逆転磁場ピンチにおける MHD 揺動レベルと輸送

宮 本 健 郎

(東京大学 理学部)

(1989年 1 月18日 受理)

MHD Fluctuation Level and Transport in Reversed Field Pinch

Kenro Miyamoto

(Received January 18, 1989)

Abstract

MHD fluctuation level in RFP plasma is reduced from a simple model that MHD relaxation and sustainment of RFP configuration are caused by the reconnection of lines of magnetic field driven by ($m=0$, $n=1$) mode nonlinearly excited by multi $m=1$ internal kink modes. Then the lines of magnetic forces becomes stochastic by the MHD fluctuations and the energy transport of RFP plasma in such situation is studied.

Key words:

reversed field pinch, MHD relaxation, driven reconnection, MHD fluctuation, transport,

1. 緒言

逆転磁場ピンチ (以下 RFP と略記する) の MHD 不安定性, MHD 緩和現象の動的過程の研究は計算機シミュレーション, 実験の両面にわたって着実に進展している.

RFP プラズマのオーム加熱中にプラズマ電流分布が急峻化すると, ($m=1$, n) の複数の内部キンク・モードが不安定になり, 更に $m=1$ モード間の非線形結合によって ($m=0$, $n=1$) モードが励起される. そして磁力線の駆動再結合が起こり電流分布が平坦化し, 安定状態にもどるという過程がくりかえされていることが計算機シミュレーションの解析^{1)~6)} および実験結果^{7)~12)} によって明らかになってきた.

またトロイダル磁束再生の機構, ループ電圧の異常性, イオン異常加熱の機構についても多くの知見が得られてきた¹³⁾. 本論文では MHD 揺動にともなう異常輸送現象について考察を行った.

2. MHD 揺動レベル

RFP 磁場配位が古典磁気拡散時間以上に長く維持されているという実験事実は、オーム法則に揺動項を導入することで説明できる。

オーム法則の時間平均は

$$\eta \langle \mathbf{j} \rangle = \langle \mathbf{E} \rangle + \langle \mathbf{v} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle + \langle \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} \rangle \quad (1)$$

で表わされる。但し η はプラズマの比抵抗値、 $\langle \rangle$ は適当な時間スケールでの時間平均を表わす、 $\tilde{\mathbf{v}}$ 、 $\tilde{\mathbf{B}}$ はそれぞれ $\mathbf{v}$ 、 $\mathbf{B}$ の揺動項で時間平均値からのずれを表わす。

(1)式の θ 成分は

$$\langle E_\theta \rangle = \eta \langle j_\theta \rangle + \langle v_r \rangle \langle B_z \rangle - \langle \tilde{\mathbf{v}} \times \tilde{\mathbf{B}} \rangle_\theta \quad (2)$$

となる。この関係は文献3)の計算機シミュレーションでも確認されている。準定常状態が維持されているとすると $\langle E_\theta \rangle = 0$ 、 $\langle v_r \rangle \approx 0$ である。第1章で述べたように ($m=0, n=1$) モードによる駆動再結合がトロイダル磁束再生 (磁気拡散を補う) の原因と考えるならば(2)式より

$$\eta \langle j_\theta \rangle \approx \langle \tilde{v}_z \tilde{B}_r \rangle - \langle \tilde{v}_r \tilde{B}_z \rangle \approx \langle \tilde{v}_z \tilde{B}_r \rangle \quad (3)$$

となる。(3)式の右辺において第1項が主であることは文献6)の計算機シミュレーションにおいて示されている。したがって

$$\frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \approx \frac{2\theta\eta}{\mu_0 a \tilde{v}_z} = \frac{2\theta a}{\tau_R \tilde{v}_z} \quad (4)$$

となる。但し τ_R は磁気拡散時間であり

$$\tau_R \equiv \frac{\mu_0 a^2}{\eta(r_s)}$$

$$\frac{\mu_0 j_\theta}{B_\theta} \approx \frac{2\theta}{a}$$

の関係を用了。また r_s は ($m=0, n=1$) モードに共鳴する有理面の半径 ($B_z(r_s)=0$) である。もし $m=0$ の揺動の周波数を ν_0 とし、トーラス大半径を R とするとき $\tilde{v}_z$ 大きさは

$$\tilde{v}_z \sim R \nu_0 \quad (5)$$

の程度となる (図1参照)。したがって RFP 配位の維持のために必要な MHD 揺動レベルは

$$\frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \sim 2\theta \left(\frac{a}{R} \right) \frac{1}{\tau_R \nu_0} \quad (6)$$

となる.

図1. $m=0, n=1$ モードによる磁気島と揺動流速 $\tilde{v}_z$

$m=0$ 揺動の一周期の間に、電流分布の急峻化にともなう $m=1$ キング・モードが成長、その非線形結合による $m=0$ モードの駆動再結合による MHD 緩和の過程をたどると考えると、その特徴的時間は電流分布の急峻化の時間スケールである。その急峻化の過程が古典的ならば、磁気拡散時間 τ_R の程度であろうが tearing 不安定な状態になっていると考えられるので、その成長率を γ_{tear} とすると $\nu_0 \sim \gamma_{\text{tear}}$ と見做すことができる。アルフベン時間 τ_A を

$$\tau_A^2 = \frac{\mu_0 n m_i a^2}{B_\theta^2(a)}$$

とし ($B_\theta(a)$ はプラズマ周辺におけるポロイダル磁場)、磁気レイノルズ数を $S \equiv \tau_R / \tau_A$ とするとき文献14) によれば

$$\gamma_{\text{tear}} \sim S^{2/3} \frac{1}{\tau_R}$$

であり、また文献15) によれば

$$\gamma_{\text{tear}} \sim \frac{1}{\gamma'} S^{0.4} \frac{1}{\tau_R} \quad \gamma' = O(1)$$

である。そこで ν_0 について次のように表わされるものとする。すなわち

$$\nu_0 \sim \frac{S^{0.5+\alpha}}{\gamma' \tau_R(r_s)} \quad (7)$$

S のべき数の中に現われる α の値は $\alpha \approx 1/6 \sim -0.1$ の範囲の小さな値である．そうすると磁場の揺動レベルは

$$\frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \sim 2\theta \left(\frac{a}{R} \right) \frac{\gamma'}{S^{0.5+\alpha}} \quad (8)$$

となる． $R/a = 5$, $\theta = 1.6$ のとき(8)式の右辺は $0.7 \gamma' / S^{0.5+\alpha}$ となる．OHTE の実験結果¹⁶⁾ と比較すると $\alpha = 0$ の場合によく対応する．

3. RFP プラズマの輸送

計算機シミュレーションによればMHD揺動のためにRFPの磁力線はストカスティックになり,¹⁵⁾¹⁷⁾ 電子やイオンは磁力線に沿って運動しながら平均的磁気面を横切って拡散すると考えられる．文献18)によれば電子およびイオンの熱速度をそれぞれ $v_{T,e}$, $v_{T,i}$ とするとき, 電子およびイオンの拡散係数 D_e および D_i の値は, それぞれ

$$D_e = \pi R v_{T,e} \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \right|^2 \quad (9)$$

$$D_i = \pi R v_{T,i} \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \right|^2$$

で与えられる．両者の違いにより径半径方向の電場が生じ両極性拡散を起こすとすると効果的粒子拡散係数 D は

$$D = \pi R v_{T,i} \left(1 + \frac{T_e}{T_i} \right) \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \right|^2 \quad (10)$$

$$\sim \pi R v_s \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \right|^2$$

で与えられる．ここで v_s は

$$v_s^2 = \frac{[n(T_e + T_i)]}{m_i [n]}$$

であり, $[]$ は体積平均を表わす．

熱拡散係数 D_χ は粒子拡散係数の γ'' 倍 ($\gamma'' = 0(1)$) と仮定すると

$$\begin{aligned}
 D_X &= \gamma'' \pi R v_s \left| \frac{\tilde{B}_r}{B_\theta} \right|^2 \\
 &= \gamma \pi R v_s \left(\frac{2\theta a}{R} \right)^2 \frac{1}{S^{1+2\alpha}}
 \end{aligned} \tag{11}$$

となる ($\gamma = \gamma'' (\gamma')^2$). これよりエネルギー閉じ込め時間 τ_E^X は

$$\begin{aligned}
 \tau_E^X &= \frac{a^2}{5 D_X} \approx 1 \times 10^{-3} \frac{1}{\gamma \theta^2} \frac{R}{v_s} \frac{1}{S^{2\alpha}} \left(\frac{\tau_R(r_s)}{a/v_A} \right) \\
 &\sim 1.4 \times 10^{-3} \frac{1}{\gamma \theta^2} \frac{R}{a} \frac{1}{S^{2\alpha}} \frac{1}{\beta_\theta^{1/2}} \tau_R(r_s)
 \end{aligned} \tag{12}$$

となる. ここで v_A はアルフベン速度であり $\tau_A = a/\dot{v}_A$ である. またポロイダル・ベータ値 β_θ を

$$\beta_\theta \equiv \frac{[n_e (T_e + T_i)]}{B_\theta^2(a)/2\mu_0}$$

と定義すると $(v_s/v_A)^2 = \beta_\theta/2$ の関係式がある.

他方オームが加熱プラズマのエネルギー閉じ込め時間 τ_E^{OH} は, エネルギー・バランスの関係

$$\frac{3/2 \int n (T_e + T_i) dv}{\tau_E^{OH}} = I_z V_z \tag{13}$$

より求められる. 但し $\int dv$ は体積積分であり I_z はプラズマ電流値, V_z はループ電圧である. β_θ の表式を用いると(13)式は

$$\tau_E^{OH} = \frac{3}{8} \mu_0 R \beta_\theta \frac{I_z}{V_z} \tag{14}$$

となる.

次にヘリシティー・バランスの関係式

$$\int \eta (\mathbf{j} \cdot \mathbf{B}) dv = \Phi_z V_z \tag{15}$$

を用いると, ループ電圧 V_z を求めることができる. 但し Φ_z はトロイダル磁束で $\Phi_z = [B_z] \pi a^2$ である. すなわち

$$V_z = \frac{2\pi R [\eta (\mathbf{j} \cdot \mathbf{B})]}{[B_z]} \tag{16}$$

(14), (16)式から τ_E^{OH} は

$$\tau_E^{OH} = \frac{3}{16} \frac{\mu_0 a^2}{\eta_0} \beta_\theta \left\{ \frac{[j_z][B_z]}{[(\eta/\eta_0)(\mathbf{j} \cdot \mathbf{B})]} \right\} \quad (17)$$

となる。但し η_0 は中心におけるプラズマの非抵抗値である。実験結果とよく対応する変形ベッセル関数モデルで(17)式右辺の $\{ \}$ の項を計算すると典型的な例でおよそ0.1となるので¹³⁾

$$\tau_E^{OH} \sim 1.8 \times 10^{-2} \beta_\theta \tau_{R,0} \quad (18)$$

となる。ここで $\tau_{R,0}$ は中心における磁気拡散時間である。

(12)式で得られた τ_E^x と(18)式の τ_E^{OH} を等しいとおいて β_θ の値を求めることができる。すなわち

$$\beta_\theta = \left[\frac{1.2}{\gamma \theta^2} \frac{R}{a} \frac{\tau_R(r_s)}{\tau_{R,0}} \right]^{2/3} \frac{1}{S^{4\alpha/3}} \quad (19)$$

を得る。 $\theta = 1.6$, $R/a = 5$ ($\tau_R(r_s)/\tau_{R,0}$)^{2/3} ~ 0.3 の場合, $\beta_\theta \sim 0.5/(\gamma^{2/3} S^{4\alpha/3})$ となる。第2章で述べたように OHTE の実験結果¹⁶⁾ は $\alpha \approx 0$ の場合によく対応する。実験で得られる β_θ の値は $\beta_\theta^{\text{exp}} \sim 0.1$ であるので(12), (18)式で表わされる閉じ込め時間の表式は、およそ実験結果と対応していると考えられる。

参 考 文 献

- 1) D. D. Schnack, E. J. Caramana and R. A. Nebel : Phys. Fluids **28** 321 (1985)
- 2) K. Kusano, T. Sato : Nucl. Fusion **26** 1051 (1986)
- 3) E. J. Caramana, D. D. Shnack : Phys. Fluids **29** 3023 (1986)
- 4) K. Kusano, T. Sato : Nucl. Fusion **27** 821 (1987)
- 5) A. Y. Aydemir and D. C. Barnes : Phys. Rev. Lett. **52** 930 (1984)
- 6) P. Kirby : Phys. Fluids **31** 625 (1988)
- 7) Y. Ueda, N. Asakura, H. Toyama, K. Miyamoto *et al.* Nucl. Fusion **27** 1453 (1987)
- 8) V. Antoni, A. Buffa, L. Carraro, S. Ortolani *et al.* Plasma physics and Controlled Nuclear Fusion Research Vol 2, 441 (1987) (11th Conf. Proc. Kyoto 1986)
- 9) N. Asakura, Y. Nagayama, S. Shinohara, H. Toyama, K. Miyamoto, N. Inoue : Controlled Fusion and Plasma Physics, Part II 540 (1987) (Proc. 14th European Conf. Madrid 1987)
- 10) R. G. Watt and R. A. Nebel : Phys. Fluids **26** 1168 (1983)
- 11) R. B. Howell, J. C. Ingraham, G. A. Wurden, P. G. Weber and C. J. Buchenauer : Phys. Fluids **30** 1828 (1987)
- 12) H. Arimoto, S. Masamune, A. Nagata, K. Sato *et al.* : J. Phys. Soc. Jpn. **54** 1232 (1985)
- 13) K. Miyamoto : Plasma Physics and Controlled Fusion **30** 1493 (1988)
- 14) M. N. Rosenbluth and P. H. Rutherford : Fusion (ed by E. Teller) vol. 1, Part A, p85
- 15) H. P. Furth, J. Killeen and M. N. Rosenbluth : Phys. Fluids **6** 459 (1963)
- 16) T. Tamano, T. Carlstron, C. Chu, R. Goforth, G. Jackson *et al.* : Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research, Vol. 1 p609 (1983) (9th Conf. Proc. Baltimore 1982)
- 17) T. S. Chen, T. Amano : IPPJ-813 Feb. 1987 (Report of Inst. Plasma Phys. Nagoya)
- 18) A. B. Rechester and M. N. Rosenbluth : Phys. Rev. Lett. **40** 38 (1978)