効果を持つと考えられる。こゝでは、主として静電的な非線形性について、二流体電磁流体力学

の範囲で考察することにする。中心となるのは、ドリフト波と対流胞に関するもので、長谷川・三間方程式¹⁾とその周辺の問題である。しかし、これらは既に本誌57巻(1987年)5号, “トカマク異常輸送理論の現状”の中で、伊藤公孝・早苗両氏¹⁾により数式を用いずに明快に解説されているので、ここで再び同様な形式で解説する必要はない。また、長谷川・三間方程式やそれに関連した自己形式については長谷川氏自身によるすぐれた解説がある^{2), 3)}。したがって、ここでは、これ等の解説のすき間を埋めるような問題を意識的にとりあげてみた(尚引用文献は手許にあるものととどめ、充分調べられていない)。

2. 密度揺動1%の強い非線形性

非線形調和振動子

$$i \frac{dz}{dt} + \omega_0 z + |z|^2 z = 0 \quad (1)$$

を例にとると、 $|z| \sim 10^{-2}$ 程度の振動を考えれば、まず線形理論で大体わかると考えるのが常識であろう。しかし、これは $\omega_0 \sim 1$ 程度の時であり、 $\omega_0 \sim 10^{-4}$ ならば、線形近似は明らかに成立しなくて、強い非線形性となり、常識は破れる。 $z/\sqrt{\omega_0} \equiv \zeta$, $\omega_0 t \equiv \tau$ と書けば、(1)は

$$i \frac{d\zeta}{d\tau} + \zeta + |\zeta|^2 \zeta = 0 \quad (2)$$

となり、問題の解は $|\zeta| \sim 1$ の強い非線形振動である。重要な点は、時間 t が 10^4 倍引きのばされていること、即ち、元の時間 t では、ゆっくり変化し、したがって長い時間にわたっての振動が重要となる。小さい変動が、線形項が小さいために強い非線形性をひきおこす例として、縮まない流体の乱流がある。ナビエ・ストークス方程式を、密度一定として

$$\nabla \times \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nu \Delta \mathbf{u} \right] = 0 \quad (3)$$

と書く($\mathbf{u}$ は流速ベクトル)。非線形項と線形項の比 R はレイノルズ数 $|\mathbf{u}|/\nu k$ (k は波数)で、 $\nu k \ll |\mathbf{u}| \ll 1$ なら、わずかな速度の変動でも強い非線形性があらわれる。この場合、周波数 ω は実でない。 $\nu=0$ で $\omega=0$ である。波ではなく渦の非線形相互作用である。しかし、プラズマにはいろいろの波がある。分散関係で、位相速度のおそい波を考えれば、その波の造る変動が微小でも、強い非線形性があらわれることは容易に想像できる。静電近似では、まず、ドリフト波が候補になる。これは密度の変動をおこす波で、 $n = n_0 + \tilde{n}$ として、長波長で位相速度 $V_p \propto |\nabla n_0|/n_0 \equiv \kappa$ 。プラズマ半径が大きくなると、当然 V_p は小さくなる。

したがって、大きいプラズマを長い時間保てれば、このような事, “密度変動が小さくても非線形性が重要な事”があらわれる。即ちATCトカマク等で^{4), 5), 6)} μ 波やレーザー散乱を使って、密度揺動の自己相関関数を測定した結果は $|\tilde{n}/n_0| \sim 1\%$ である。しかし波数ベクトル k をきめたときの周波数(ω)スペクトルは非常に幅広くひろがって、ドリフト波の周波数 $\omega^*(k)$ の近くでも、僅かなピークがみられる程度で

ある。非線形性が弱ければ、当然、 $\omega^*(k)$ のまわりに鋭いピークをもつはずで、自己相関関数のこの ω スペクトルは強い乱流状態を示している。一方 k スペクトルは、ラーマー半径程度の波長に対して幅広い山があり、半径方向とポロイダル方向に殆ど同じ構造をもっている。これらの事は、ドリフト波が不安定性で θ 方向に成長したとしても、強いモード間の結合で、等方化されることを示している。この実験結果にもとづいて考えだされたのが、長谷川・三間方程式で、以上の事実をよく説明している。この方程式を導くには、まず連続の方程式

$$\frac{\partial n}{\partial t} + u \cdot \nabla n + n \nabla \cdot u = 0 \quad (4)$$

を考える。 $n = n_0(x) + \tilde{n}$ として x 方向に密度勾配があり、磁場は z 方向とし、磁場方向の変動を小さいとすると、

$$\frac{\partial \tilde{n}/n_0}{\partial t} - \kappa u_x + \nabla_{\perp} u_{\perp} + u_{\perp} \cdot \nabla \tilde{n} = 0 \quad (5)$$

($\kappa = -\frac{d}{dx} \ln n_0$, u_x は u の x 成分) 静電近似では

$$u = -\nabla \phi \times \hat{z} / |B| + \dots \quad (6)$$

したがって $\nabla_{\perp} u_{\perp} \approx 0$ で、 κ が小さいと線形項は小さい。この事から、低いベータ値のプラズマで、プラズマ半径を大きくすると、強い乱流状態になることが予想される。更に、電子がボルツマン分布をすると、 $e \phi / T_e \propto \tilde{n} / n_0$ となるので、(5) の最後の項は無視できて、(6) の補正項 (イオンの慣性項からの寄与 $M \frac{du}{dt} \times B$) が全てをきめる。 u として (6) を使えば (5) は結局 ϕ に対する方程式となる。

長谷川・三間はトカマクの実験結果から n を n_0 で ϕ を e/T_e で u をイオン音波の音速 $c_s = \sqrt{T_e/M}$ で、長さを、有効ラーマー半径 $\rho_s \equiv c_s / \omega_{ci}$ で規格化した (簡単のためイオン温度を 0 とした)。したがって、時間は ω_{ci} で計られることになる。実験では $\delta n / n_0 = \varepsilon \ll 1$ 故 $\varphi \sim \varepsilon$ 、また k スペクトルの山が ρ_s 近傍にあると考えてよいから $\nabla_{\perp} \sim 1$ 一方、 $\kappa \sim \rho_s / (\text{プラズマ径}) \sim \varepsilon$ となる。(6) の補正項：

$-M (du/dt) \times \hat{z} / |B|$ の u を (6) で近似し (5) に代入すれば、 B を一定として、長谷川・三間方程式^{7), 8)}、

$$\frac{d\phi}{dt} + \kappa \frac{\partial \phi}{\partial y} - \frac{d}{dt} A_{\perp} \phi = 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} - \nabla \phi \times \hat{z} \cdot \nabla, \quad (7)$$

をうる。ここで $\frac{\partial}{\partial t} \sim \varepsilon$ で ω_{ci} の ε 倍程度のおそい時間変化が考えられている。線形項のうち $\frac{\partial}{\partial t} A_{\perp} \phi$ は電場によるイオンの加速からくる分極の効果で第 3 項を総称して分極ドリフトと呼ばれる。線形項からは、勿論ドリフト波の分散関係

$$\omega = \kappa k_y / (1 + k_{\perp}^2) \quad (8)$$

がえられる。この線形項と非線形項のつりあいは、全体の密度 $n = n_0 + \tilde{n}$ の空間変化に両者が同じ位寄与している、即ち、 $\kappa n_0 \sim k_{\perp} \tilde{n} \sim \varepsilon$ からわかる。これをドリフト不安定の飽和条件と考えれば、異常輸

送係数を評価することができる¹⁾。(7)は、上空の大気の流れに関係したロスビー波の方程式でもある点を注意したい²⁾。1 Km以上の高さになると大気は地表の影響を受けず、粘性も小さくなり、自転の影響によるコリオリー力 $f \mathbf{u} \times \hat{\mathbf{z}}$ と圧力勾配が重要となる。ここで f は緯度によって南北(x)方向にゆっくり変化する。したがって、(6)に対応して

$$\mathbf{u}_{\perp} = -\nabla p \times \hat{\mathbf{z}} / (\rho f) - \frac{d\mathbf{u}}{dt} \times \hat{\mathbf{z}},$$

一方鉛直方向には重力とつり合っているとして(ボルツマン分布に対応して),

$$p = \rho g h$$

ここで $h(x, y, t)$ は地表 x, y 点における大気の高さで、大気は層をなして動くと考えてよい。即ち、ある面にある大気の部分は、その面は時間的・空間的に変わるが、常にその面上にあると考えてよい。時間変化は音速 $\sqrt{p/\rho}$ よりはるかに小さいので非圧縮性と仮定して密度一定とすると、高さ h の微小円柱内の粒子数 ρh が保存されるから、連続の方程式は(4)のかわりに

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \cdot h \mathbf{u}_{\perp} = 0$$

となる(これは、 $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ より u_z を $h \nabla_{\perp} u_{\perp}$ で近似し $u_z \equiv dz/dt = dh/dt$ よりえられる)。

$h = H_0 + \tilde{h}$ ($|\tilde{h}| \ll H_0$) で、 $\tilde{h}$ が $\tilde{n}$ 即ち ϕ に対応し、 $\kappa = |d \ln f / dx|$ となる。

音速 c_s は $(g H_0)^{1/2}$ となり、 f は ω の次元をもつから、 ρ_g に対応して、ロスビー半径 $\rho_g \equiv (g H_0)^{1/2} / f$ がえられる。大気圏では、 $\tilde{h} / H_0 \sim \kappa \rho_g \ll 1$ であり、ロスビー波とドリフト波との完全な対応が成立している。唯一の違いは、ロスビー波の場合 H_0 は一定で κ は f の変化(これは $|B|$ の変化に対応)によるため波の伝わる方向が逆になっていることである。しかしロスビー波は気象情報には、あらわれにくい。よく知られている様に、天気と直接関係するのは対流圏(1 Km ~ 10 Km)の大気の動きで、ここでは(南と北、海と陸の間の)温度差による圧力勾配が最も重要となる(この温度分布は地表面からの加熱によるもので、10 Kmをこすと、大気は太陽からの輻射により加熱され2層に分かれる)。この圧力勾配が不安定性(傾圧不安定性)をひきおこし、対流圏の動態をきめる。この不安定性は有名な Hide の実験により詳しく調べられている(温度差のある回転する同心二円筒の間の流れの不安定性)。対流圏では、ロスビー波を直接励起する不安定性はなく、傾圧不安定性によりできた風が山にあたって二次的にロスビー波が励起される。したがって、傾圧不安定性の効果が支配的で、非常に長波長の成分にのみロスビー波の成分がみられるにすぎない⁹⁾。むしろ地球より木星等での役割りが大きいと考えられ惑星波とよばれる。

3. シアーのない磁場

磁場にシアーがないと、ドリフト波の不安定性で対流胞($\omega = 0$ のモード)が誘起される^{10), 11), 12)}。対流胞は $E \times B$ で動きまわる粒子の集団のようなものであるが、巨視的には2次元の Navier · Stokes 非圧縮

性流体と似たふるまいをする^{13), 14)}。したがって、ドリフト波へのはねかえりを考えないなら流体力学の知識が利用できる。しかし、前にも述べたように、散逸が弱いと強い乱流であり、2次元の場合、かなり研究されているが、完全な理論はない。たゞ、空間で積分した量、エネルギーとエントロピーの関係は正確に求められ、エネルギー流が k の小さい方へ流れることが分っている。

この事から、乱流状態から大きな構造が産まれる—自己形成—の可能性がある。これについては後程述べることにして、こゝでは、ドリフト波乱流からどうして対流胞乱流が生まれるかを説明しよう。

2流体M・H・D方程式を、長谷川・三間のスケールで書くと

$$\frac{d}{dt} \ln n + \nabla \cdot u = 0, \quad (3.1)$$

$$\nabla \cdot j = 0, \quad (3.2)$$

$$\frac{du}{dt} = -\nabla \ln n + j \times B / n, \quad (3.3)$$

$$-\nabla \phi + u \times B + \nabla \ln n - j \times B / n - j_{\perp} / \sigma_{\perp} - j_{\parallel} / \sigma_{\parallel} = 0. \quad (3.4)$$

全ての量は、 ρ_s , ω_{ci} , $c_s = \sqrt{T_e / M}$, 一定値 $\bar{n}$ 及び $\bar{B}$, で規格化されている。電流 j は $e \bar{n} c_s$ で規格化され、 $\sigma_{\parallel} = [(\nu_{ei} / \omega_{ci})(m/M)]^{-1}$, ここで ν_{ei} は $\bar{n}$ での電子イオン衝突周波数、(3.3)で、イオン温度0としたため、粘性 ν を無視したが、後程便宜的に付け加えることがある。このとき $\nu_{\parallel} \gg \nu_{\perp}$ である事を注意したい。

(3.3)を使うと オームの法則(3.4)は

$$-\nabla \phi + u \times B - \frac{du}{dt} - j_{\perp} / \sigma_{\perp} - j_{\parallel} / \sigma_{\parallel} = 0 \quad (3.4)'$$

となる(イオンの運動方程式)。もし、 $\sigma \rightarrow \infty$ ならば、(3.4)は

$$B \cdot \nabla \phi = 0 \quad \phi \equiv \phi - \ln n \quad (3.5)$$

となり、電子は磁場に沿ってボルツマン分布をする。

特に ϕ —一定とすると、(3.4)より $j_{\perp} = n u_{\perp}$, 即ち、 $j_{\perp}$ はイオン電流となる。 $j_{\parallel}$ は(3.2)より求まるから、電流はイオンによる。このときプラズマの運動はコリオリー力のある流体の運動と等価である。 ϕ が一定でないならば $n \nabla \phi \times B$ がつけ加わるだけである。しかし、磁場方向の変動をどの様に扱かうかは問題点がある。そのためには $B = \hat{z}$ とし、 σ を有限にして、 z に関する特異性を調べる必要がある。

$u_{\parallel} = u_z \hat{z}$ 等とすると、(3.1) (3.4)' の z 成分より

$$\frac{du_z}{dt} = -\frac{\partial}{\partial z} \ln n \quad (3.6)$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial z} = j_z / \sigma_{\parallel} \quad (3.7)$$

垂直成分からは、夫々 $j_{\perp}$, $u_{\perp}$ が n , u , ϕ でかける。 $\phi \sim \varepsilon$, $\frac{\partial}{\partial t} \sim \varepsilon$ だから、(3.4)' より

$$u_{\perp} = u^{(0)} - \frac{du^{(0)}}{dt} \times \hat{z} - (n/\sigma_{\perp}) \left(\frac{du^{(0)}}{dt} + \nabla \ln n \right)_{\perp}. \quad (3.8)$$

但し $u^{(0)} = -\nabla \phi \times \hat{z} \sim \varepsilon$,

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u^{(0)} \cdot \nabla + u_{\parallel} \cdot \nabla$$

(3.8)を(3.1)に代入して

$$\begin{aligned} \frac{\partial n}{\partial t} - \nabla n \cdot \nabla \phi \times \hat{z} - n \left(\frac{d}{dt} A_{\perp} \phi + \nabla u_z \cdot \frac{\partial}{\partial z} \nabla_{\perp} \phi \right) \\ + \frac{\partial}{\partial z} n u_z - (n/\sigma_{\perp}) A_{\perp} n = 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

$\sigma_{\perp} \rightarrow 0$ では第2・第3項が $\nabla_{\perp} \cdot n u_{\perp}$ で、これは $\nabla_{\perp} \cdot j_{\perp} + \nabla n \cdot \nabla \phi \times \hat{z}$ に等しい。したがって(3.2)は(3.7)により

$$\frac{\partial n}{\partial t} - \nabla n \cdot \nabla \phi \times \hat{z} + \frac{\partial}{\partial z} n u_z - (n/\sigma_{\perp}) A_{\perp} n + \sigma_{\parallel} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (3.10)$$

となる。(3.6)(3.9)(3.10)が n, u_z, ϕ に対する連立方程式で、これからドリフト・イオン音波がえられる。

この波は $k_z \gg k_{\perp}$ であるとイオン音波に移動するが、 $T_e \sim T_i$ ではランダウ減衰がきく事と、衝突がある場合でも平均自由行程が長いと $\nu_{\parallel}$ が大きく、減衰する。ここで問題にするのは、 ω の実数部分が(2.8)で近似できる準2次元的な波であるから、充分小さい k_z , $k_z \ll \varepsilon$ を考える。 $\kappa \sim \varepsilon$ だから、この仮定はアスペクト比が充分大きい事を要求している。そのように殆ど z 方向に変動しないモードに限れば $u_z \ll \varepsilon$ となり、(3.9)(3.10)で u_z は消去できて、質量と電流の保存式はそれぞれ

$$\frac{d}{dt} \ln n - \frac{d}{dt} A_{\perp} \phi - (1/\sigma_{\perp}) A_{\perp} n = 0 \quad (3.11)$$

$$\frac{d}{dt} A_{\perp} \phi = -\sigma_{\parallel} \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \quad (3.12)$$

となる。ここで $d/dt = \partial_t - \nabla \phi \times \hat{z} \cdot \nabla$ 。(3.12)は、右辺が $-\nabla_{\parallel} \cdot j_{\parallel}$ で、抵抗により磁場方向に電子が自由に動きまわれなくて、垂直方向に $\nabla_{\perp} \cdot j_{\perp}$ が生じることを示している。 $\sigma_{\parallel} k_z^2 \gg 1$ とすれば(3.12)から ϕ が磁力線に沿って一定、

$$\phi - \ln n = -\ln n_0 (\varepsilon x). \quad (3.13)$$

これを(3.11)に代入して、長谷川・三間方程式($\sigma \rightarrow \infty$)

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} - \nabla \phi \times \hat{z} \cdot \nabla \ln n_0 - \frac{d}{dt} A_{\perp} \phi = 0 \quad (3.14)$$

をうる。しかし $\partial/\partial z = 0$ ならば、全く違った結果、

$$\frac{d}{dt} \Delta_{\perp} \phi = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{d}{dt} \ell n n - (1/\sigma_{\perp}) \Delta_{\perp} n = 0 \quad (3.16)$$

となる。(3.15)は二次元非圧縮性完全流体に対するオイラーの方程式(運動方程式),(3.16)は $\sigma_{\perp} \rightarrow \infty$ ならば,その連続の方程式である。有限のイオン温度を想定して,粘性の影響を考えれば,(3.14)(3.15)の右辺は $\nu_{\perp} \Delta_{\perp} \Delta_{\perp} \phi$ となる。(3.15)は線形近似では $\omega = 0$ のモードで,対流による渦,“対流胞”の式である。(3.16)は,対流胞による密度変化を併なう拡散方程式で,電気抵抗(電子のランダム・ウォーク)による拡散は,対流胞のランダム・ウォークにより強められる。これに関しては多くの結果がある^{10),13),14)}。修正0-4次キムラント展開^{12),15)}を使えば, n の集団平均, $\langle n \rangle$ に対する拡散方程式がえられる。

$$\frac{\partial \langle n \rangle}{\partial \tau} + \sum_{ij} \frac{\partial}{\partial x_i} D_{ij} \frac{\partial}{\partial x_j} \langle n \rangle = 0 \quad (3.17)$$

$$D_{ij} \cong - \left\langle \int_0^t u_i(t', x) u_j(t, x) dt' \right\rangle,$$

$$u = -\nabla \phi \times \hat{z}, \quad \tau = \varepsilon t.$$

これより,初期に $\langle n \rangle = n_0(x)$ としたときの $\langle n \rangle$ の変化がわかる。(3.17)は全て1程度の大きさの無次元量でかゝれていると考えるべきであるから, $D_{ij} \sim O(1)$ である。もとの(次元のある)量にもどすと

$$\tilde{D}_{ij} = \varepsilon (c T e) / (e B) \cdot D_{ij}$$

ここで $\varepsilon \sim \kappa \sim \rho_s / L_n$ (L_n はプラズマ半径)だから

$$\tilde{D}_{ij} \sim (c T e / e B) (\rho_s / L_n) \quad (3.18)$$

となる。さて,元の系(3.11)(3.12)は線形近似では,勿論,成長するドリフト波のモードをもつ。

成長率 γ は, $\gamma \cong \omega^* \delta$ よりきまる。ここで $\omega^* = \kappa k_y$, δ は, ϕ と $\tilde{n}$ の位相差で(3.12)より

$$\delta = (\omega^* k_y^2) / (\sigma_{\parallel} k_z^2)$$

である。不安定性により多くのモードが励起されるから

$$\phi = \sum_{k_z} \hat{\phi}(k_z, r_{\perp}) e^{i k_z z}$$

とかけるが,ここで $k_z = 0$ と $k_z \neq 0$ では全く異ったふるまいをするから, ϕ, n は2つのモードの和,

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \phi_d + \phi_c \\ \ell n n &= \ell n n_0 + N_d + N_c \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

と、あらわされる。こゝで、 ϕ_d , N_d は $k_z \neq 0$ モードの和でドリフト・モード、 ϕ_c , N_c は $k_z = 0$ の成分で、対流胞のモードである。非線形項により、これ等2つのモードは相互作用する。(3.19)を(3.12)に代入し、 $\sigma \rightarrow \infty$ とすれば、 $k_z \neq 0$ に対してはボルツマン分布 $\phi_d = N_d$ がえられる。重要なのは、 ϕ_d 同志の相互作用から $k_z = 0$ 即ち対流胞のモードが生まれることである。(3.12)の $k_z = 0$ の成分は

$$\frac{\partial}{\partial t} A_{\perp} \phi_c - \nabla \phi_c \times \hat{z} \cdot \nabla A \phi_c = \langle \nabla \phi_d \times \hat{z} \cdot \nabla A_{\perp} \phi_d \rangle_{k_z=0} \quad (3.20)$$

となり、ドリフト波から対流胞が励起されることを示している。(3.11)の左辺も、 $k_z \neq 0$ の成分と $k_z = 0$ の成分にわけて、各々をゼロとおくことにより、 $k_z \neq 0$ に対し

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\phi_d - A_{\perp} \phi_d) + \kappa \frac{\partial \phi_d}{\partial y} - \nabla \phi_d \times \hat{z} \cdot \nabla N_c - \nabla \phi_c \times \hat{z} \cdot \nabla \phi_d \\ & + \nabla \phi_d \times \hat{z} \cdot \nabla A_{\perp} \phi_c + \nabla \phi_c \times \hat{z} \cdot \nabla A_{\perp} \phi_d \\ & + \nabla \phi_d \times \hat{z} \cdot \nabla A_{\perp} \phi_d - \langle \phi_d \times \hat{z} \cdot \nabla A_{\perp} \phi_d \rangle_{k_z=0} = 0, \end{aligned} \quad (3.21)$$

$k_z = 0$ に対し

$$\frac{\partial N_c}{\partial t} + \kappa \frac{\partial \phi_c}{\partial y} - \nabla \phi_c \times \hat{z} \cdot \nabla N_c = 0 \quad (3.22)$$

を与える。(3.22)を導くとき(3.20)を使った。 $\ell n n_0 + N_c$ を $\ell n n_c$ とかけば(3.22)は、連続の式(3.16)と同じである。(3.20)(3.21)(3.22)は、ドリフト波の成長によるドリフト波乱流→対流胞→異常拡散の過程を示している^{10),11),12)}。問題にしている強い乱流状態では、 $k_z = 0$ の特異性のため $1/\sigma_{\parallel}$ の漸近展開が成立せず、逆に、その特異性が本質的な役割をはたすことは注目すべきことである。しかし、ドリフト波不安定の臨界状態では、基本モードの第2高調波程度の弱い励起で成長がとまり、コヒーレントな状態におちつく(Qマシンの実験)^{16),17)}。このとき、対流胞モードは磁場方向の直流電界をつくるにすぎない¹⁸⁾。しかし、もし、磁場方向に周期条件が課されるなら、直流電界は禁止され、対流胞モードが不安定の飽和に決定的な役割りを果たすことになる¹⁹⁾。尚対流胞モードのきかない準線形的な飽和は、こゝで考えているより高い近似を必要とする²⁰⁾。

4. シアー磁場

y 方向に L_y , z 方向に L_z , x 方向に L_n の長さをもつ平板を考え、磁場は、 $B_x = 0$, B_z は一定、 B_y は、ゆっくり変る x の関数、 $B_y(\varepsilon x)$ で、大よそ $L_y \sim L_n \sim \sqrt{\varepsilon} L_z$, $B_z \sim 1 \sim B_y / \sqrt{\varepsilon}$ 程度と考えておく。

長さは ρ_s で計られているので、 L_y, L_n は $1/\varepsilon$ 程度の非常に大きい値をもっている。 yz 方向に周期的とすれば、たとえば ϕ は

$$\phi = \sum \hat{\phi}_{nm}(x, t) \cdot e^{2\pi i(m y/L_y + n z/L_z)} \quad (4.1)$$

とかける。このとき $\partial\phi/\partial y \sim 1$ だから、 $m \sim 1/\varepsilon$ すなわち、非常に大きいモードの波を考えていることになる。さて、基礎の方程式 (3.1) ~ (3.4) はシアアのない時と同じ様に近似できる。結果は (3.6) (3.9)・(3.10) で u_z , $\partial/\partial z$ を夫々、 u_B , $b \cdot \nabla$ でおきかえればよい。こゝで b は磁場方向の単位ベクトル。ベクトル a に対し、ベクトル $a_{\parallel}$, $a_{\perp}$ と成分 a_B を

$$a_{\parallel} = a_B b \quad a_{\perp} = a - a_{\parallel}$$

で定義する。さて、シアアがあると一般に、ある有理数 m/n をきめたとき、波数ベクトル $k_{mn}(k_x, 2\pi m/L_y, 2\pi n/L_z)$ が磁場と直交する面、モード有理面 ($x = x_s \mid b(x_s) \cdot k_{mn} = 0$) が存在する。この面の近傍で x 方向に急減少する解を考えると、その解に対しては常に、 $k_{\parallel}$ は小さい。したがって、 u_B は無視できて、2次元的な変動を考えればよい。 $\sigma \rightarrow \infty$ とすれば、長谷川・三間方程式が得られる。この時、 $k_{\parallel} \cong 0$ になるのはモード有理面のごく近傍、 $x \cong x_s$ に限られる。すなわち、対流胞の運動は、 $k_{\parallel}$ に垂直な面全体にわたるのではなく、 $x \cong x_s$ できる線上 (非常に細い帯) に限られる。したがって、対流胞による異常輸送の心配はなくなる。長谷川・三間方程式をモード有理面を含めて拡張してもよさそうである。しかし、注意すべきは、モード有理面からはなれると $k_{\parallel}$ は無視できなくなる。即ち、長谷川・三間方程式は、局所的な方程式で、全領域にわたるプラズマのふるまいは記述できない。この様な事情を解析的に調べるには²¹⁾ x_s を原点とする直角座標、 $\hat{x}, \nabla Y, b_s$ を導入すればよい。

こゝでは $Y = b_{zs}y - b_{ys}z$, この系で (4.1) は

$$\phi = \sum_{k_y} \hat{\phi}(k_y, x, t) e^{ik_y Y} \quad (4.2)$$

となる。 $\hat{\phi}$ が $x \cong 0$ の近くでだけ値をもつなら、そのような関数の磁場方向の微分 $b \cdot \nabla$ は $b_s \cdot \nabla Y = 0$ ゆえ

$$b \cdot \nabla \cong S x \frac{\partial}{\partial Y},$$

と近似される。但し、 $S = b_s' \cdot \nabla Y = b_s' \times b_s \cdot \hat{x} \sim O(b_y') \sim \varepsilon^{3/2}$ 。したがって $k_{\parallel} \ll \varepsilon$ と考えてよい。それ故、シアアのない場合と同様に $u_B \sim 0$ において磁場方向の運動を除去できる。

結局 (3.11), (3.12) で、

$$\frac{d}{dt} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} - \nabla \phi \times b_s, \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} \rightarrow S^2 x^2 \frac{\partial^2}{\partial Y^2} \quad (4.3)$$

$$(4_{\perp} = \partial_{xx} + \partial_{YY})$$

とおきかえればよい。 $1/S$ は ρ_s でのシアア長 L_s , (L_s/ρ_s), で、 $\rho_s/L_n \sim \varepsilon$ だから $L_s/L_n \sim \varepsilon^{-1/2}$ の場合になっている。電子・イオン衝突の効果は、 $\sigma_{\parallel}$ でなく $\sigma_{\parallel} S^2$ の大小で定まる。 $\sigma_{\parallel} S^2 \sim \varepsilon$ になると、(3.12) の左辺と右辺は同じ程度 (ε^2) になり、 ϕ と n の位相差が無視できない。この限界

的な条件を陽に示すために、

$$1/\sigma_{\parallel} S^2 = C(\omega^*/\omega_{ci})(L_n/\rho_s)^2$$

によって、実効的な衝突パラメーター C を導入すると

$$C = (\nu_{ei}/\omega^*)(m/M)(L_s/L_n)^2$$

となる。 $C \ll 1$ ならば ($\nu_{ei} \lesssim \omega^*$ ならば) 衝突の影響は無視できると考えてよいが、 $x \approx 0$ では (3. 12) は対流泡の方程式となる。この事状を見やすくするため、(3. 11) の $d \ell n n / dt$ を $\partial / \partial t \ell n n - \nabla \phi \times z \cdot \nabla \ell n n_0$ で近似し (3. 11) (3. 12) より $\ell n n$ を消去すると、 Y を y とかき

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{d}{dt} \Delta \phi = \frac{x^2}{\mu^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} H \phi \quad (4. 4)$$

をうる。ここで $\mu^2 = n_0 / S^2 \sigma_{\parallel}$, $H \phi = \frac{d}{dt} \Delta \phi - \frac{\partial \phi}{\partial t} - \kappa \frac{\partial \phi}{\partial y}$ で、 $H \phi = 0$ が長谷川・三間方程式。

したがって、 $|x| \sim 1$ ならば、長谷川・三間方程式が成立し、 $|x| \ll \mu$ ならば対流泡の方程式となる。

(4. 4) は電流保存の式の時間微分で右辺が $\partial_t \nabla_{\parallel} j_{\parallel}$ である。この式の線形近似は

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - k_y^2 \right) \hat{\phi} - \frac{x^2}{x^2 - i x_k^2} \left(1 - \frac{\omega^*}{\omega} \right) \hat{\phi} = 0 \quad (4. 5)$$

$$x_k^2 \equiv \omega \mu^2 / k_y^2$$

となる (第2項の分母の x^2 は分極電流、 $H \phi$ の $(d/dt) \Delta \phi$ の効果)。一方、Guzdar 等²²⁾ による固有値方程式は第2項の括弧の中が

$$1 - \frac{\omega^*}{\omega} - \frac{x^2}{x_s^2}, \quad x_s^2 = \omega^2 / (S k_y)^2 \quad (4. 6)$$

となっていて、(4. 5) では $-x^2/x_s^2$ の項が欠けている。

この項は、イオン音波との相互作用からでてくるもので、磁場方向の変動 u_B を小さいとして無視した近似では当然でてこない。事実 $(S k_y)^2 \sim |k_{\parallel}|^2 \sim \varepsilon^3$ 故 $x_s^2 \sim (1/\varepsilon)$ となるから、 $x \sim 1$ なら当然この項は他の2項に比し無視できる。しかし $x \gg 1$ ではこの項が効いて、局在化したモードを与えてくれる。イオン音波との結合を無視すると、線形近似では局在化したモードは存在しない。

勿論、局在化していても不安定とは限らなくて、(4. 6) でも、 κ が一定なら、安定である (モード有理面に局在した不安定な波を励起するには指数減衰からずれた密度勾配が必要である^{1), 22)})。さて、方程式 (3. 11), (3. 12), (4. 3), あるいは (4. 4) は線形近似では、モード有理面からはなれると急減少する解がないから無意味である。しかし、非線形性のため、局在した解が存在する可能性が十分ある。それは長谷川・三間方程式が“モード解” (局在した波動論の解) をもつからである。またモデル方程式 (4. 4) では、ポテンシャルとそれに伴う密度の x 方向における ρ_s 程度の局在化したゆらぎ $\phi_0(x) \propto n_0(x)$ があると、そこに、有限振幅の y 方向に伝播する平面波が局在して成長する事が示されている²¹⁾。

“モードン”は惑星波の解として得られたもので孤立波に似た性質をもっている。求め方の要点は $\Delta\phi$ が ϕ に比例すれば非線形項が消えることである。すなわち一定速度 U で動くモードンに乗った系で、ある半径 a の円の内、外で $\Delta\phi$ が異った値をとると仮定し、 $r \rightarrow \infty$ で ϕ が急減少するとすれば、

$$r > a : \Delta\phi = \rho^2 \phi \quad (4.7)$$

$r = 0$ で正則とすれば

$$r < a : \Delta\phi = -\lambda^2 \phi + g x \quad (4.8)$$

こゝで、常数 g は内と外が同じ速度 U で進む条件からきまる。すなわち、(4.7)を(3.14)に代入し、

κ を一定とすれば

$$U = \frac{\kappa}{\rho^2 - 1} \quad (4.9)$$

同様に(4.8)から

$$g = -\lambda^2 U - (\kappa + U).$$

(4.7)(4.8)はベッセル関数で解けて、 $r = a$ で滑らかにつなぐと、 λ に対する固有値方程式がえられ、 λ が ρ と a できまる。最低次の固有解を採用すると、解は図1であらわせる。双極型になっているのは(4.8)の $g x$ による。

(4.9)は平面波の分散式(2.8)からも求められる(平面波は長谷川・三間方程式の厳密解である。何故なら $\Delta\phi = -k^2 \phi$ 。したがって $k \rightarrow i\rho$ とおくと、モードン解の外側になる。すなわち、(2.8)で $\omega/k_y \rightarrow U$ $k^2 \rightarrow -\rho^2$ とすれば(4.9)になる。しかし、(2.8)では位相速度が 0 と $-\kappa$ の間にあるが、モードンの速度 U は、(4.9)より、それとは相補的な領域 $U > 0$ $U < -\kappa$ にある。 $\omega = U k$ とすれば、ドリフト波乱流をモードン・ガスと考えた時の ω スペクトルは、当然、線形近似から著しくずれたものになる²⁵⁾。この考え方の基礎にはモードンの安定性があり、2つのモードンは、衝突しても壊れない事が数値的に示されている²⁶⁾。

5. 自己形成

対流胞の方程式(3.15)は2次元非圧縮性流体のオイラー方程式と同じである事は既に述べた。長谷川・三間方程式も数学的には似た形をしている。そこで、まず、2次元ナビエ・ストークス乱流の特異な性質についてふれておく。一般に単位質量当たりのエネルギー $\mathcal{E}$ 及びエンストロフィー $\mathcal{Q}$ は u を流れのベクトルとして、

図1. 速度 U で左から右へ動くモードン

$$\mathcal{E}(t) = \overline{u^2}, \quad Q(t) = \overline{|\nabla \times u|^2}$$

で定義される。 $\mathcal{E}$ は粘性によって減少するが、その割り合い、エネルギー散逸率 ε ：

$$\varepsilon = -\frac{d\mathcal{E}}{dt}$$

は一様等方性を仮定すると

$$\varepsilon = 2\nu Q$$

とかける。 $\nu \rightarrow 0$ のとき Q が有限ならば $\varepsilon \rightarrow 0$ である。しかし、速度勾配が無限に急峻になるとすると、 Q は発散する。したがって、 $\nu \rightarrow 0$ のとき $\varepsilon > 0$ ，すなわち、非粘性の極限で有限の散逸が起こる。これが、3次元乱流におけるコルモゴロフの本質的な仮定である。

ところが、2次元では、 $\nu \rightarrow 0$ のとき Q は有界であることが証明できる。(3.15)に粘性項を補正した式、2次元ナビア・ストークス方程式は、

$$\frac{d}{dt} \Delta \phi = \nu \Delta \Delta \phi.$$

この式から

$$\frac{dQ}{dt} = -2\nu \mathcal{P} \quad (Q = \sum k^4 |\phi_k|^2)$$

が導ける。ここで $\mathcal{P} = \frac{1}{2} [\nabla \times \Delta \phi \hat{z}]^2 = \frac{1}{2} (\partial \Delta \phi / \partial x_i)^2$ でパリンストロフィと呼ばれる。

$\mathcal{P}$ は正值なので Q は常に減少する。したがって $\nu \rightarrow 0$ で有界である。このことから $\mathcal{E}$ は $\nu \rightarrow 0$ で一定となる。しかし、 $\nu \rightarrow 0$ で $\mathcal{P} \rightarrow \infty$ になる可能性はある。この事は $\mathcal{P}$ の時間変化の式に物理的な考察を加えて推論されている。したがって $\nu \rightarrow 0$ のとき Q は減少すると考えてよい¹⁵⁾。 $\mathcal{E}$ をエネルギー・スペクトル $E(k)$ によって

$$\mathcal{E} = \sum_{k_x, k_y} k^2 |\phi_k|^2 = \int_0^\infty E(k) dk$$

とかけば Q は

$$Q = \int k^2 E(k, t) dk$$

とかける($E(k)$ は k 空間で半径 k ，単位長さの幅の円輪内のエネルギー)。 Q の時間的減少に効くのは k の大きい部分だから大きい k に対する $E(k)$ が減少すると考えられる。一方 $\mathcal{E}$ が一定だから、大きい $E(k)$ の損失を小さい $E(k)$ の増加で補なわねばならない。即ち、エネルギーは大きい k から小さい k へ流れる。このため時間がたつと最大波長のモードにエネルギーが集中する。これは、大きい渦が小さい渦から形成されることで、逆カスケードとよばれるが、“自己形成”の一種と見なしてもよい。ドリフト波乱流のモデルである長谷川・三間方程式も k が大きい所では似たような構造をもっている。それは $\phi_t + \kappa \phi_y$ にくらべて $(d/dt) \Delta \phi$ の方が大きいからである。事実、この方程式は(非粘性の極限で)2つの保存量

$$\mathcal{H}(t) = \sum_{k_x, k_y} (1+k^2) |\phi_k|^2$$

$$\mathcal{K}(t) = \sum_{k_x, k_y} k^2 (1+k^2) |\phi_k|^2$$

をもつ。 $k \gg 1$ なら $1+k^2 \rightarrow k^2$ で近似できて、 $\mathcal{H}$ 及び $\mathcal{K}$ は夫々 $\mathcal{E}$ 及び $\mathcal{Q}$ になる。したがって、短波長では当然逆カスケードが生じる。しかし、 $k \ll 1$ では $(d/dt) \Delta \phi$ の項が小さくなり線形項のまわりの摂動論、弱乱流理論の領域になる。こゝでは、周波数 ω_k の小さい方へカスケードする。このとき、 $\omega_k \approx -\kappa k_y$ だから k_y の小さい方へカスケードする。その境目の k_c は、線形項と非線形項を等しいとおいて $k_c \sim (\kappa / \phi_k)^{1/3}$ 。この考え方によれば、 $k > k_c$ ではエネルギー・スペクトルは 2 次元ナビア・ストークスのそれで代用できて、エネルギーは等方的に k の小さい方へ流れる (k_c は、より正確に求められる^{27), 28)})。しかし、 $k < k_c$ では k_y の小さい方へエネルギーが流れる。したがって、最後は、 $k_y \sim 0$ 、 $k_x \sim k_c$ にエネルギーは凝縮することになる。これは x 方向に変化する電場があらわれることを示す。したがってプラズマは y 方向に流れる。これが長谷川によって提唱されたドリフト波乱流による自己形成の筋書きである^{2), 3), 28)}。これがトカマクで実現すれば径方向に電場ができて、プラズマがポロイダル方向に回転することになる。したがって、乱流輸送によるプラズマの粒子損失は少なくなる²⁾。しかし、これまで述べたように、長谷川・三間方程式はモード有理面に局在した小さい部分で成りたつ方程式で大域的な議論にどの程度使えるか問題がある。特に、トラスでは、磁場がポロイダル方向 (y 方向) に依存して変化するので、 k_y の小さいところでは、この影響は当然きいてくる。また、長谷川・三間方程式は $m \sim 1/\varepsilon$ の高いモード数を想定していることも留意すべきであろう。

上記の長谷川・三間方程式での自己形成の可能性は、数値計算の結果^{28), 29)} から確かめられたが、木星における惑星波に対する数値実験の結果³⁰⁾ は、初期の擾乱から東西方向に発達した帯状流が形成されることを明白に示しており、一応確立されたものと考えてよい。しかし、長谷川・三間方程式自体は不安定性をもたないので乱流の源を仮定しなければならない。そのため、有限の電気抵抗を考え、散逸性ドリフト波を励起し、それによるドリフト波乱流が数値計算により調べられた^{31), 32), 33)}。この場合、シアがある系では、(3.11) (3.12) に (4.3) のおきかえした方程式を基礎にとってもよいが、この方程式系もやはりモード有理面に局在した局所的な方程式で大域的な議論をするには、長谷川・三間方程式と同じような難点があることを考えに入れねばならない。尚 (4.3) のかわりに (b_s を b でおきかえ) 、

$$\frac{\partial}{\partial z} \rightarrow b \cdot \nabla, \quad \frac{d}{dt} \rightarrow \frac{\partial}{\partial t} - \nabla \phi \times b \cdot \nabla$$

として得られた系も、イオン音波との結合が無視されているので、イオン音波が急速に減衰しない限り、難点がある。しかし、円筒プラズマに対してこの式を用いた数値計算³²⁾ では、散逸性ドリフト波乱流から、同心円状の等ポテンシャル面が形成され、長谷川・三間方程式で予測された自己形成が見事に実現されてい

る。イオン音波との結合もとり入れて大域的な計算をするには(3.6)(3.9)(3.10)の方程式系に上記の変更をした式を使わねばならない(この系から出発しても、計算結果は定性的には変わらず、同様な自己形成が観測されると聞いている³³⁾)。

尚、有限ベーターの効果を入れて、ここに述べたのと同様な原則により簡単化したモデル方程式を使い、シアのない場合に3次元的な数値計算がなされている。その結果では、成長が対流胞の励起により飽和され、乱流状態から3次元的なソリトンに似たコヒーレントな構造が現われることが報告されている³⁴⁾。ソリトン間に散逸性の力が働くと、ソリトンが融合し、ソリトンの系でも自己形成の可能性のあることが指摘されている³⁾。さて、話をもとに戻そう。長谷川・三間方程式はソリトン解をもっている^{35), 36)}。 $k_y \ll 1$ の領域では、 y 方向に、伝播する KdV ソリトンで、海洋や大気のロスビー波のソリトンと同種のものである(衝突のないプラズマでのドリフト波の場合にも、シアのない磁場に対して求められた。不安定成長を無視し、コヒーレントな波だけを考えているから対流胞のモードはおちている³⁸⁾)。自己形成と関連して重要な点は(ρ_s のスケールで)、 $k_y \ll 1$ 、 $k_x \approx 1$ ぐらいの大きさのソリトンが存在するか、ということである。 $k_y \ll 1$ という条件は、 KdV ソリトンが弱非線形、弱分散の近似という点から、満足されるだろう。 $k_x \sim 1$ の方は、 $x \gg 1$ で急減少する解を考えている以上、必要条件であるが、長谷川・三間方程式から KdV 方程式を導く過程で x 方向に積分するとき難点がある^{35), 37)}。しかし、小さい電気抵抗を仮定したモデル方程式(4.4)を使えば、たしかにそのようなソリトンが存在することが言える。モードはその構造が、 x 、 y 方向に等方的なので、自己形成の産物の候補にはなり難い。とすると、 KdV ソリトンが、有力候補として浮かびあがってくるのではないだろうか?

参 考 文 献

- 1) 伊藤公孝, 伊藤早苗: 核融合研究 57 (1987) 280.
- 2) 長谷川 晃: 日本物理学会誌 35 (1980) 144.
- 3) A. Hasegawa: Advances in Physics 34 (1985) 1.
- 4) E. Mazzucatu: Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 792.
- 5) R. D. Slusher & C. M. Surko: Phys. Rev. Lett. 37 (1976) 1747.
- 6) T. Tetsuka, A. Nishizawa, T. Sakai, K. Kawahata, A. Mase, T. Tsukishima & J. Fujita: J. Phys. Soc. Jpn. 52 (1983) 1242.
- 7) A. Hasegawa & K. Mima: Phys. Rev. Lett. 39 (1977) 205.
- 8) A. Hasegawa & K. Mima: Phys. Fluids. 21 (1978) 87.
- 9) 木村龍治: 乱流現象の科学 (特定研究「乱流現象の解明と制御」成果報告書) 東京大学出版会 昭和60年 562.
- 10) C. Z. Cheng & H. Okuda: Nuclear Fusion 18 (1978) 5.
- 11) R. Z. Sagdeev, V. D. Shapiro & V. I. Shevchenko: Sov. J. Plasma Phys. 4 (1978) 306.
- 12) N. Bekki, H. Takayasu, T. Taniuti & H. Yoshihara: Physica Scripta T2/1 (1982) 89.
- 13) J. B. Taylor & B. McNamara: Phys. Fluids 14 (1971) 1492.
- 14) H. Okuda & J. M. Dawson: Phys. Fluids. 16 (1971) 408.
- 15) T. Tatsumi: Advances in Applied Mechanics, Academic Press, New York.

- 16) H. W. Hendel & T. K. Chn : *Method of Experimental Physics*, ed. H. R. Griem & R. H. Lovberg (Academic Press, New York & London) **9A** (1970) 377.
- 17) F. L. Hinton & C. W. Horton Jr : *Phys. Fluids* **14** (1971) 116.
- 18) D. A. Moticello & A. Simon : *Phys. Fluids* **17** (1974) 791.
- 19) H. Yoshihara, T. Iwayanagi & T. Taniuti : *J. Phys. Soc. Jpn.* **50** (1981) 3751.
- 20) T. Hatori & Y. Terashima : *J. Phys. Soc. Jpn.* **42** (1977) 1010.
- 21) T. Taniuti : *J. Phys. Soc. Jpn.* **55** (1986) 4253.
- 22) P. N. Guzdar, Liu Chen, P. K. Kaw & C. Oberman : *Phys. Rev. Lett.* **40** (1978) 1566.
- 23) V. O. Larichev & G. K. Reznik : *Polymode News* **19** (1976) 3.
- 24) T. Taniuti & A. Hasegawa : *Physica Scripta*, T2/2 (1982) 529.
- 25) J. D. Meiss & W. Horton Jr. : *Phys. Fluids* **25** (1982) 1838.
- 26) M. Makino, T. Kamimura & T. Taniuti : *J. Phys. Soc. Jpn.* **50** (1981) 980.
- 27) A. Hasegawa & Y. Kodama : *Phys. Rev. Lett.* **41** (1978) 1470.
- 28) A. Hasegawa, C. G. McLennan & Y. Kodama : *Phys. Fluids* **22** (1979) 2122.
- 29) D. Fyfe & D. Montgomery : *Phys. Fluids*, **22** (1979) 246.
- 30) G. P. Williams : *J. Atmosph. Sci.* **35** (1978) 1399.
- 31) A. Hasegawa & M. Wakatani : *Phys. Rev. Lett.* **50** (1983) 682.
- 32) A. Hasegawa & M. Wakatani : *Phys. Rev. Lett.* **59** (1987) 1581.
- 33) A. Hasegawa (private communication, *Phys. Fluids* に掲載予定) .
- 34) N. Bekki & Y. Kaneda : *Phys. Rev. Lett.* **57** (1986) 2176.
- 35) K. Nozaki, T. Taniuti & K. Watanabe **46** (1979) 983.
- 36) K. Nozaki, T. Taniuti & K. Watanabe **46** (1979) 991.
- 37) L. G. Redekopp : *J. Fluid Mech.* **82** (1977) 725.
- 38) H. Sanuki & G. Schmidt : *J. Phys. Soc. Jpn.* **42** (1977) 260.