一般化座標 $K \sim \epsilon$ 乱流モデルによる 2次元キャビティ流れの非定常計算

武本 行正, 山辺 春雄*, 城之内 忠正**

(四日市大学 経済学部
* 名古屋工業大学 生産システム工学
** 名古屋大学プラズマ研究所 計算機センター)

(1989年5月8日 受理)

Numerical Simulation of 2-Dimensional Cavity Flow Using the $K \sim \epsilon$ Model of Turbulence In Generalized Coordinates

Yukimasa Takemoto, Haruo Yamabe* and Tadamasa Jyounouchi**

(Received May 8, 1989)

Abstract

A calculation procedure to predict incompressible turbulent flows in arbitrary shapes is presented. The procedure is based on the solution of primitive variable formulation of the time dependent Reynolds averaged Navier-Stokes equations in general curvilinear coordinates. A 3rd-order upwind differencing approximation method for the convective terms in governing equations is used. The 3rd-order method is based on the Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics (QUICK) algorithm. The $k \sim \epsilon$ model of turbulence is used to describe the turbulent flow process with particular attention to the boundary conditions. The solutions for a time dependent square cavity flow at the Reynolds number of 10^5 are obtained.

Keywords :

turbulence model, incompressible flow, cavity flow, Navier-stokes equations, general curvilinear coordinates,

1. はじめに

1980年頃より, 日本においても Imperial College のグループが提唱した平均流に関する 2 方程式 $k \sim \epsilon$ 乱流モデルが導入され, いろいろな場で計算されるようになった. 筆者らのグループでも83, 84年頃に等間隔格子での差分法 (MAC 法) のコード MAC3DTB, BND2DTB を作成し, 自由表面への鉛直上昇噴流や CAVITY

Faculty of Economics, Yokkaichi University, Yokkaichi 512.

* Department of System Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya 466.

** Institute of plasma Physics, Nagoya University, Nagoya 464-01.

流れへの適用の計算を実施した. また Imperial College より直接 TEACH コードを導入し京都大学大型計算機センターで利用可能のようにライブラリ登録を行っている. $k \sim \epsilon$ 乱流モデルは本質的に流れ場の等方性乱流を仮定して出発しているため, 非等方な部分を含む各種の流れ場についてはさまざまな改良がなされているが, いまなお決定的な提案はなされていない. また, 平均流を対象としているため, 高い Re 数で発生するこまかい渦や非定常剥離は当然計算されない等の欠点がある. このため, 代数応力方程式モデルや応力方程式モデルが提案されているが未だ適用例が少ない. しかしながら, 将来的には有望と考えられるのでコード作成にとりかかる予定である.

一方, これとは別に84年頃より各大学共同利用大型計算機センターに国産のスーパーコンピュータが導入されて計算能力が飛躍的に高まり, 差分法で格子数を多く取れる長時間演算が可能となった. また, このころより差分法の解法上任意形状の可能な格子生成法 (Grid-Generation) の技法ならびに高精度の上流差分スキーム (河村スキーム, QUICK スキーム等) が開発されて, 非圧縮性流れの数値解法は大幅に進歩した. これらの手法を用いた高 Re 数流れの Pseudo-Direct Simulation (large-scale direct simulation) では $Re = 10^5, 10^6$ 程度までは壁近傍の格子を密に取れば流れのシミュレーションは可能である. この手法の良さは乱流モデルに比較して基礎式が Navier-Stokes 式で済み複雑な仮定が不要なことである. ただ壁近傍の格子が微小なため, 必然的に δt が小さくなりスーパーコンピュータでの長時間演算を覚悟しなくてはならないので, 現時点ではまだ特定の利用者しか恩恵を受けないことであろう. 筆者らのグループでも85年頃から一般化座標での Generalized QUICK 法 (略して GQ 法と自称している) を開発して 2D, 3D の計算に適用してきた.

その主なものを挙げると, CAVITY 流れの計算, BUMP のある流路計算, 2D 翼回りの流れ, 3D CUBIC CAVITY の計算, 3D PIPE FLOW の計算, 3D 翼回りの流れ, 分岐流路計算, など多くの成果がある. 比較的粗い格子では $Re = 10^4$ ぐらいまで, 密な格子では $10^5, 10^6$ 程度まで計算を実行して実験値等と良好な一致をみている.

さて, 今回この GQ 法に $k \sim \epsilon$ 乱流モデルを組み込んで GGQ2DK ϵ コードを作成した.

本コードの目的は,

- ① 任意形状の格子網が可能となるので, $k \sim \epsilon$ 乱流モデルの適用対象を拡大できる,
- ② GQ 法および $k \sim \epsilon$ 乱流モデルの両方が計算可能のため, 適用場面に応じて使い分けができる,
- ③ $k \sim \epsilon$ モデルの高 Re 数モデルで壁関数を用いたいいわゆる標準モデルを採用しているが一般化座標のため壁面に格子を寄せてある程度 2 次渦などが計算できる,
- ④ $k \sim \epsilon$ モデルの低 Re 数モデル (層流化モデル) に対しても壁面により密に格子を寄せて y^+ が 1 程度となれば計算可能 (この組み込みは簡単である) である, ことなどである.

なお, 本コードの作成目的にはこの他に, 将来の応力方程式モデル組み込みに対する $k \sim \epsilon$ モデルでの比較対照コードとしての意味合いももつ. さらに LES のスマゴリンスキー・モデル組み込みは本コードを基本にすれば比較的容易である. GQ 法の LES モデルは今まで例がないため計算価値はあると思う.

2. 基礎方程式系

2次元の平均流に関するレイノルズ方程式および連続式を以下のように提示する.

ここで, 基礎式は非圧縮性の粘性流体を表している.

$$\begin{aligned} u_x + v_y &= 0 \\ u_t + (uu)_x + (uv)_y &= -\widehat{p}_x + \left[2\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)u_x\right]_x + \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)(u_y + v_x)\right]_y \\ v_t + (uv)_x + (vv)_y &= -\widehat{p}_y + \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)(v_x + u_y)\right]_x + \left[2\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)v_y\right]_y \end{aligned} \quad (1)$$

u, v は平均流速の x, y 方向成分を示し, $\widehat{p}$ は圧力 ($\widehat{p} = p + \frac{2}{3}k$), Re はレイノルズ数を示す. ν_t は渦動粘性係数 ($= C_\mu k^2 \varepsilon^{-1}$) である. 上記の式の移流項は保存形にしている. つぎに一般化座標系へ変換するために

$$\xi = \xi(x, y), \quad \eta = \eta(x, y) \quad (2)$$

を用いて上式を変換すれば, 基礎方程式は保存形で表現できて以下となる.

$$q_t + E\xi + F\eta = \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)R\right]\xi + \left[\left(\frac{1}{Re} + \nu_t\right)S\right]\eta \quad (3)$$

個々に, 各ベクトルの成分は,

$$\begin{aligned} q &= J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ u \\ v \end{pmatrix}, \quad E = J^{-1} \begin{pmatrix} U \\ uU + \xi_x \widehat{p} \\ vU + \xi_y \widehat{p} \end{pmatrix}, \quad F = J^{-1} \begin{pmatrix} V \\ uV + \eta_x \widehat{p} \\ vV + \eta_y \widehat{p} \end{pmatrix}, \\ R &= J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ (2\xi_x^2 + \xi_y^2)u\xi + (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u\eta + \xi_y(\xi_x v\xi + \eta_x v\eta) \\ (\xi_x^2 + 2\xi_y^2)v\xi + (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v\eta + \xi_x(\xi_y u\xi + \eta_y u\eta) \end{pmatrix}, \\ S &= J^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ (2\xi_x\eta_x + \xi_y\eta_y)u\xi + (2\eta_x^2 + \eta_y^2)u\eta + \eta_y(\xi_x v\xi + \eta_x v\eta) \\ (\xi_x\eta_x + 2\xi_y\eta_y)v\xi + (\eta_x^2 + 2\eta_y^2)v\eta + \eta_x(\xi_y u\xi + \eta_y u\eta) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

ここで, コントラバリエント (反変) 流速成分 U, V と座標変換のヤコビアン J は, 以下で表わす.

$$U = \xi_x u + \xi_y v, \quad V = \eta_x u + \eta_y v, \quad J = \xi_x \eta_y - \xi_y \eta_x \quad (4)$$

(3) 式の移流項部分にのみ2次元のGQ法を適用し, 差分近似式は

$$(J^{-1}uU)_{i,j} = \{(J^{-1}uU)_{i+\frac{1}{2},j} - (J^{-1}uU)_{i-\frac{1}{2},j}\} / \delta\xi$$

であるから, ここに $(J^{-1} u U)_{i+1/2, j}$ について以下のように,

$$(J^{-1} u U)_{i+1/2, j} = (J^{-1} U)_{i+1/2, j} \left\{ \frac{1}{2} (u_{i+1, j} + u_{i, j}) - \frac{\delta \xi^2}{8} CURV u_{i+1/2, j}^{\xi} + \frac{\delta \eta^2}{24} CURV u_{i+1/2, j}^{\eta} \right\} \quad (5)$$

とする.

上式の CURV 項は $J^{-1} U$ の風向きによって, 以下の

$$CURV u_{i+1/2, j}^{\xi} = \begin{cases} (u_{i+1, j} - 2u_{i, j} + u_{i-1, j}) / \delta \xi^2 & , \text{ if } J^{-1} U_{i+1/2, j} > 0 \\ (u_{i+2, j} - 2u_{i+1, j} + u_{i, j}) / \delta \xi^2 & , \text{ if } J^{-1} U_{i+1/2, j} < 0 \end{cases}$$

$$CURV u_{i+1/2, j}^{\eta} = \begin{cases} (u_{i, j+1} - 2u_{i, j} + u_{i, j-1}) / \delta \eta^2 & , \text{ if } J^{-1} U_{i+1/2, j} > 0 \\ (u_{i+1, j+1} - 2u_{i+1, j} + u_{i+1, j-1}) / \delta \eta^2 & , \text{ if } J^{-1} U_{i+1/2, j} < 0 \end{cases} \quad (6)$$

どちらかを選択する.

なお, Regular Grid 系を本コードでは採用しているため, 差分近似式での流速・圧力場の定義点は全て同一点の格子配置としている.

3. $k \sim \varepsilon$ 輸送方程式の一般化座標表現

乱流エネルギー生産項のうち, ν_t を除いた部分を E_p とすると

$$E_p = 2 \{ (u_x)^2 + (v_y)^2 \} + (v_x + u_y)^2 \quad (7)$$

この時, 上式を組み入れた k と ε の輸送式は以下である:

$$k_t + (k u)_x + (k v)_y = \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) k_x \right]_x + \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) k_y \right]_y + \nu_t E_p - \varepsilon \quad (8)$$

$$\varepsilon_t + (\varepsilon u)_x + (\varepsilon v)_y = \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \varepsilon_x \right]_x + \left[\left(\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \varepsilon_y \right]_y + C_1 \nu_t \frac{\varepsilon}{k} E_p - C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (9)$$

ここに, 渦動粘性係数 ν_t は,

$$\nu_t = C_\mu k^2 \varepsilon^{-1} \quad (10)$$

で表現する. また上記のモデル定数は標準的な $k \sim \varepsilon$ 乱流モデルのそれを採用し,

$$C_\mu = 0.09, C_1 = 1.44, C_2 = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3 \quad (11)$$

を用いる.

さて、上式の(7)(8)(9)式の一般化座標表現は下記のようになる。

すなわち(7)式については：

$$E_p = 2 \left[\{ (J^{-1} \xi_x u)_\xi + (J^{-1} \eta_x u)_\eta \} J \right]^2 + 2 \left[\{ (J^{-1} \xi_y v)_\xi + (J^{-1} \eta_y v)_\eta \} J \right]^2 \\ + \left[\{ (J^{-1} \xi_y u + J^{-1} \xi_x v)_\xi + (J^{-1} \eta_y u + J^{-1} \eta_x v)_\eta \} J \right]^2 \quad (12)$$

また k と ε の輸送式は、

$$(J^{-1} k)_t + (J^{-1} k U)_\xi + (J^{-1} k V)_\eta = \left[J^{-1} \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2) k_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) k_\eta \} \left(\frac{1}{R_e} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \right]_\xi \\ + \left[J^{-1} \{ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) k_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) k_\eta \} \left(\frac{1}{R_e} + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \right]_\eta + J^{-1} \nu_t E_p - J^{-1} \varepsilon \quad (13)$$

$$(J^{-1} \varepsilon)_t + (J^{-1} \varepsilon U)_\xi + (J^{-1} \varepsilon V)_\eta = \left[J^{-1} \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2) \varepsilon_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \varepsilon_\eta \} \left(\frac{1}{R_e} + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \right]_\xi \\ + \left[J^{-1} \{ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) \varepsilon_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) \varepsilon_\eta \} \left(\frac{1}{R_e} + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \right]_\eta + J^{-1} C_1 \nu_t \frac{\varepsilon}{k} E_p - J^{-1} C_2 \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (14)$$

となる。

本コードでは、(13)、(14)の両式の移流項部分に3次上流コントロール・ボリューム・スキームのGQ法を適用した。

4. 時間積分の方法

時間積分については、時間方向2次精度のAdams-Bashforth法を用い、更に安定化のため、時間積分過程をFractional Step法にて2stepに分割しこの2step目にimplicit法にて u^{n+1} と $p^{n+1/2}$ とを求めることとした。

1st step は以下の式である。ここでは粘性項についてその半分を用いてこのstepの安定性を向上させた。

すなわち：

$$(J^{-1} \tilde{u} - J^{-1} u^n) / \delta t = \frac{3}{2} H^n - \frac{1}{2} H^{n-1} + \frac{1}{2} I^n \quad (15)$$

ここに H (移流項) $= -(J^{-1} u U)_\xi - (J^{-1} u V)_\eta$

$$I$$
 (粘性項) $= \left[J^{-1} \{ (2\xi_x^2 + \xi_y^2) u_\xi + (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\eta + \xi_y (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta) \} \left(\frac{1}{R_e} + \nu_t \right) \right]_\xi \\ + \left[J^{-1} \{ (2\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) u_\xi + (2\eta_x^2 + \eta_y^2) u_\eta + \eta_y (\xi_x v_\xi + \eta_x v_\eta) \} \left(\frac{1}{R_e} + \nu_t \right) \right]_\eta$

2nd step は以下の式である。ここでは残りの粘性項の半分と圧力項を計算しこのstepの安定化のためimplicit法を流速場に適用する。：

$$(J^{-1} u^{n+1} - J^{-1} \tilde{u}) / \delta t = - \left[(J^{-1} \xi_x \hat{p})_\xi + (J^{-1} \eta_x \hat{p})_\eta \right]^{n+\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} I^{n+1} \quad (16)$$

圧力場計算は同時にこの step で次のポアソン方程式をとく：

$$\nabla^2 \hat{p}^{n+\frac{1}{2}} = \tilde{D} / \delta t \quad (17)$$

$$\text{ここに} \quad \tilde{D} = J(y_\eta \tilde{u}_\xi - y_\xi \tilde{u}_\eta + x_\xi \tilde{v}_\eta - x_\eta \tilde{v}_\xi)$$

この (16), (17) 式を反復 (各時間ステップ毎に数10回~100回程度) して解き, u^{n+1} と $p^{n+\frac{1}{2}}$ とが収束すればその結果各場での流速発散量 $D^{n+1} = 0$ となる. なお, Regular Grid のため圧力場が時間とともにその相対値は変わらないものの大きくなる等変動するので, 圧力の値のさっぱりさを数十時間ステップに1回ぐらいつつ実行している.

ついで, k と ε の輸送式についても, その時間積分法は当初単純な Explicit 法により計算していたが, 一般化座標では k と ε の値が不安定で負になりやすいため, これも implicit 法の処理により安定化させた.

すなわち, k についてのみここで示すと, 1st step は以下の式である：

$$(J^{-1} \tilde{k} - J^{-1} k^n) / \delta t = \frac{3}{2} H^n - \frac{1}{2} H^{n-1} + \frac{1}{2} I^n + L^n \quad (18)$$

ここに

$$\begin{aligned} H &= - (J^{-1} k U)_\xi - (J^{-1} k V)_\eta, \quad L = J^{-1} \nu_t E_p - J^{-1} \varepsilon, \\ I &= [J^{-1} \{ (\xi_x^2 + \xi_y^2) k_\xi + (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) k_\eta \} (\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k})]_\xi \\ &\quad + [J^{-1} \{ (\xi_x \eta_x + \xi_y \eta_y) k_\xi + (\eta_x^2 + \eta_y^2) k_\eta \} (\frac{1}{Re} + \frac{\nu_t}{\sigma_k})]_\eta \end{aligned}$$

2nd step は以下：

$$(J^{-1} k^{n+1} - J^{-1} \tilde{k}) / \delta t = \frac{1}{2} I^{n+1} \quad (19)$$

で各時間ステップ毎に5回程度反復を繰り返した. ε の輸送式についても同様である.

5. 境界条件について

標準の $k \sim \varepsilon$ 高レイノルズ数モデルを採用したので, 壁関数によって壁面の境界条件を与えている. さて壁面近傍には粘性底層 ($y^+ < 5$) および遷移層 ($5 < y^+ < 30$) と呼ばれる分子粘性の卓越した領域が存在する. ここで $y^+ = u_\tau y / \nu$, $u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho}$: 摩擦速度であるので Re 数が大きい高レイノルズ数流れでは y^+ は実際の壁よりの距離 y よりも大きくなってしまふ. それで, 分子粘性の効果を無視して $y^+ > 30$ の慣性底層のみ考えればよいことになる. この慣性底層は流速分布が片対数で表現されるので対数領域と呼ばれており, 流速は以下の

$$\begin{aligned} u &= u_\tau (\frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C) \\ &= \frac{u_\tau}{\kappa} \ln (E_c y^+), \quad \text{ここに } \kappa = 0.4187, E_c = 9.793 \end{aligned} \quad (20)$$

で表される.

従って u_τ を求めるには (20) 式より,

$$u_\tau = \kappa u / l_n (E_c y^+) \quad (21)$$

$$y^+ \text{ は } y^+ = u_\tau y / \nu \text{ かつ } \tau_w = \tau_I = \rho C_\mu^{1/2} k \text{ より}$$

$$y^+ = y \sqrt{\tau_w / \rho} / \nu \simeq y C_\mu^{1/4} k^{1/2} / \nu$$

で計算する. ただし今回の計算は壁面近傍の剪断応力 $\tau_w = \mu \partial u / \partial y$ から $\tau_w = \mu u / y$ として

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} = \sqrt{\nu u / y} \quad (22)$$

のより単純なものを用いた.

この u_τ を用いて壁近傍の k の値は $\tau_w = \tau_I = \rho C_\mu^{1/2} k$ より

$$\left. \begin{aligned} k &= \frac{\tau_w}{\rho} \cdot \frac{1}{C_\mu^{1/2}} = u_\tau^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{0.09}} = u_\tau^2 / 0.3 \\ \text{一方 } \varepsilon \text{ の値も} \\ \varepsilon &= u_\tau^3 / \kappa y \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

にて求められる.

その他の壁面境界条件は,

上壁面: $u_{in} = 1$ の単位流速で与え $\partial u / \partial y = 0$ の free-slip 条件とした.

乱流量については $k_{in} = 0.005$, $\varepsilon_{in} = 0.01125$, $\nu_{lin} = 0.0002$ として

$$\partial k / \partial y = 0, \partial \varepsilon / \partial y = 0, \partial \nu_t / \partial y = 0 \text{ とした.}$$

底壁面と左右壁面: 例えば右壁については乱流量は

$$\partial k / \partial x = 0, \partial \varepsilon / \partial x = 0, \partial \nu_t / \partial x = 0 \text{ とした.}$$

壁面上は流速値は 0 を与え, 圧力は内点より 1 次の外挿をしている. また内点では SOR 法によりポアソン方程式を解いた.

6. 計算例

計算格子網は不等間隔の 50×50 の Grid として, 最小 $\delta x = \delta y = 0.002$ とした. また, 場のレイノルズ数は $Re = 10^5$ とした. CAVITY の各辺の長さは単位長とした. 計算は無次元の時間間隔 $\delta t = 0.001$ より時間ステップ 40000 回非定常解を進展させて $T = 40$ の諸値をデータとして取りグラフ化した.

なお, CPU 時間は名古屋大学プラズマ研究所 (現在の核融合科学研究所) 計算機センターの FACOM VP-200 E を用いて約 46 分であった. 図 1 から図 3 までは $T = 40$ における流れ場の速度ベクトルの分布を示している. $Re = 10^5$ では QUICK 法による乱流の直接シミュレーションでは, 壁面から絶えず 2 次渦や 3 次渦が

発生しそれらが下流方向へ輸送されるため安定せず, 定常解は求められない. これに反して, この $k \sim \epsilon$ 乱流モデルでは平均流が計算されるため解は安定で図のようにほぼ定常状態の CAVITY 流れが計算される.

図4は圧力の等コンタ線による分布状態である. 右上隅の部分に流れが衝突するため高压になっているのが判明する.

図5~7はそれぞれ乱流エネルギー k , エネルギー散逸率 ϵ , 渦動粘性係数 ν_t の分布状態を示しており, 上壁および各壁面から発生した乱流諸量が輸送されていく様子が見事に捉えられた.

ここで示した手法は, 任意形状が扱えるため適用範囲が広く, 3次元場への拡張は容易であるので今後各種の非圧縮性流れへの計算に役立つものと思われる.

(謝 辞)

本コードの開発にあたり, 名古屋大学航空学科の中村佳朗助教授ならびに大学院生・河合晃宏氏(現 三菱重工業)には有益なる御討議を頂き感謝申し上げます.

図1. $T = 40$ における流れ場の速度ベクトルの分布

図2. 鉛直中心軸上の流速分布

図3. 水平中心軸上の流速分布

PRESSURE PROFILE

図4. 圧力分布

図5. 乱流エネルギー K の分布

TURB E-VALUES, ϵ

図6. エネルギー散逸率 ϵ の分布

TURB NU (NUT) - VALUES

図7. 渦動粘性係数 ν_t の分布

参 考 文 献

 $k \sim \varepsilon$ モデル:

- 1) 武本行正, 小松輝久, 吉井英文, 奥村博司, 福岡 順, 藤井 宏, 前野賀彦: ライブラリ・プログラムの紹介 (48)-MAC4: MAC3DTB (MAC法による3次元流の2方程式乱流モデルを用いた乱流の数値解法プログラム-京都大学大型計算機センター広報16-2 (1983年4月) 88.
- 2) 武本行正, 小松輝久: ライブラリ・プログラムの紹介 (52)-TEACHTB (2方程式 $k \sim \varepsilon$ モデルを用いた2次元等温・非等温場での乱流解析用コード)-京都大学大型計算機センター広報17-1 (1984年2月) 29.
- 3) 武本行正, 阿部芳彦, 西村益夫: 2方程式乱流モデルによる噴流の数値シミュレーション土木学会第27回水理講演会論文集 (1983年2月) 603.
- 4) 武本行正, 阿部芳彦: 自由表面をもつ3次元鉛直噴流の数値解析法, 農業土木学会論文集106 (1983年8月) 87.
- 5) 武本行正, 阿部芳彦, 中村佳朗: High-Re 数 Cavity Flow の乱流シミュレーション, 第5回流れの有限要素法解析シンポジウム, 日科技連, (1984年8月) 233.
- 6) Y. Takemoto: *Numerical Simulation of High Reynolds Number Flows Using The Two-Equation Turbulence Model*, Proc. 4th Intl. Conf. on Applied Numerical Modeling, Dec. 27-29, 1984, Tainan, Taiwan ROC (1984) 735.
- 7) 村上周三, 加藤信介, 近藤靖史: 代数応力モデルによる室内等温・非等温流れ場の解析第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 文部省重点領域研究「数値流体力学」実施グループ (1988年12月) 389.

CG 法:

- 8) 武本行正, 山辺春雄, 中村佳朗: ライブラリ・プログラムの紹介 (56) - QMAC2D (3次精度風上差分スキームを用いた2次元非圧縮粘性流解析用コード)-京都大学大型計算機センター広報17-6 (1984年12月) 375.
- 9) 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄: ライブラリ・プログラムの紹介 (72)-GGQ2DCY (一般曲線座標系 QUICK 法による2次元非圧縮粘性流解析コード)-京都大学大型計算機センター広報19-4 (1986年8月) 319.
- 10) 武本行正, 中村佳朗, 山辺春雄: ライブラリ・プログラムの紹介 (77) - GGQ3D (一般化座標系 QUICK 法を用いた3次元非圧縮粘性流解析コード)-京都大学大型計算機センター広報21-2 (1988年4月) 67.
- 11) 武本行正: 3次元非圧縮粘性流解析コード, 京都大学大型計算機センター第2回ベクトル計算機応用シンポジウム論文集, (1986年3月) 98.
- 12) Y. Nakamura and Y. Takemoto: *Solutions of Incompressible Flows Using a Generalized QUICK Method*, Proc. Intl. Symp. 9- Computational Fluid Dynamics-Tokyo, ed. by K. Oshima, Sept. 9-12, 1985 (1986) 285.
- 13) Y. Takemoto, Y. Nakamura, H. Yamabe, Y. Abe and I. Minami: *A Curvilinear Coordinate Method for the Solutions of Incompressible Navier-Stokes Eqs. Using the Third-Order Upwind Differencing Scheme*, Trans. JSIDRE 121. (1986) 57.
- 14) Y. Takemoto and Y. Nakamura: *A Three-Dimensional Incompressible Flow Solver*, Lecture Notes in Physics, 264, Springer-Verlag (1986) 594.
- 15) Y. Takemoto and Y. Nakamura: *Solutions of Circular-Sectioned Pipe Flows Using a Three-Dimensional Generalized QUICK Scheme*, Computational Fluid Dynamics, ed. by G. D. Vahl Davis and C. Fletcher, North-Holland (1988) 703.
- 16) 賈為, 中村佳朗, 保原 充: 2次元翼まわりの非圧縮性流れの数値シミュレーション, 第18回流体力学講演会講演集 (1986年10月) 206.
- 17) 賈為, 中村佳朗, 保原 充: 領域分割法による2次元非圧縮性流れの数値解析, 第2回数値流体力学シンポジウム講演論文集, 文部省重点領域研究「数値流体力学」実施グループ (1988年12月) 607.
- 18) Y. Nakamura, M. Yasuhara, K. Kuwabara and W. Jia: *Incompressible Flow through Multiple Passages*, Proc. 1st National Fluid Dynamics Congress, Part 3, Cincinnati, Ohio (1988) 1693.
- 19) 村上周三, 加藤信介, 石田義洋, 持田 灯: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション その1, 生産研究39-5 (1987年5月) 187.
- 20) 村上周三, 加藤信介, 持田 灯: 一般曲線座標系による室内気流数値シミュレーション (その1) (その2) (その3) (その4) (その5), 建築学会関東支部研究報告集 (1987年7月).