電 流 駆 動 の 理 論

田 口 政 義

(東京大学工学部)

(1989 年 8 月 8 日受理)

2. Theory of Non-inductive Current Drive

2-3 Neoclassical Effects on Current Drive

Masayoshi Taguchi

(Received August 8, 1989)

Abstract

In this section, the neoclassical effects on the non-inductive current drive are described. In 2-3-1, an adjoint method for calculating non-inductively induced current in an inhomogeneous magnetic field is introduced. The neoclassical effects on the current drive by NBI and ECRH are presented in 2-3-2.

Keywords :

neoclassical transport theory, trapped electron, adjoint method, NBI current drive, ECRH current drive,

2-3 電流駆動における新古典論効果

このセクションでは、NBI や rf 入射などによる電流駆動への新古典論効果について概説する。まず最初に、Adjoint 法による電流駆動効率の計算方法を紹介する。次に、この方法で計算された結果などを用い、捕捉電子が大きな役割を演ずると考えられる、NBI と電子サイクロトロン共鳴加熱(ECRH) による電流駆動への新古典論効果について説明する。

2-3-1 Adjoint 法

簡単のため、平衡磁場 $\mathbf{B}$ が軸対称磁場の場合について説明するが、以下に述べる考え方は非軸対称磁場の場合にも使える。NBI や rf 入射などによる分布関数の Maxwell 分布 f_{a0} (a は粒子の種類) からの摂動 f_{a1} が小さいと仮定すると、 f_{a1} は Fokker-Planck 方程式

$$v_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla f_{a1} - \sum_b C_{ab}(f_{a1}, f_{b1}) = S_a \quad (1)$$

を解くことにより求められる。ここで、 $\mathbf{b} = \mathbf{B}/|\mathbf{B}|$ 、 $v_{\parallel} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{v}$ 、 C_{ab} は線形 Fokker-Planck 衝突項¹⁾ S_a はプラズマ粒子と rf や高速イオンなどとの相互作用を表わす項である。また、 $v_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla f_{a1}$ は、磁場の大きさが磁力線に沿って不均一であることからでてくる項であり、空間微分は磁気モーメントとエネルギーを一定に行なう。ソース項 S_a により駆動される磁力線方向の電流密度 J は、分布関数 f_{a1} を求めることができれば計算できる。しかし、(1)式を解いて f_{a1} を求めるのは、それほど容易なことではない。これは、Fokker-Planck 衝突項が複雑なものであり、またソース項 S_a も一般には複雑な形をしていることから想像できると思う。これにトロイダル効果の項が加わるによりさらに困難さが増す。そこで少し見方を変えて、“我々がまず求めたいものは、分布関数自身ではなく電流である。 f_{a1} を計算せずに電流を求めることはできないだろうか？”と問題意識を変えてみる。これは可能である。電流密度 J は、(1)式の代わりに方程式

$$\begin{aligned} v_{\parallel} \mathbf{b} \cdot \nabla \tilde{f}_a + \sum_b C_{ab}(\tilde{f}_a, \tilde{f}_b) \\ = -\frac{e_a}{T_a} v_{\parallel} B f_{a0} \end{aligned} \quad (2)$$

の解 $\tilde{f}_a$ を使って

$$J = \sum_a e_a \int d v v_{\parallel} f_{a1} = \frac{B}{\langle B^2 \rangle} \sum_a \langle T_a \int d v \frac{\tilde{f}_a}{f_{a0}} S_a \rangle \quad (3)$$

と表わせ、 $\tilde{f}_a$ を求めることができれば電流密度を計算できる²⁻⁴⁾。ここで、 e_a 、 T_a はそれぞれ a の粒子の電荷及び温度、 $\langle \rangle$ は磁気面平均を表わす。(2)式は、数学的には(1)式の Adjoint 方程式と呼ばれるものである。この Adjoint 方程式を用いる方法の利点としては、

(i) Adjoint 方程式(2)は元の方程式(1)に比べて右

辺の項が簡単であるため、 $\tilde{f}_a$ を計算するのは f_{a1} より簡単にできる。さらに、(2)式は新古典輸送理論で良く知られた方程式であり研究の蓄積がある。

(ii) $\tilde{f}_a$ は Green 関数と見ることもでき、一度この関数を計算しておけば、色々なソース項 S_a により駆動される電流が、速度空間の積分と磁気面平均をするだけで計算できる。

などが考えられる。

次に、Adjoint 方程式の解について説明する。この方程式は確かに元の方程式に比べて簡単ではあるが、この方程式でさえ、なんらかの近似を用いなければ、解析的にはもちろん数値的にも解くのは容易でない。以下では、主に大型核融合装置への応用上重要である、衝突周波数の十分に小さなバナナ領域に話を限って説明する。この領域での(2)の方程式の解の性質は、新古典論輸送の発見以来多くの研究がある^{5,6)}。また最近では、Adjoint 法を用いた電流駆動の計算への応用が目的での研究も数多くある^{2,3,7-13)}。ここでは、任意の大きさのアスペクト比をもつ軸対称磁場中で使える解を紹介する¹³⁾。これを求めるためには、まず分布関数を Legendre 関数 $P_l(q)$ ($q = v_{\parallel}/v$) で $\tilde{f}_a = \sum_l f_a^l P_l(q)$ と展開したとき、Legendre 関数が Fokker-Planck 衝突項の固有関数になる、つまり $C_{ab}(\tilde{f}_a, \tilde{f}_b) = \sum_l P_l(q) C_{ab}^l(f_a^l, f_b^l)$ と書ける点に着目する。次に、衝突演算子 C_{ab}^l において、 l が大きくなるとピッチ角散乱項が支配的になるという性質を使い $3 \leq l$ においては、 C_{ab}^l をピッチ角散乱項で近似する。Fokker-Planck 衝突項に対してこれだけの近似を用いると、分布関数 $\tilde{f}_a$ は

$$\tilde{f}_a = \begin{cases} \frac{\langle B^2 \rangle}{2f_c} \sigma \int \frac{d\lambda}{\sqrt{1-\lambda B}} K_a(v) & \lambda < \lambda_c, \\ 0 & \lambda > \lambda_c, \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{(非捕捉領域)} \\ \text{(捕捉領域)} \end{matrix}$$

と求まる。ここで、 $\sigma = v_{||} / |v_{||}|$, $\lambda = (1 - q^2) / B$, $\lambda_c = 1 / B_{\max}$ であり、 f_c は

$$f_c = \frac{3}{4} \langle B^2 \rangle \int_0^{\lambda_c} \frac{d\lambda \lambda}{\sqrt{1-\lambda B}}$$

で与えられ、物理的には平均的な非捕捉粒子の割合を表わす。この f_c は、平衡磁場 $B = B_0 / (1 + r \cos \theta / R)$ (θ はポロイダル角、 R は大半径) において、逆アスペクト比 $\varepsilon = r / R$ が十分に小さい時には $f_c \cong 1 - 1.46\sqrt{\varepsilon}$ と近似できる。また、 K_a は微積分方程式

$$f_t \nu_a(v) K_a - f_c \sum_b C_{ab}^1(K_a, K_b) = f_c \frac{e_a}{T_a} v f_{a0} \quad (4)$$

の解である。ここで、 $f_t = 1 - f_c$, $\nu_a(v) = \sum_b \nu_{ab}(v)$, $\nu_{ab}(v) = \nu_{ab} [\operatorname{erf}(v/v_b) - G(v/v_b)] / (v/v_a)^2$, $G(x) = [\operatorname{erf}(x) - (2/\sqrt{\pi}) x \exp(-x^2)] / 2x^2$, $\nu_{ab} = 4\pi n e_a^2 e_b^2 \ln \Lambda / m_a^2 v_a^3$, $v_a = \sqrt{2T_a/m_a}$ である。この微積分方程式を解くことは、一様磁場中の電気伝導率を求める Spitzer 問題を解くことと本質的に変わらず、簡単にできる。

最後に、rf による電流駆動の効率の計算に Adjoint 法を応用してみる。rf と電子との相互作用が準線形拡散項 $S_e = \partial/\partial v \cdot D \cdot \partial f_{e0}/\partial v$ で記述できると仮定すると、電流密度 J とパワー密度 P_d との比は、(3)式を用いて

$$\frac{J}{P_d} = \frac{B}{\langle B^2 \rangle} \frac{\left\langle \int dv \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{\tilde{f}_e}{f_{e0}} \right) \cdot D \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial v} \right\rangle}{\int dv \frac{\partial}{\partial v} \left(\frac{v^2}{v_e^2} \right) \cdot D \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial v}}$$

と書くことができる。特に、波が高エネルギーの電子に吸収されて電流が駆動される場合には、関数 K_e として高エネルギー領域での近似解 $K_e \cong -(en_e v_e / n_e m_e v_e^2 \nu_{ee}) 2f_c / (1 + \bar{Z} + 4f_c) (v/v_e)^4 f_{e0}$ ($\bar{Z}$ は有効電荷数) を用いることができる

この時、一様磁場の場合にはさらに

$$\begin{aligned} \frac{J}{P_d} & \left(\frac{n_e e v_e}{n_e m_e v_e^2 \nu_{ee}} \right) = -\frac{2}{\bar{Z} + 5} \frac{1}{v_e^2} \\ & \frac{\int dv \frac{\partial}{\partial v} (v^3 v_{||}) \cdot D \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial v}}{\int dv \frac{\partial}{\partial v} (v^2) \cdot D \cdot \frac{\partial f_{e0}}{\partial v}} \\ & \cong -\frac{2}{\bar{Z} + 5} \frac{1}{v_e^2} \frac{s \cdot \partial/\partial v (v^3 v_{||})}{s \cdot \partial/\partial v (v^2)} \end{aligned}$$

と近似でき、Fisch と Boozer¹⁴⁾ により求められた電流駆動効率の公式が得られる。但し、上の最後の式で、 s は電子が波からもらう運動量の方向を表わし、 v は共鳴電子の速度を表わす。また、 J/P_d を使えば、電流駆動効率 I/P (全電流 / 入射パワー) は

$$\frac{I}{P} \cong 0.122 \frac{T_e [\text{keV}]}{n_e [10^{20} \text{ m}^{-3}] R [\text{m}] \ln \Lambda} \frac{J}{P_d} [\text{A/W}]$$

と評価できる。

2-3-2 新古典論効果

(a) NBI による電流駆動

NBI により駆動される電流は、主に、高速イオン自身の運ぶ電流 J_f と高速イオンとの衝突で運動量を得た電子の運ぶ電流 J_e からなるが、これらの電流の方向は互いに逆向きであり、電子電流はイオン電流を打ち消すような働きをする¹⁵⁾。捕捉電子が存在すると、(i) 電流を運ぶ非捕捉電子の数が減る、(ii) 非捕捉電子からみれば、捕捉電子は一種の散乱体のように見えるため、非捕捉電子に対する実効的な衝突周波数が増える、などの効果で電子電流が小

さくなる¹⁶⁾。このため、捕捉電子はNBIによる電流駆動にとって有利な働きをする。

電子電流は2-3-1で述べたAdjoint法を用いて簡単に計算できる^{2,3)}。ソース項として電子と高速イオンとのFokker-Planck衝突項を考え、(3)を用いれば、任意の空間分布、速度分布を持つ高速イオンにより駆動される電子電流を求めることができる。特にこの計算は、大型装置への応用上重要になる、入射ビームの速度 v_f が電子の熱速度 v_e に比べて十分に小さい場合には簡単になる。この時、 $v_f/v_e (\ll 1)$ による展開を行なうと、電子電流は高速イオンの分布関数の詳細に依らなくなり、NBIにより駆動される電流は

$$J = J_f + J_e = J_f \left(1 - \frac{Z_f}{Z} F \right),$$

$$F = 1 + \frac{T_e}{e v_e} \frac{f_t}{f_c} \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dx x^4 \nu_e(x v_e) \hat{K}_e(x v_e) e^{-x^2} \quad (5)$$

となる。ここで、 $\hat{K}_e(v) = K_e(v)/f_{e0}$ 、 Z_f はビームイオンの電荷数である。一様磁場中では $F=1$ となり、(5)はいわゆるOhkawa電流を表わす¹⁷⁾。また、 K_e は微積分方程式(4)の解があるが、 $\hat{K}_e \cong (v/v_e) [a_0 + (5/2 - (v/v_e)^2) a_1]$ として近似解を求め、これを使って F を計算しても十分に精度のよい結果を得ることができる。ここまでバナナ領域に話を限って進めてきたが、(5)の結果は $\nu_e(v) \rightarrow \nu_e(v)/(1 + \nu_e^* \nu_e(v))$ ($\nu_e^* = (16/3\pi)(f_t/f_c)/(\omega_T \epsilon^2)$ 、 $\omega_T = v_e/q_S R$ 、 q_S は安全係数)の置き換えをすることにより、バナナプラトー領域でも使うことができる。この時の F は

$$F = 1 - [a(c + 0.707 + 1.625\bar{Z}) - b(b + \frac{3}{4}\bar{Z})]/D,$$

$$D = (a + \frac{1}{2}\bar{Z})(c + 0.707 + 1.625\bar{Z}) - (b + \frac{3}{4}\bar{Z})^2,$$

$$\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \frac{f_t}{f_c} \frac{1}{\nu_{ee}} \int_0^\infty dx e^{-x^2} x^4 \frac{\nu_e(x v_e)}{1 + \nu_e^* \nu_e(x v_e)}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 5/2 - x^2 \\ (5/2 - x^2)^2 \end{pmatrix}$$

となる⁶⁾。この表式で、 $\nu_e^* \nu_e(v) \ll 1$ がバナナ領域、 $\nu_e^* \nu_e(v) \gg 1$ がプラトー領域での F を与える。ただし、この式は、バナナ領域では任意の大きさのアスペクト比で使えるが、プラトー領域では逆アスペクト比が十分に小さいと仮定して求められている(そもそも逆アスペクト比が小さい時でないプラトー領域は存在しない)。図1に、バナナ領域における F の値を逆アスペクト比 ϵ の関数として示す。

図1. F の逆アスペクト比 ϵ への依存性

(b) ECRHによる電流駆動

ECRHにより、共鳴電子は磁場にはほぼ垂直方向に加熱される。この時、この共鳴電子に対する衝突周波数は低下し、抵抗が減少する。このため、rfが磁力線に沿って一方向に動く電子と主に共鳴し吸収されるような時には、電子の分布関数は磁力線方向に対して非対称な分布となり、電流が生じる。このいわゆるFisch-Boozer機構¹⁴⁾による電流駆動の効率、不均一磁場中では捕捉電子の存在により低下する。これはNBIの場合と同じように、電流を

運ぶ非捕捉電子の数の減少と実効的な抵抗の増大などによって起こると考えられる。^{7,18,19)}しかし、捕捉電子は必ずしも電流駆動効率を低下させるだけではなく、この捕捉電子を積極的に利用した電流駆動機構を考えることもできる。これは、rf を使い共鳴電子を速度空間の非捕捉領域から捕捉領域に移すことにより、磁力線方向に対して非対称な非捕捉電子の速度分布をつくり電流を駆動するというものである (trap-detrap 機構)²⁰⁾。

不均一磁場中では、このFisch-Boozer 機構と trap-detrap 機構により電流が駆動されと考えられるが、残念ながら、この2つの機構により駆動される電流の方向は互いに逆向きであり、お互いに打ち消し合ってしまう^{13,21,22)}。一様磁場中の電流駆動効率 J/P_d は、熱速度で規格化した共鳴電子の磁力線方向の速度 $u_0 = (\omega - l\omega_c)/k_{\parallel}v_e$ (ω_c は電子サイクロトロン周波数) が大きくなるに従って増大する (図2)¹⁸⁾。不均一磁場中では、この電流駆動効率は図3のようになる。この図は、一様磁場中の値で規格化した電流駆動効率 $(J/P_d)/(J/P_d)_{\epsilon=0}$ を逆アスペクト比 ϵ の関数として表わしたものである。また、 θ_0 は波の吸収点におけるポロイダル角を表す。逆アスペクト比 ϵ が小さい時には、電流は主にFisch-Boozer 機構により駆動されるが、この時の効率は一様磁場中の場合に比べて低下する。しかし、 ϵ がある程度大きくなると、trap-detrap 機構により駆動される電流がFisch-Boozer 機構によるものを上回り、駆動される電流の向きは一様磁場中の場合と逆向きになり、効率はまた大きくなる。この trap-detrap 機構の効率は u_0, θ_0 に対して最適な ϵ があり、それを越えると低下する。

図2. 一様磁場中での電流駆動効率 J/P_d の u_0 への依存性

図3. $|u_0| = 1.0$ の時の効率 $(J/P_d)/(J/P_d)_{\epsilon=0}$ の逆アスペクト比 ϵ への依存性。 θ_0 は波の吸収点でのポロイダル角を表す。

ECRH電流駆動では、捕捉電子の影響とともに共鳴条件への相対論的效果が重要である^{23,24)}。通常の核融合プラズマにおいては、熱電子の $\gamma = (1 - (v/c)^2)^{-1/2}$ は1に十分近く、相対論的效果は無視できるように思える。しかし、この場合にも共鳴条

件への相対論的效果は重要になる。相対論的共鳴条件 $\omega - l\omega_c/\gamma - k_{\parallel}v_{\parallel} = 0$ は、 $1/\gamma \cong 1 - (1/2)(v/c)^2$ の近似を用いると、 $(v_{\parallel}/v_e - 1/2S)^2 + (v_{\perp}/v_e)^2 = (1 - 4Su_0)/(2S)^2$ と書ける。ここで、 $S = (l\omega_c/\omega)(v_e/c)/2N_{\parallel}$ ($N_{\parallel} = k_{\parallel}c/\omega$) は相対論的效果の大きさを表わすパラメータである。 $S=0$ が非相対論的な極限に対応し、 S が大きくなるとともに相対論的效果が効いてくる (図4)。この共鳴条件への相対論的效果により、次のようなことが起こる。

図4. $S = 0, 0.06, 0.12$ の時の共鳴曲線¹³⁾。
点線は捕捉領域と非捕捉領域の境界を示す。

(i) 非相対論的な場合には、電流密度 J は u_0 に関して反対称 ($J(u_0) = -J(-u_0)$) であるが、相対論的效果を考えると反対称ではなくなる。このため、吸収が弱い場合にも、共鳴面の両側での打ち消し合いが小さくなる。

(ii) $4Su_0 > 1$ の場合には、共鳴電子が存在しない。

(iii) $Su_0 > 0$ の時には、すべての共鳴電子の磁力線方向の速度は同符号である。一方、 $Su_0 < 0$ の時には、正負の符号を持つ共鳴電子が存在する。このため、これらの符号の異なる速度を持つ共鳴電子は互いに逆向きの電流を駆動してしまい、電流駆動効率は悪くなる。

一様磁場中の効率 J/P_d を S の関数として表わしたものを図5に示す。この図から分かるように、 $u_0 > 0$ の時の効率は非相対論的な場合に比べて大きくなる。これは共鳴条件への相対論的效果により、より大きな磁力線方向の速度をもつ電子が共鳴することになるため、効率が向上すると考えられる。一方、 $u_0 < 0$ の時には、(iii) で述べた打ち消し合いにより、 S が増大すると効率は低下する。しかし、ある程度 S が大きくなると効率はまた増大し、 $u_0 > 0$ の場合と同方向の電流が駆動されるようになる。

捕捉電子と相対論的效果の両方を考えると、効率は ϵ, θ_0, u_0 の値により大きく変化する。一般に、 $u_0 < 0$ の時には、図4から分かるように共鳴曲線が捕捉領域を通るようになるため、一様磁場の場合に比べて効率は低下する。しかし、 $u_0 > 0$ の場合には、共鳴曲線と、捕捉領域と非捕捉領域の境界との位置関係で、うまくパラメータを選ぶと trap-detrap 機構による電流駆動効率を向上させることができる。

図6に $S = 0.12$ の時の効率 $(J/P_d)/(J/P_d)_{\epsilon=0}$

を示す。この図で実線は $u_0 = 1.0$ ，点線は $u_0 = -1.0$ の場合に対応する。

図5. 一様磁場中の電流駆動効率 J/P_d の S への依存性¹³⁾

図6. $S = 0.12$ の時の効率 $(J/P_d)/(J/P_d)_{\epsilon=0}$ の逆アスペクト比 ϵ への依存性。¹³⁾ 実線は $u_0 = 1.0$ ，点線は $u_0 = -1.0$ に対応する。

参 考 文 献

- 1) S. P. Hirshman, D. J. Sigmar and J. F. Clarke : Phys. Fluids **19** (1976) 656.
- 2) S. P. Hirshman : Phys. Fluids **23** (1980) 1238.
- 3) M. Taguchi : J. Phys. Soc. Jpn. : **51** (1982) 1975.
- 4) T. M. Antonsen and K. R. Chu : Phys. Fluids **25** (1981) 1295.
- 5) F. L. Hinton and R. D. Hazeltine : Rev. Mod. Phys. **48** (1976) 240.
- 6) S. P. Hirshman and D. J. Sigmar : Nucl. Fusion **21** (1981) 1079.
- 7) M. Taguchi : J. Phys. Soc. Jpn. : **52** (1983) 2035.
- 8) T. M. Antonsen and B. Hui : IEEE Trans. Plasma Sci. **PS-12** (1984) 118.
- 9) C. F. F. Karney and N. J. Fisch : Phys. Fluids **28** (1985) 116.
- 10) C. F. F. Karney and N. J. Fisch : Phys. Fluids **29** (1986) 180.
- 11) R. H. Cohen : Phys. Fluids **30** (1987) 2442.
- 12) N. J. Fisch : Rev. Mod. Phys. **59** (1987) 175.
- 13) M. Taguchi : Plasma Phys. Contr. Fusion **31** (1989) 241.
- 14) N. J. Fisch and A. H. Boozer : Phys. Rev. Lett. **45** (1980) 720.
- 15) J. G. Cordey, E. M. Jones, D. F. H. Start, A. R. Curtis and I. P. Jones : Nucl. Fusion **9** (1979) 249.
- 16) D. F. H. Start, J. G. Cordey and E. M. Jones : Plasma Phys. **22** (1980) 303.
- 17) T. Ohkawa : Nucl. Fusion **10** (1970) 185.
- 18) J. G. Cordey, T. Edlington and D. F. H. Start : Plasma Phys. **24** (1982) 73.
- 19) A. Ferreira, M. R. O'Brien and D. F. H. Start : Plasma Phys. Contr. Fusion **26** (1984) 1565.
- 20) T. Ohkawa : General Atomic Company Report GA-A 13847 (1976).
- 21) V. S. Chan, S. C. Chiu, J. Y. Hsu and S. K. Wong : Nucl. Fusion **22** (1982) 787.
- 22) D. F. H. Start, J. G. Cordey and T. Edlington : Plasma Phys. **25** (1983) 447.
- 23) R. A. Cairns, J. Owen and C. N. Lashmore-Davies : Phys. Fluids **26** (1983) 3475.
- 24) D. F. H. Start, M. R. O'Brien and P. M. V. Grace : Plasma Phys. **25** (1983) 1431.