ヘリオトロン/トルサトロンにおける MHD 不安定性^{*)}

若谷誠宏, 中村祐司, 市口勝治

(京都大学ヘリオトロン核融合研究センター)

(1990年2月26日受理)

MHD Instabilities in Heliotron/Torsatron

Masahiro Wakatani, Yuji Nakamura and Katsuji Ichiguchi

(Received February 26, 1990)

Abstract

Recent theoretical results of MHD instabilities in Heliotron/Torsatron are reviewed. By comparing the results with experimental data in Heliotron E, Heliotron DR and ATF, it is pointed out that resistive interchange modes are the most crucial instabilities, since the magnetic hill occupies a substantial region of plasma column.

Development of three-dimensional MHD equilibrium codes has made a significant progress. By using the local stability criterions shown by D_I (ideal MHD mode) and D_R (resistive MHD mode) for the equilibria given by the three-dimensional codes such as BETA and VMEC, stability thresholds for the low n ideal modes or the low n resistive modes are estimated, where n is a toroidal mode number.

Keywords :

heliotron, torsatron, MHD instability, Heliotron E, Heliotron DR, ATF,

1. 序 論

ヘリカル系プラズマの研究はトカマク¹⁾や逆磁場ピンチ²⁾と同様にトロイダルプラズマを閉じ込めて、炉心プラズマの実現を目指している。その最大の特徴は磁場配位の選択に対する自由度にあると言える。しかしながら、単に磁力線追跡により磁気面が存在すればよいわけではなく、MHD平衡とMHD安定性から要求される基準を越える質の良い磁気面である必要がある。さらには、粒子やエネルギーの閉込めが良い装置を実現するためには、高エネルギー粒子の閉じ込めと新古典輸送から要求される条件も満足するような磁気面を形成しなければならない。その結果、多様な三次元磁場配位の中から、1986年度のStellarator/Heliotron

^{*)} 「核融合プラズマ閉じ込め改善点に関する調査研究」シリーズ, 第1回掲載分

Plasma Physics Laboratory, Kyoto University, Uji 611.

の progress report³⁾ に見られるように、4つのグループに分類された。第一は、大きな回転変換と強いシアーに頼ってプラズマを安定に閉じ込めようとする方式であり、ヘリオトロンE装置⁴⁾に代表されるグループである。第二のグループは、適当な大きさのシアーと磁気井戸により、第一のグループより高いベータ値で低アスペクト比のプラズマを安定に閉じ込めようとするものであり、ATF⁵⁾やCHS⁶⁾装置がその例である。第三のグループは、磁気井戸による安定化と Pfirsch-Schluter 電流の最小化による新古典輸送の軽減を目指すものであり、W-VII-AS⁷⁾装置に代表される。最後のグループは、大きな回転変換と深い磁気井戸を組み合わせで安定に高ベータプラズマを閉じ込めようとするものであり、プリンストン大学において考案された Heliac⁸⁾と呼ばれる装置がある。以上の4グループはそれぞれプラズマ半径が(20~30)cmの規模の実験装置を持つことができている。しかし、第三と第四のグループの本格的な実験はこれからであり、その評価は数年待たなければならないのが現状である。

一方では、ヘリカル系トーラスの次期計画としてプラズマ半径が(50~60)cmの規模の装置を実現するための物理設計や装置の検討が進んでいる。1989年春にオークリッジで開催された第7回国際ステラレータワークショップにおける報告から見ると、現在は4グループが2グループに整理されつつある段階にある。第一と第二のグループは、ヘリオトロン／トルサトロン磁場配位として最適化が進行中であり、日本の大型ヘリカル装置計画として具体化されることが決まっている。第三と第四のグループは、トーラス配位でありながら、ヘリカル対称にできるだけ近づけるように工夫された準ヘリカル対称ステラレーターのアイデアが導入され、Helias⁹⁾と呼ばれる磁場配位としてまとめられつつある。アスペクト比が10以上の大型装置になる点を除くと、理論的にはMHD平衡と安定性および高エネルギー粒子閉じ込めと新古典輸送からの炉心プラズマに対する要請は満足できる可能性がある。

本解説は、以上のヘリカル系トーラスの中から、ヘリオトロン／トルサトロンと呼ばれる磁場配位を中心に、特にMHD不安定性とベータ限界値について最近の成果と研究の進展の状況をまとめたものである。

Heliasについては、ヘリカル系のMHD不安定性の研究方法においては共通する点も多いが、装置の設計哲学が異なっているので、ここでは考えない。トルサトロン/MHD不安定性に対しては、実験データとの対応も含めて理論的研究の現状はトカマクにかなり近いレベルにまで達していると言える。ただし、トカマクに対しても同様であるがMHD理論だけでは閉じ込め装置としての総合的評価は出来ないことは明らかである。特に、ヘリオトロン／トルサトロン磁場では、MHD的性質を良くすることが高エネルギー粒子閉じ込めや新古典輸送に対しては逆効果になる場合がしばしばある。また、現実のプラズマ輸送が異常輸送に支配されていることと、シアーは異常輸送を抑制する可能性があることを考慮すれば、磁気井戸とシアーに対する期待度はMHDだけによる判断とは異なってくるだろう。この様な点に留意しつつ、ヘリオトロン／トルサトロン/MHD的特性の一般的性質を中心に解説する。

2. ヘリカル系トーラスのMHD平衡と安定性の特徴

理想MHDモデルによるMHD平衡と安定性の研究は磁気閉じ込めの研究が開始された1950年代以後着実に進歩発展し、トカマクに対しては1970年代後半のバルーニングモードの解明によりほぼ完成の域に達したと言える。逆磁場ピンチも軸対称トーラスであり理論的手法に関してはトカマクにおけるものをほとんどそのまま役立てることができ、理想MHDの問題はほとんど理解できるレベルに達している。

非軸対称トーラス、特にヘリカル系のMHDの研究はやはり1950年代に始められたが、有限ベータプラズマのMHD平衡の数値計算が容易でなかったために進歩が遅く、統一的な描像が得られたのは最近になってからである。トカマク、逆磁場ピンチ、ステラレータ、バンピートーラスのすべてに対して理想MHDによる平衡と安定性に関する理論がFreidbergにより要領よく教科書としてまとめられている¹⁰⁾。

まず、MHD平衡についてヘリカル系トーラスの特徴は、磁気軸のまわりに入れ子状の磁気面 (nested flux surface) が形成されるかどうかは自明でないことと、磁気面内で積分するとトロイダル電流が消えるいわゆる無電流プラズマ平衡に集約される。前者に対しては、平衡解の存在定理が証明されておらず、KAM定理に従えばむしろ否定的である¹¹⁾。しかし、直線ステラレータではヘリカル対称性により平衡解は保証されるのでトーラス効果が十分に小さければ、磁気面が存在する可能性があるとする立場で研究することが多い。いいかえると、真空磁場における磁力線の追跡計算を行って、磁気島やエルゴディックな磁力線のふるまいが見えなければよいと考える。特に、現在活用されている三次元MHD平衡計算コードは、まず磁気面の存在を仮定した数値計算アルゴリズムを用いている。例えば、BETAコード¹²⁾やVMECコード¹³⁾がそうである。

無電流プラズマの意味は、各磁気面で平均すると電流値がゼロになることであるが、局所的にはプラズマ電流は有限値である。無電流平衡解の特徴は、有限ベータ効果により回転変換分布が真空磁場とは異なったものになることであり、 $\ell=2$ のヘリカル系では中心の回転変換が上昇し、表面の回転変換が減少する。一方、トカマクにおいて急速な加熱を行うと安定係数の空間分布が固定されたままプラズマ圧力が高くなるようなFCT平衡 (Flux Conserving Torus) がよく知られている¹⁴⁾。ヘリカル系トーラスにおいても、同じ意味でFCT平衡が研究されていて、真空磁場により形成された回転変換分布がそのまま固定されるような計算を行う。その特徴はFCT電流が流れることであり、ベータ値が高い場合にはその値はかなり大きくなると予想される。また、トカマクと同様に、新古典輸送理論では、ヘリカル系においてもBootstrap電流が流れ¹⁵⁾、実験的な検証が進められている。Bootstrap電流を矛盾なく含むヘリカル系トーラスのMHD平衡解の解析は始められたばかりである¹⁶⁾。

ヘリカル系トーラスのMHD安定性に関しては、無電流プラズマであるのでプラズマの限界ベータ値に対しては理想MHDモデルによる圧力駆動型不安定性、特に、ヘリオトロン/トルサトロン配位ではインターチェンジモードが重視されている。このモードの特徴は、ベータ限界値に近づくと、たとえ $(m, n) = (1, 1)$ モードであってもモード構造が有理面に極端に局在化するので、Mercier条件がよい指標になる

ことである^{17),18)}．具体例は4で示す．圧力駆動型モードとしては，バルーニングモードも重要であるが，バルーニングモードに対しては，負のシア ($q' < 0$, q は安定係数) は安定化効果を持つことが示されている¹⁹⁾．無電流プラズマにおいて尖った圧力分布を仮定すると Shafranov シフトが大きくなり，回転変換の分布は中心から減少して，また増大するようになる．このとき， $q' > 0$ でしかも ∇P が大きい領域に対してバルーニングモードがインターチェンジモードより不安定になる結果が示されている²⁰⁾．

無電流プラズマを仮定しても，必ずしも電流駆動型不安定性が全くないわけではなく，例えば，Pfirsch-Schluter 電流によりキンク不安定性が存在する可能性が示されている²¹⁾．特に $\iota(a) \lesssim 1$ のヘリオトロン／トルサトロン配位の場合に， $(m, n) = (1, 1)$ のキンクモードの有理面がプラズマ表面近くに形成されるために不安定になると考えている．

ヘリオトロン／トルサトロンにおける特徴は，プラズマ周辺領域における磁気丘の領域を除けないことであり，これは有限ベータプラズマにおいて Shafranov シフトにより磁気井戸を形成し易い ATF や CHS においても同じである．磁気丘は理想 MHD モデルにおけるインターチェンジモードを不安定にする原因であるが，抵抗性 MHD モデルでは，シア安定化がなくなるために低ベータプラズマにおいて抵抗性インターチェンジモードが容易に不安定になる²²⁾．この抵抗性インターチェンジモードもその特徴によりいくつかに分けられる．通常は有理面近傍の抵抗層に局在化するモードに関心があるが，抵抗層の外側の理想 MHD 領域の解と接続するようなモードもあり，この場合にはテアリングモード理論でよく知られている Δ' が安定性の基準を与える²²⁾．また，有理面近傍に局在化する静電的な抵抗性インターチェンジモードもある²²⁾．全く同様の分類がトカマクにおける抵抗性バルーニングモード²³⁾ に対して議論されている．抵抗性インターチェンジモードの安定性はトカマクでは Glasser, Greene, Johnson (GGJ)²⁴⁾ による $D_R = E + F + H^2$ (E, F, H の表式は ref. 24 を参照せよ) が有名であり，理想 MHD モデルにおけるインターチェンジモードの安定条件 D_I を抵抗性 MHD モデルへ拡張したものである． D_R はステラレータ展開法²⁵⁾ あるいはステラレータ近似²⁶⁾ のもとにヘリカル系に対して計算されているが，三次元 MHD 平衡計算の結果を用いたヘリオトロン／トルサトロンに対する安定性計算はほとんどない．また，抵抗性バルーニングモードもヘリオトロン／トルサトロンにおいて可能な不安定性ではあるが，磁気丘があるために抵抗性インターチェンジモードの方が重視されている．

D_I や D_R あるいはバルーニング方程式を用いた解析はモード構造が有理面に局在化することを前提としているが，低 n モード (トロイダルモード数 n はステラレータ展開法やステラレータ近似では明確に定義できる) の理想あるいは抵抗性インターチェンジモードは，成長率が大きい場合には有理面を中心にかなりひろがったモード構造を持つことが知られている．ところが，ベータ限界に近づくと，理想インターチェンジモードはたとえ低 n モードであっても有理面に局在化する性質があり， $\beta \rightarrow \beta_c$ の極限では $D_I = 0$ に対応すると考えてよい¹⁷⁾．同様に，抵抗性インターチェンジモードに対しても $D_R = 0$ が低 n モードに対するベータ限界を与えると推測される．現実には，磁気丘を持つヘリカル系では， $D_R \simeq 0$ は $\beta \simeq 0$ であることから考えても，

ヘリオトロン/トルサトロンにおける最も重要な不安定性は抵抗性インターチェンジモードであり、実験データとも矛盾しない。

トカマクでは、抵抗性MHD不安定性としてテアリングモードやリップリングモード²²⁾も重要な不安定性として研究されているが、ヘリオトロン/トルサトロンではトロイダル電流が十分小さい、あるいは無電流であるのでこれらの不安定性は問題とはされていない。

3. 三次元 MHD 解析の手法

三次元MHD平衡および安定性解析には大きく分けて二つの流れがある。一つは、幾何学的な三次元形状をできるだけ正確に取り扱いMHD方程式系に関して近似を導入することなく計算する方向であり、三次元MHDコードを開発する仕事を中心となる。序論で述べたようにMHD平衡の存在に対しては入れ子状の磁気面(nested flux surface)を仮定し、しかもその磁気面を一つの座標に選ぶ磁気座標を用いる立場に立つことが多い。この場合には、平衡解を求めることはMHD平衡方程式と矛盾しない座標系を求めることに対応するので、数値計算法からはラグランジュ流のアルゴリズムを用いることになる。もちろん、三次元MHDコードには、固定した座標系を基準とするオイラー流の数値計算を採用しているものもある。この場合には、平衡解が得られたとして、その磁場を用いて磁力線の追跡計算を行って磁気面を調べることになる。前者に属するコードとしてはBETAコードがあり、エネルギーの最小状態として平衡解を得るための変分法に基づく数値計算法を確立した¹¹⁾。このコードは平衡解に対しては、ヘリカル系の1ピッチのみを対象にくり返し計算によりエネルギー最小状態を求める。この平衡計算の結果を用いて、メルシェ条件 D_1 を計算し有理面に局在化した圧力駆動型モードに対する安定性を調べている。また、新古典輸送の評価も行える²⁷⁾。このコードは、日米協力のプログラムとしてニューヨーク大学Courant研究所のGarabedian教授と共同研究を行った際京都大学へ導入し、プラズマ研究所附属電子計算機センターの協力を得て使い易くなっている。われわれのグループでは、このコードを用いて、スーパーコンピュータとしてVP-100がCRAY-Iより性能が良いことを知るきっかけとなったヘリオトロンEに対する数値計算を行った。BETAコードは様々のヘリカル系装置に容易に対応できる利点はあるが、truncation errorが大きい欠点を持つために、メッシュを変えてconvergence checkを注意深く行わないと結論を誤る可能性が高いこと及び磁気軸近傍の収束が遅い点に注意する必要がある。BETAコードの収束性を改善するために角変数に関するフーリエ級数を用いるスペクトル法を導入し、さらにフーリエモード数を最小化するような角変数を選択するように工夫されたVMECコードがHirshman達¹³⁾によって開発された。大型ヘリカル装置の設計計算に関してオークリッジ国立研究所のB. Carreras博士を中心とするMHDグループと研究協力を行った際に²⁸⁾、好意により京都大学で使用するようになっていた。最近、このVMECコードの発展として、さらに収束計算を改良したSPEC(Spectral Preconditioned Equilibrium Code)²⁹⁾コードが完成している。BETAコードとVMECコードを同じ磁場配位に対して比較すると、確かに三次元平衡解のメッシュ依存値が少なくより信頼できる

結果が比較的容易に得られることがわかる．VMECコードでも平衡計算の結果を用いてメルシェ条件 D_1 の計算ができる．

BETAコードでは、さらにグローバルな不安定性を調べることができる．そのためには、トーラス全周に対して第二エネルギー最小化を行っている¹²⁾．これは、まずMHD平衡計算を1ピッチに対して計算し、その結果を周期性を利用して全周に拡張し、対象とするモードの摂動を加えて行う2回目のエネルギー最小化を指している．ヘリオトロン配位における $(m, n) = (1, 1)$ モードに関してBETAコードによる結果を得ている³⁰⁾が、現在のところ他に三次元安定性計算コードがないのでこれと直接に比較できない状態である．後に述べるステラレータ展開法に基づくSTEPコードとの比較では、成長率が大きい不安定性に対しては、BETAコードとSTEPコードの対応は悪くないが、ベータ値が下がり成長率も小さくなると問題があるようである．BETAコードではベータ限界値を求める場合に、2通りの外挿を行わなければならないので注意を要する．まず、各ベータ値に対して、メッシュを変えてメッシュをゼロにした極限の成長率を求めた後に、成長率のベータ値依存性を求め、さらに成長率がゼロになるベータ値を求めなければならないので膨大な計算を繰り返さなければならない．径方向のメッシュを変える場合にも、 $(16 \sim 24)$ 程度が標準であり、これはステラレータ展開法やステラレータ近似を用いたコードに比べて、10分の1以下のメッシュ数である．VMECコードは三次元平衡に関して、収束性がすぐれていると思われるので、VMECコードにBETAコードの第二エネルギー最小化法を用いれば、より精度の良い三次元安定性計算が可能と思われるが、まだ試みられていない．

一方、オイラー流のグリッド点を固定した三次元MHD平衡計算コードとしては、パイオニア的なものとしてChodura-Schluterコードがある³¹⁾．このコードも、収束性に関して問題が指摘されていた．オークリッジ国立研究所のグループは、グリッド点を真空磁場に対するBoozer座標系を基準とするように改良したNEARコードを開発した³²⁾．この型のコードは、磁気面の存在をアприオリに仮定していないので無電流平衡解における有限ベータ効果による磁気島の発生が調べられる利点がある． $M < 10$ (M はトーラス方向のピッチ数)のトルサトロン配位に対して、 $\beta(0) \gtrsim 10\%$ を越える磁気島のない平衡解を得るのは容易でないという結果もある³³⁾．

最近、林等により、全く別の数値計算技法を用いたHINTコードが開発され、やはり有限ベータプラズマにおける磁気島の発生が調べられているが³⁴⁾、ヘリオトロン／トルサトロンでは磁気丘が強い配位が磁気島を抑制できる傾向を示していて、Kotschenreuther-Cary³⁵⁾やHegna-Battacherjee³⁶⁾の結果とは逆の傾向を示している．

MHD方程式に対してできるだけ近似を加えずに数値計算法の工夫を行って三次元MHD平衡や安定性解析を行う立場の上述のコードに対して、ステラレータ展開法あるいはステラレータ近似法に基づくヘリカル系のMHD平衡と安定性解析コードも開発されている．基本的立場はトーラス方向に対して平均化の操作を行って得られるMHD方程式系あるいはエネルギー原理を導き、これに対して二次元的な数値計算を基礎に

三次元MHD平衡と安定性を調べようとするものである。注意すべきことは、計算はトカマクと基本的に同じ二次元計算でよいが、対象はあくまで三次元平衡およびその安定性であり、それができるようになっていることである。

ステラレータ展開法のオリジナルなアイデアはJohnsonとGreene²⁵⁾を中心とするプリンストン大学プラズマ物理研究所で見出された。ステラレータ展開法は、オーダリング $\delta \sim B_h / B_0 \sim \varepsilon^2 \sim \beta$ を用いてMHD方程式系を展開し、次にトロイダル方向に1ピッチ長に対する平均化を行い、回転変換に対応するポロイダル磁束 Ψ_φ と磁力線の平均曲率 $\bar{Q}$ に外部からのステラレータ磁場の効果を集約する近似法と同じである。得られたMHD平衡方程式はGrad-Shafranov方程式と類似の形になる。また、安定性計算でもトロイダルモード数 n を量子数として指定できる利点もある。1960年代にはエネルギー原理に対してステラレータ展開法を適用して主として局在化したモードに対する安定性の研究が行われたが、低 n モードの理想MHD不安定性解析のための数値計算コードとしてAnaniaとJohnsonによりSTEPコードが完成したのは1983年頃である³⁷⁾。この手法には自由境界条件のもとで安定性解析が容易に行える利点もある。一方、ステラレータ展開法をMHD方程式系に適用して、簡約化MHD方程式が導出できることおよび初期値問題としての安定性計算は、Strauss³⁸⁾および若谷³⁹⁾によって行われた。特にヘリオトロンE配位に対しては理想MHDではシア安定化により低いモード数の不安定性をかなり抑制できること、圧力分布のtailoringを行えば低 n モードの不安定性を $\beta(0) \simeq 5\%$ のレベルまで抑制できることを示した⁴⁰⁾。これらの結果は、最近開発されたトロイダル効果の高次項まで含む線形簡約化MHD方程式を初期値問題として解くRESORMコードでより詳細に調べられている⁴¹⁾。初期値問題として定式化することの利点は、抵抗性モードへの拡張が容易であることおよび非線形計算への拡張も可能であることである。既に、ヘリオトロンEやATFに対してこのような計算結果が示されている^{42), 43)}。オークリッジ国立研究所では、FARコード⁴⁴⁾がこのような研究のために用いられている。低アスペクト比の装置に対しては、逆アスペクト比 ε による展開をして、 $O(\varepsilon^2)$ を無視する近似は問題があり、これを改善するいくつかの手法が既に確立している。ステラレータ近似と呼ばれるKovrizhnykh-Shchepetovによる結果²⁶⁾や、Hender-Carrerasによる磁気座標を利用する同様のアイデアもある⁴⁵⁾。Pustovitov⁴⁶⁾や等々力⁴⁷⁾は座標変換を工夫することにより精度のよい計算が可能であることを示した。ステラレータ展開法自体も高次の項を取り組むことが可能であり、京都大学のKSTEPコード⁴⁸⁾やRESORMコード⁴¹⁾がその例である。KSTEPコードは、局所安定性を調べるための D_i (理想モード)および D_R (抵抗性モード)の計算も平衡計算と合わせて行っている。

STEPコードはトカマクでよく知られたMHD安定性解析コードであるPESTコード⁴⁹⁾を基本としているのに対して、やはりトカマクのためのMHD安定性計算を行うERATOコード⁵⁰⁾をHERATOコードとしてヘリカル系のMHD安定性計算に用いることが等々力⁴⁷⁾により行われている。このように、ステラレータ展開法やステラレータ近似を導入すると、数値計算技法に関してはトカマクとの類似性が高くなり、既にトカマクで完成したものを利用できる場合がある。

ヘリオトロン／トルサトロン配位に対しては、 $M \geq 6$ の範囲で上記の種々の数値計算コードによる MHD 平衡と安定性計算がいろいろと行われている。また、数値計算結果に対してコード間の相互比較も進んでいる。これらの結果については、4 でまとめることにする。一般的には、 $M \geq 10$ の配位に対しては、理想 MHD の範囲内で三次元 MHD コードによる平衡計算と局所安定性条件 D_i は、ステラレータ展開法あるいはステラレータ近似法による計算結果と良好な対応が見出されている。抵抗性局所モードに対する安定性条件 D_R に関しては現在のところ比較を行える十分なデータがない。理想 MHD グローバルモードの安定性に対しては、三次元 MHD コードの結果は BETA コードによるものだけであり、定量的比較はいま一步の感がある。抵抗性 MHD グローバルモードの線形安定性や非線形発展計算はステラレータ展開法あるいはステラレータ近似法に基づくもののみであるが、これらの結果はヘリオトロン E と ATF においては巨視的なゆらぎに関する実験データとの対応が良い。

この章で述べたようにステラレータ展開法あるいはステラレータ近似法を認めると、トカマクで現在達成されているレベルまで平衡や安定性解析のためのコード開発は可能であり、理想 MHD 計算では同等のレベルにあるだろう。一方、ヘリカル系には固有の問題が多々あり、これを研究するための三次元数値計算コードはより一般的なもので、逆にトカマクにおける三次元問題の研究にも応用できる。例えば、リップルトカマクの MHD 平衡や磁気島が存在するトカマクの平衡解に対して、BETA コードや VMEC コードが応用され始めている。

4. ヘリオトロン／トルサトロンの MHD 理論の現状

ヘリカル系トーラスの MHD 理論としては、Heliac や Helias に対するものも進展しているが、これは別の機会にゆずり、ここではヘリオトロン／トルサトロンに限って最近の結果と今後の方向について述べる。

ヘリカル系の無電流平衡解の性質についてはよく知られているように回転変換がベータ値と圧力分布に応じて磁気軸付近では上昇し、プラズマ表面では下がる。このことは、有限ベータプラズマに対しては、ヘリオトロン／トルサトロンの回転変換は圧力分布の測定と三次元 MHD 平衡計算によりわかることを意味する。 $M=10$ のヘリオトロン／トルサトロンに対する回転変換のベータ値依存性を示す計算例が図 1 である。圧力分布は $(1 - \psi)^2$ に比例すると仮定した。磁気軸におけるベータ値 (β_{ax}) が数%になると ι_{min} (回転変換の最小値) が $\iota(0)$ と一致しなくなる。この場合 $\beta_{ax} \simeq (12 \sim 13)\%$ までは平衡解の数値計算が可能である。○印は STEP コードの結果であり、□印は VMEC コードの結果である。モデルの精度の範囲内で十分に良い一致が見られる。両コードともに、Mercier 条件⁵¹⁾ の計算が可能であり、 $D_i = 0$ が Mercier 限界であり、 $D_i = 0$ の線で囲まれた内側の領域が不安定であることを示している。(a) は四重極磁場を調整して平均化された磁気面が横長楕円の場合で、 $\beta_{ax} > 5\%$ に対して、(b) は平均された磁気面がほぼ真円の場合で、 $\beta_{ax} > 10\%$ に対して弱い不安定性領域が見られるが、後に述べる理由で STEP コードでは低 n モードの圧力駆動型不安定性は (a), (b) とともに現れない。これは、十分に成長率が小さい不安定性を無視すれば、ベータ限

図1. $M=10$ のヘリオトロン/トルサトロンに対する回転変換のベータ値依存性とMercier不安定性のSTEPコードとVMECコードによる計算結果。(a)は四重極磁場により平均化された磁気面が横長楕円の場合、(b)はほぼ真円の場合である。

図2. $M=14$ のヘリオトロン/トルサトロンのMercier不安定領域及び $n=3$ と $n=4$ モード不安定性の計算結果。縦軸は β_{ax} であり、横軸は規格化された磁束関数であり径方向を示す。

界値が平衡によるものと一致することを意味する。

$M=14$ のヘリオトロン/トルサトロンに対する安定性計算の結果が図2である。圧力分布は、 $(1-\psi)^2$ に比例するものであり、たて軸は β_{ax} であり横軸は径方向に対応する磁束関数 ψ である。VMECコードとSTEP

コードどちらもMercier限界 $D_1 = 0$ によるベータ限界値は $\beta(0) \approx 2\%$ でありよく一致している。図中の点線は $D_1 = 0.2$ および $D_1 = 0.4$ の等高線を示している。($D_1 > 0$ が不安定に対応するように符号を定義し、シアを表す項が $-1/4$ になるように規格化している。)また、図中における $\epsilon = 3/4$ と $4/5$ の線はこれらの有理面が β_{ax} とともに無電流平衡解においてどのように移動するかを示すと同時に、太くなっている部分は、 $\epsilon = 3/4$ と $\epsilon = 4/5$ が共鳴面である $n=3$ モードおよび $n=4$ モードが不安定になることを示している。注意すべきことは、 $D_1 = 0$ と不安定性を示す太線部の下端($\beta_{ax} \approx 3.5\%$)が一致せずに、むしろ $D_1 \approx 0.2$ に対応していることである。これは、低 n モードがMercier条件で決まる高 n モード圧力駆動型不安定性に比べて安定なように思えるが、低 n モードもベータ限界値に近づくと同様に局在化する傾向があるので有限メッシュを採用している数値計算コードの限界になっていると考えるべきである。この問題は、ヘリオトロン/トルサトロンにおける低 n モードによるベータ限界値を求める場合につきまとう問題であるが、厳密な意味では低 n モードに対してもMercier限界をベータ限界値と見るべきである^{17), 18)}。別の見方は、実際のプラズマでは有限ラーマー半径効果が存在するので極端に局在化したモードは安定化され、図2の例ではやはり $\beta_{ax} \approx 3.5\%$ を $n=3$ モードあるいは $n=4$ モードによるベータ限界値と考えてよいか

も知れない。

ヘリオトロン／トルサトロンにおいてベータ限界値を上昇させる手法として軸対称な垂直磁場や四重極磁場により、磁気軸の位置の移動や磁気面の変形が有効であることが、明らかにされてきた。磁気軸の移動がベータ限界値をどのように変えるかをまとめると図3のようになる⁴⁸⁾。この図は、 $M=12$ のヘリオトロン／トルサトロンに対するものであり、

たて軸に β_{ax} を横軸に磁気軸の位置をとり、図2のような計算を行って Mercier 限界ベータ値の最小値を $D_1=0$ の等高線により示している。また、 $n=3$ モードに対する計算を行って、不安定性が見られる場合は□印で成長率を区別して示している。×印はSTEPコードでは不安定モードが現れないことを示している。注意していただきたいのは $M=12$ ではあるが ATF よりもアスペクト比を大きくとっているので、標準状態

($\Delta=0$) の場合に Mercier 限界ベ

ータ値は $\beta_{ax} \approx 1.5\%$ と低くなっていることである。また、安定性計算は固定境界条件であるが、最外殻磁気面の位置は磁気軸の移動に対応して動いている。

図3より $n=3$ モードの安定性限界は、 $D_1 \approx 0.10 \sim 0.15$ の等高線にはほぼ対応していて、 $\Delta=0$ の場合には $\beta_{ax} \approx 3\%$ がベータ限界値と見なされる。図中でベータ限界値近傍の D_1 =一定の等高線は常に右上がりになっていることに注意しよう。すなわち、磁気軸を外側へ移動させるとベータ限界値が上昇し、内側へ移動させると、ベータ限界値が減少する。これは磁気軸の外側移動とともに磁気井戸が深くなり、(あるいは磁気丘が低くなり)内側移動とともに、磁気井戸が浅くなる(あるいは磁気丘が高くなる)ことに対応している。また、特徴的なことは、外側シフトの場合に、あるところで Mercier 限界が消滅し、MHD 平衡限界まで安定になることである。図2からもわかるように、低 n モードの不安定性は常に Mercier 条件が破れているところで不安定になるので、Mercier 安定になると低 n モードも安定になり、理想 MHD によるベータ限界値は平衡によるベータ限界値に一致する。オークリッジ国立研究所の ATF は $M=12$ において、標準的な磁場配位が図3で $\Delta=(9 \sim 10)$ cm に対応するようにプラズマのアスペクト比あるいはコイルアスペクト比を最適化した装置と見ることができる。ATF でも磁気軸を内側に寄せると MHD 振動が明らかに見出されており、最近では CHS 実験でも、磁気軸を内側に移動させると $\langle \beta \rangle \sim 1.5\%$ 程度で MHD 的な揺ら

図3. $M=12$ のヘリオトロン／トルサトロンにおけるベータ限界値の磁気軸位置依存性。ここで、大半径は4m、小半径は45cmを想定している (Ref. 48)

ぎが見出されているようである⁵²⁾。

ヘリオトロン/トルサトロンにおいて理想MHDモデルの範囲でベータ限界値を高くするには、ATFと同様に標準磁場配位が図2における $\Delta \gtrsim 10\text{cm}$ の領域に相当するようにコイル設計を行うことである。 $M \leq 12$ の場合には比較的容易にこのような性質をもつ磁場配位を見出すことができる。

Mercier条件と低 n モード不安定性の関係を理解するために、円柱プラズマ近似でSuydamモードと低 n モードの関係を見るとわかりやすい。Suydamモードの成長率は解析的に求めることができ、次の様に表せる¹⁷⁾。

$$\frac{R_o r_s}{V_A} = 16 r \frac{d\epsilon}{dr} \exp \left\{ \frac{2}{u} \left[3 \arg \Gamma \left(1 + \frac{1}{2} i u \right) - \arg \Gamma \left(1 + i u \right) - \tan^{-1} \left(e^{-\pi u/2} \right) - \frac{3}{4} \pi \right] \right\} \quad (1)$$

であり、ここで、

$$u = \left[\frac{16 \pi}{B_\theta^2} \left(\frac{d}{dr} \log \epsilon \right)^{-2} \left(- \frac{dp}{dr} \right) \frac{dQ}{dr} - 1 \right]^{1/2} \quad (2)$$

である。 dQ/dr はステラレータ展開法で求められるヘリカル磁場による平均曲率に対応し、磁気丘の領域では $dQ/dr > 0$ となる。Suydamモードのベータ限界値を $\beta^c(0)$ とすれば、 $\beta(0) \gtrsim \beta^c(0)$ に対して、

$$r_s \propto \exp \left[- \text{const.} / (\beta(0)/\beta^c(0) - 1)^{1/2} \right] \quad (3)$$

となるので、 r_s は非常に小さくなることがわかる。図4に r_s と、数値計算で求めた $(m, n) = (1, 1), (2, 2), (3, 3)$ モードに対する成長率の $\beta(0)$ に対する依存性が示されている。Suydamモードによるベータ限界値は(1)式より1.6%であるが、 $m=1, 2, 3$ モードによる数値計算では約2%がベータ限界値になる。これは、図4の(a), (b)に示されているように、 $\beta(0)$ が下がるにつれて径方向のモード構造が有理面に極端に局在化し、有限 $\times$

図4. 円柱プラズマ近似のヘリオトロンEにおける低 m モード圧力駆動型不安定性の成長率とSuydamモードの成長率。(a)および(b)は $m=1$ モードの径方向固有関数の $\beta(0)$ 依存性を示している。(Ref. 17)

ッシュを用いる数値計算では、モード構造がとらえられなくなることによって説明できる。この傾向はSTEPコードにおいても見られている(図3参照)。

ヘリオトロン／トルサトロンでは磁気丘の領域が常に周辺に存在するために、インターチェンジモードがバルーニングモードより危険な不安定性になるが特別な状況では逆になる場合も指摘されている。Shafranov は磁気井戸の領域で $dq/dr < 0$ であればシアの符号がトカマクとは逆になりバルーニングモードに対する安定化効果があることを示した¹⁹⁾。しかし、図1から分かるように、有限ベータの無電流平衡解では $dq/dr > 0$ (あるいは $dc/dr < 0$) の領域が磁気軸付近に形成されるために、バルーニングモードが問題になる可能性がある。具体例は ATF に対して圧力分布が急峻な場合に示されている²⁰⁾。現在のところ、ヘリオトロン／トルサトロンにおけるバルーニングモードについては計算例も少なくその重要性が Heliac 等比べて必ずしも明確ではない⁵³⁾。図5には、バルーニングモードを示唆する計算例が示されている¹⁸⁾。横軸は、トロイダルモード数であり、モード数が増大すると、(b)のヘリオトロンEの場合には成長率が一定値に漸近し、これが Mercier モードの成長率に対応していると考えれば、図4とも両立する。一方、(a)の $M=10$ の場合には成長率が $n=18$ まで増大する傾向にある。これは、バルーニング効果のために高 n ほど成長率が大きくなることを示していると解釈されている。

磁気軸の移動によるベータ限界値の変化に関して、ヘリオトロンDRの例は興味がある。ヘリオトロンDRにおいても、Mercier 条件だけに着目すると、磁気軸を外側へ移動すると安定性は改善されるが、低 n モード不安定性によるベータ限界値は磁気軸を外側へ移動させても改善されていない(図6参照)⁴¹⁾。これは、磁気軸の移動により回転変換分布が変化し、強い不安定性をもたらす $l=1$ の有理面が圧力勾配のより大きな位置に移動し不安定性が強められてしまうことによ

図5. (a) $M=10$ のヘリオトロン／トルサトロンにおける $3 \leq n \leq 18$ モードの成長率、(b) ヘリオトロンEにおける $1 \leq n \leq 18$ モードの成長率。(Ref. 18)

図6. ヘリオトロンDRのベータ限界値の磁気軸位置依存性。 β_{0c} は中心ベータ値であり、黒丸は $(m,n)=(5,4)$ モード、白丸は $(m,n)=(1,1)$ モードを示す。(Ref. 41)

り説明できる．図7に示されているようにヘリオトロンDRのベータ限界実験結果は、 $(m, n) = (5, 4)$ モードと $(m, n) = (1, 1)$ モードによる計算結果とよく対応している．

ここまでの低 n モードの安定性解析の結果は、すべてステラレータ展開法あるいはステラレータ近似に基づくものであるが、 D_1 に関するVMECコードとSTEPコードの計算結果からは $M \geq 10$ の場合には両者の一致が良いので、低 n モードに対する安定性解析も信頼できると考えてよいだろう．また、図7に示されているように理論解析結果と実験結果との対応も良好である．一方、三次元MHDコードによる低 n モードの安定性解析はBETAコードによるものに限られている．

ヘリオトロンEに対して $\langle \beta \rangle \simeq 2\%$ が $(m, n) = (1, 1)$ モードによる限界値となる³⁰⁾．

これはSTEPコードによる結果とほぼ同じである⁵⁴⁾．図8はBETAコードを使ってヘリオトロンDRにおける $(m, n) = (1, 1)$ モードによるベータ限界値を調べたものである⁵⁵⁾．この例では、標準磁場配位では $\langle \beta \rangle_c \simeq 0.8\%$ であり、外側に磁気軸を移動すると $\langle \beta \rangle_c \simeq 1.3\%$ になることを示していて、STEPコードによる結果（図6参照）と比べて楽観的な傾向が見られる．今後は、例えば、BETAコードに比べて、精度の良い計算が可能なVMECコードを用いて、BETAコードの巨視的モードに対する数値計算手法（第二最小化）を組み込んで三次元安定性計算の精度の向上を計ることが重

要な課題となるだろう．また、VMECコードで得られるMHD平衡解に平均化法を適用して得られる二次元的な平衡に対して、STEPコードを用いて低 n モードの安定性解析を行うアイデアもある⁴⁸⁾．

以上の結果は、理想MHDモデルに基づくものであるが、ヘリオトロン/トルサトロンに対しては抵抗性

図7. ヘリオトロンDRにおける最大ベータ値(実験値)の磁気軸位置依存性とSTEPコードによる $(m, n) = (5, 4)$ モードと $(m, n) = (1, 1)$ モードによるベータ限界値の比較．

図8. BETAコードによるヘリオトロンDRにおける $(m, n) = (1, 1)$ モードの安定性計算結果．実線は磁気軸が標準位置の場合、点線は磁気軸の外側移動の場合．縦軸は成長率に対応し、横軸は平均ベータ値である．(Ref. 55)

インターチェンジモードが重要であり実験結果の解釈には不可欠であることが示されている⁵⁶⁾。三次元MHD平衡コードを使う場合には, Mercier 条件 D_I を抵抗性モードへ一般化した D_R を計算することにより, 抵抗性インターチェンジモードの安定性を知ることができる。現在のところ, ヘリオトロン／トルサトロンに対して, BETAコードあるいはVMECコードを用いた D_R の計算結果は報告されていない。京都大学のKSTEPコードでは D_I と D_R の計算が可能であり, 図9がヘリオトロンEに対して計算した結果である。 $D_R \approx 0$ はヘリオトロンEの場合に磁気丘があるために $\langle r \rangle / a \gtrsim 0.22$ に対しては $\beta \approx 0$ と考えてよい。 D_R = 一定の等高線の様子を D_I = 一定の等高線と比べると, 抵抗性不安定性ははるかに生じ易いことがわかる。また, KSTEPコードでは $D_I \approx 0.2 \sim 0.3$ の線が低 n 理想モードが不安定になるベータ値に対応していたが, 図9をRESORMコードの結果と比較すると $D_R \approx 0.15 \sim 0.2$ の線が低 n 抵抗性モードが有意な成長率をもつ場合に対応している。これは, ただし, 磁気レイノルズ数 $S \gtrsim 10^6$ の場合であり, S を小さくするとヘリオトロンEやヘリオトロンDRの場合には $\beta \sim 0$ 付近まで低 n モード不安定が見出されている。

ヘリオトロン／トルサトロンにおける低 n モードの抵抗性MHD不安定性の解析は, 現在のところステラレータ展開法あるいはステラレータ近似法を基礎にして導かれた簡約化MHD方程式系を初期値問題として解く手法に頼っている。例えば, 擬トロイダル座標系 (r, θ, ζ) において規格化された表式は次のようになる³⁸⁾,
41),

$$(4) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \hat{\zeta} \times \nabla \phi \cdot \nabla \right) \nabla_{\perp}^2 \phi = \nabla_{\parallel} J_{\parallel} + \nabla P \times \nabla \Omega \cdot \hat{\zeta}$$

$$(5) \quad \frac{\partial A}{\partial t} = -\nabla_{\parallel} \phi + \eta J_{\parallel}$$

$$(6) \quad \left(\frac{\partial}{\partial t} + \hat{\zeta} \times \nabla \phi \cdot \nabla \right) P = 0$$

図9. KSTEPコードによるヘリオトロンEに対する D_I = 一定および D_R = 一定の等高線。 $D_I > 0$ と $D_R > 0$ が不安定領域である。縦軸は中心ベータ値 β_0 であり, 横軸は平均半径 $\langle r \rangle / a$ に対応する。

$$(7) \quad J_{\parallel} = -\nabla_{\perp}^2 A$$

ここで,

$$\nabla_{\parallel} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + \nabla \psi \times \hat{\zeta} \cdot \nabla,$$

$$\psi = A + \frac{1}{2} \nabla \phi \times \nabla \int_0^{\zeta} d\zeta \phi \cdot \hat{\zeta}$$

$$\Omega = \frac{2r}{R} \cos \theta + |\nabla \phi|^2$$

であり, $B_h = -\nabla \phi$ は外部ヘリカルコイルによる磁場を表している. また, ψ と Ω の表式における横線はトーラス方向の1ピッチ長に対する平均を意味している. (4)~(7)の方程式系は, 抵抗 η を無視すると, 次の様なエネルギー保存則を持っている.

$$(8) \quad \frac{\partial}{\partial t} \int \left(\frac{|\nabla_{\perp} \phi|^2}{2} + \frac{|\nabla_{\perp} A|^2}{2} - \Omega P \right) dv = 0$$

(4)~(7)は非線形方程式になっていて, 抵抗性MHDモードの非線形発展を研究するのに適している. また, ψ と Ω において ϕ を消去すると, あるいは外部ヘリカル磁場を取り除くとよく知られた高ベータオーダリングによるトカマクに対する簡約化MHD方程式に帰着する. トカマクでは internal disruption, major disruption あるいは抵抗性バレーニングモードを研究するためにしばしば用いられている.

(4)~(7)の簡約化MHD方程式を用いて, 抵抗性インターチェンジモードの線形安定性や非線形発展の計算は最初にヘリオトロンEに対して行われ⁽⁴²⁾, その後ATFにおいても第2安定領域を示す実験データに対応する理論解析が行われている⁽⁵⁷⁾. 具体例は次節で示す. オークリッジ国立研究所のグループは, トカマクとヘリオトロン/トルサトロン of どちらにも使えるコードとしてFARコードを開発している. 一方, 京都大学ではRESORMコードを開発し, STEPコードのMHD平衡解に対して抵抗性モードの線形安定性計算を行っている. ヘリオトロンDRに適用して, $n=1$ モードの成長率の $\beta(0)$ の依存性を磁気レイノルズ数 $S = 1/\eta$ の関数として示したものが図10である. 理想MHDモードは $\eta=0$ あるいは $S=\infty$ であり点線で示されている. この点線を外挿するとベータ限界値 $\beta^c(0) \simeq 1.2\%$ が得られる. S が有限の大きさの場合には, $\beta(0) < 1.2\%$ でもかなりの成長率を持つ不安定性が表れている. これらが抵抗性インターチェンジモードであることを見るために, 成長率の S 依存性を調べたものが図11である. $\beta(0) \lesssim 0.7\%$ 以下では $r \propto S^{-1/3}$ となり抵抗性インターチェンジモードの解析解と一致するが, ベータ限が 1.2% 以下でも成長率の S 依存性

図10. $n=1$ 抵抗性 MHD モードの成長率.
 $S=\infty$ の理想 MHD モードの成長率は
 点線である. (Ref. 41)

図11. $n=1$ 抵抗性モードの成長率の S 依存
 性. (Ref. 41)

が解析解からずれる傾向が見られる。もちろん、1.2%以上であれば明らかに $S^{-1/3}$ とは一致しない。 $\beta(0) \sim 0.7\%$ は $\iota = 1$ の有理面の Mercier 限界に対応することが図12からわかる。これらの結果は、Mercier 不安定の領域で $S=\infty$ の場合には、数値計算では低 n モード不安定性が見出されなくても、 S が有限の大きになると、成長率が大きくなると同時に不安定性の径方向モード幅が広がり、より Mercier 限界に近いところでも低 n 抵抗性モードの数値計算が可能になるためと考えている。

抵抗性インターチェンジモードは、ヘリオトロン E でもヘリオトロン DR と同様に真空磁場で磁気丘の領域が広いので大変危険な不安定性である。同様に、ATF においても、真空磁場において磁気丘を完全に除去することができないので、抵抗性インターチェンジモードの重要性は変わらない。

5. ヘリオトロン／トルサトロンにおける高ベータ実験と理論の対応

無電流プラズマにおいて圧力駆動型不安定性に起因するポロイダル磁場、軟 X 線および密度のゆらぎがヘリオトロン E において初めて観測された⁵⁸⁾。その後 ATF、ヘリオトロン DR、CHS 等でも同様の振動が

図12. ヘリオトロン DR の Mercier 安定性と $\iota=1$ の有理面。点が打ってある領域が不安定である。縦軸は中心ベータ値 β_0 であり、横軸は平均半径 $\bar{r}/a$ である. (Ref. 41)

測定されている。しかし、磁場配位の特徴によって不安定性の表れ方が異なっている。ここでは、シアー安定化に頼るヘリオトロンEと磁気井戸とシアーの組合せにより安定化を期待するATFの実験と理論の対応について説明する。

ヘリオトロンEのように低次の有理面、特に $\iota = 1$ の有理面が磁気丘領域に存在する場合には、緩和振動型の不安定性が生じ、トカマクにおける sawtooth oscillations や internal disruption に酷似した現象が見出された。ヘリオトロンEでは、 $\iota = 1$ だけでなく、 $\iota = 2/3$ や $\iota = 1/2$ の有理面でも生じている⁵⁶⁾。ここでは $\iota = 1$ の有理面による $(m, n) = (1, 1)$ モードが原因となるものに注目すると、図13のように sawtooth oscillations や internal disruption (中心付近の圧力が再び上昇しない場合)に対してベータ値にしきい値がある。 $\beta(0) \geq 2\%$ で圧力分布が尖っていることが必要条件である。当然のことながら $\beta(0)$ の上昇とともに軟X線のゆらぎは大きくなる。圧力分布のピーキングの度合とベータ値のしきい値には相関があり、 $\beta(0) \sim 1.5\%$ でも明確な sawtooth oscillation が見られる場合もある。このような巨視的振動を説明する理論的モデルとして抵抗性インターチェンジモードの非線形発展がある⁴²⁾。トカマクにお

図13. ヘリオトロンEにおいて sawtooth oscillations あるいは internal disruption が発生するベータ値と中心コードの軟X線のゆらぎのレベル。(Ref. 58)

る sawtooth oscillation の理論的モデルは $(m, n) = (1, 1)$ のテアリングモードが基本となっていて、この不安定性の非線形発展により $m = 1$ の磁気島が急速に成長し、中心付近の高温プラズマ領域が $\iota = 1$ 面より外へ押し出される過程が重要である。一方ヘリオトロンEの場合には、低 n モードの抵抗性インターチェンジモード($(m, n) = (1, 1)$ だけでなく $(m, n) = (2, 1)$ や $(m, n) = (3, 2)$ の場合も観測されている)が有理面近傍に磁気島を形成する。トカマクの場合とは異なり、磁気島の成長と同時に生じるプラズマの対流胞が重要な役割をしている。対流胞は磁気島の外側まで影響を与えるので、磁気島と対流胞の成長の両方がプラズマの圧力分布に変形を与え、有理面付近の圧力分布を十分に平坦化すると不安定性が非線形飽和する。ヘリオトロンEの場合には $\iota = 1/2$ や $\iota = 2/3$ の有理面が $\iota = 1$ の内側にあるので、圧力分布やベータ値に応じてモード数やゆらぎのレベルは様々であり、有理面近傍を通る軟X線の測定コードだけに見える場合や、プラズマ柱のほぼ全領域のコードに見える場合もある。また、 $(m, n) = (2, 1)$ の場合には internal disruption 後に磁気島が残存しているデータもあり、トカマクの sawtooth oscillation とは異なる機構を示唆しているが、抵抗性インターチェンジモード以外の他の説明方法はまだ示されていない。

円柱近似のヘリオトロンEにおいて(4)~(7)の簡約化MHD方程式系のうち(6)の圧力方程式に加熱項を仮定

して非線形シミュレーションを行った結果が図14である． $(m, n) = (1, 1)$ の抵抗性インターチェン

図14. $m=1/n=1$ 抵抗性インターチェンジモードの非線形発展と圧力の緩和振動. 各時刻の上側は圧力の等高線であり, 下側は圧力分布の断面を示している.

ジモードの非線形発展により尖った圧力分布の中心付近の圧力が平坦になる．このような圧力分布は $(m, n) = (1, 1)$ モードに対して安定であり, 加熱項のために再び尖った圧力分布に近づくが, 不安定性が発生した平坦な分布になる．圧力が平坦になる過程は速い時間スケールで生じ, 有理化面内から熱パルスが外側の領域へ射出されたように見える．これが圧力駆動型不安定性による sawtooth oscillations あるいは internal disruption の機構である．

A T F 装置においては, 軟 X 線や密度にはゆらぎとして観測されていないが, ポロイダル磁場のゆらぎのベータ値依存性が測定された⁵⁷⁾．これは, A T F 装置において磁気軸が標準位置より内側にある場合の実験であり, しかも $\iota = 1/2$ でエラー磁場による磁気島が発生しているために閉じ込め領域が $\iota \leq 1/2$ に制約されている場合の結果である．興味ある事実は $n = 1$ モードの磁場のゆらぎのレベルが図15に見られるようにベータ値の上昇とともに減少する傾向を示したことである．この $\beta(0)$ の上昇とともにゆらぎが減少する領域が第2安定領域への接近に対応しているという解釈を A T F グループは与えた． $\beta(0)$ が 1% を越えるとゆらぎが発生しているが, これは本来の閉じ込め領域が減少して極端に尖った圧力分布になっているためである．

図15. $n=1$ モードの磁場のゆらぎのベータ値依存性. 縦軸はゆらぎの大きさの平均値であり, 横軸はベータ値を示す. (Ref. 57)

本来の磁場構造であれば, ATF は $\beta(0) \approx 15\%$ 程度まで理想MHD不安定性は発生しないはずである. (図16参照). このような閉じ込め領域の小さい場合をATF-Aと呼び, 改めてMercier条件による安定性計算を行った結果が図16である. この図からわかるようにATF-A配位では, 平衡のベータ限界値も低くなって磁気軸を内側へ寄せた場合に圧力駆動型不安定性が発生するベータ値も低くなっている. しかし, 不安定性が消える第二安定領域の様子は本来のATFに対する結果に対してたて軸を圧縮しただけになっており, MHD安定性の物理的機構に変化はない. $\Delta_v = -5$ cmの場合が図15の実験データに対応することに注意すれば, $\beta(0) \sim 1\%$ でゆらぎが見え始めることは実験と理論の対応が良いことを示している. 理想MHDモデルでは $\beta(0) \sim 2\%$ で十分に第二安定領域に入るが, 抵抗性インターチェンジモードにたいしても同様に第二安定領域へ接近する様子が図17に示されている. $\beta(0) \gtrsim 1.5\%$ に対しては, $n=2$ モードあるいは $n=3$ モードの抵抗性インターチェンジモードは磁気井戸が形成されるために安定化されることが線形

図16. ATF および ATF-A に対する平衡によるベータ限界値とMercier不安定領域. 縦軸は, 中心ベータ値 β_0 であり, 横軸は真空磁場における磁気軸の移動量を示す. (Ref. 43)

図17. $n=2$ モードおよび $n=3$ モードの抵抗性インターチェンジモードの成長率のベータ値 (β_0) 依存性と, 理論計算によるポロイダル磁場のゆらぎのベータ値依存性. (Ref. 43)

安定性計算からわかる⁴³⁾。実験結果は $n=1$ モードが主要なゆらぎの成分であることを示していて、線形理論そのままとは一致しない。これに対しては、抵抗性インターチェンジモードが発達した乱流状態を形成すると逆カスケードによりゆらぎのエネルギーは波長がもっとも長い $n=1$ モードに蓄積することを非線形シミュレーションによって示した⁴³⁾。

以上のヘリオトロン E と ATF の例からわかるように、ヘリオトロン／トルサトロンにおける長波長モードのゆらぎのデータを理解するためには低 n モードの抵抗性インターチェンジモードのふるまいを調べることが重要である。抵抗性インターチェンジモードを安定化するためには磁気井戸は必要不可欠である。プラズマの全領域を磁気井戸にして同時に適当な大きさのシアを保持することは $\ell=2$ のヘリカルコイルを持つヘリオトロン／トルサトロンでは容易ではない。同一の装置で磁気丘から磁気井戸に制御することが出来れば、ヘリオトロン／トルサトロンにおける抵抗性インターチェンジモードが巨視的安定性や異常輸送においてどのような意味を持っているのか明確に出来るだろう。特に、後者に対して実験的解答を出すことは急務の課題である。これに対してはヘリオトロン E, ATF, CHS, 三装置の実験データの比較検討を十分に行うことが重要と思われる。

6. まとめ

以上の最近のヘリオトロン／トルサトロンにおける MHD の研究は次のように整理できる。

- 1) 有限ベータ無電流平衡に対して三次元 MHD 平衡計算を行い、
- 2) 局所安定性条件 D_i (理想 MHD モード) と D_R (抵抗性モード) の評価をする。

以上により MHD の立場からは配位の優劣を決めることが可能であろう。(ただし、磁気井戸配位でバルーニングモードがベータ限界値を決めるような場合は除く。)

今後の課題としては、

- 1) ヘリオトロン／トルサトロン配位におけるバルーニングモードの重要度を明確にすること。
- 2) 有限ベータプラズマにおいては Pfirsch-Schluter 電流が流れ、これが三次元配位の場合には磁気面を破壊する可能性がある。このような効果を考慮した平衡と安定性の研究を行い、実験データと比較検討することが重要と考えられている。

謝 辞

京都大学におけるヘリカル系 MHD 理論研究を支えて下さったオークリッジ国立研究所の B. A. Carreras, N. Dominguez, J. N. Leboeuf, V. E. Lynch およびプリンストン大学プラズマ物理研究所の J. L. Johnson, G. Rewoldt の各氏に謝意を表します。また、平成元年度原子力委員会委託調査委員会において討論して下さい、山本賢三、伊藤孝孝、伊藤早苗、前田彦祐、常松俊秀、藤原正己、松田慎三郎、下村安夫、遠山潤志、大林治夫、福山淳の各氏にも感謝致します。

参 考 文 献

- 1) L. A. Artimovich : Nucl. Fusion **12** (1972) 205.
- 2) H. A. B. Bodin and A. A. Newton : Nucl. Fusion **20** (1980) 1255.
- 3) B. A. Carreras, G. Grieger, J. H. Harris, J. L. Johnson, J. F. Lyon, O. Motojima, F. Rau, H. Renner, J. A. Rome, K. Uo, M. Wakatani and H. Wobig : Nucl. Fusion **28** (1988) 1643.
- 4) K. Uo, *et al.* : in *Proc. 9th IAEA conf.* (Baltimore, 1982) vol. 2, p.209.
- 5) J. F. Lyon, *et al.* : Fusion Technol. **10** (1986) 179.
- 6) M. Fujiwara *et al.* : in *Proc. Int. Stellarator/Heliotron Workshop* (Kyoto, 1986) vol.1, p.288 (PPLK-5, Kyoto University).
- 7) U. Brossman *et al.* : in *Proc. 9th IAEA Conf.* (Baltimore, 1982) vol.3, p.141.
- 8) S. Yoshikawa : Nucl. Fusion **23** (1984) 667.
- 9) J. Nurenberg and R. Zille : Phys. Lett. **A129** (1988) 113.
- 10) J. P. Freidberg, *Ideal Magnetohydrodynamics* (Plenum Press, New York, 1987).
- 11) H. Grad, Phys. Fluids **10** (1967) 137.
- 12) F. Bauer, O. Betancourt and P. Garabedian : *Magnetohydrodynamic Equilibrium and Stability of Stellarators*, (Springer-Verlag, Berlin, New York, 1984).
- 13) S. P. Hirshman, W. I. van Rij, P. Merkel, Comput. Phys. Commun. **43** (1986) 143.
- 14) J. F. Clark and D. J. Sigmar : Phys. Rev. Letters **38** (1977) 10.
- 15) K. C. Shaing, S. P. Hirshman and J. D. Callen : Phys. Fluids **29** (1986) 521.
- 16) K. C. Shaing, B. A. Carreras, N. Dominguez, V. E. Lynch and J. S. Tolliver : Phys. Fluids **B1** (1989) 1663.
- 17) H. Sugama and M. Wakatani : J. Phys. Soc. Jpn **58** (1989) 1128.
- 18) N. Dominguez, J. N. Leboeuf, B. A. Carreras and V. E. Lynch : Nucl. Fusion **29** (1989) 2079.
- 19) V. D. Shafranov : Phys. Fluids **26** (1983) 357.
- 20) W. A. Cooper, S. P. Hirshman and D. K. Lee : Nucl. Fusion **29** (1989) 617.
- 21) G. Rewoldt and J. L. Johnson : Nucl. Fusion **24** (1984) 733.
- 22) H. P. Furth, J. Killeen and M. N. Rosenbluth : Phys. Fluids **6** (1963) 459.
- 23) S. Yashikawa : Phys. Fluids **9** (1966) 1442.
- 24) A. H. Glasser, J. M. Greene and J. L. Johnson : Phys. Fluids **19** (1976) 567.
- 25) J. M. Greene and J. L. Johnson : Phys. Fluids **4** (1961) 875.
- 26) L. M. Kovrizhnykh and S. V. Shchepetov : Sov. J. Plasma Phys. **6**(1980) 533.
- 27) F. Bauer, O. Betancourt, P. Garabedian and M. Wakatani, *The Beta Equilibrium, Stability, and Transport Codes* (Academic Press, Inc., London, 1987).
- 28) Y. Nakamura, M. Wakatani, J. N. Leboeuf, B. A. Carreras, N. Dominguez, J. A. Holmes, V. E. Lynch, S. L. Painter and L. Garcia : *'Equilibrium, Stability, and Deeply Trapped Particle Orbit Calculations For $\ell = 2$ Torsatron Heliotron Configuration PPLK-R-41* (Report of Kyoto University, Plasma Physics Laboratory, 1989) (Submitted in Fusion Technology).
- 29) S. P. Hirshman and O. Betancourt : *Bulletin of APS, Annual Meeting of the Division of Plasma Physics*, 3Q25 (1989).
- 30) M. Wakatani, K. Ichiguchi, F. Bauer, O. Betancourt and P. Garabedian : Nucl. Fusion **26** (1986) 1359.
- 31) R. Chodura and A. Schluter : J. Comp. Phys. **41** (1981) 68.
- 32) T. C. Hender, B. A. Carreras, L. Garcia, J. A. Rome, V. E. Lynch : J. Comp. Phys. **60** (1985) 76.
- 33) B. A. Carreras, N. Dominguez, L. Garcia, V. E. Lynch, Nucl. Fusion **28** (1988) 1195.
- 34) K. Harafuji, T. Hayashi and T. Sato : J. Comp. Phys. **81** (1989) 169.
- 35) J. R. Cary and M. Kotschenreuther : Phys. Fluids **28** (1985) 1392.
- 36) C. C. Hegna and A. Battacherjee : Phys. Fluids **B1** (1989) 392.
- 37) G. Anania, J. L. Johnson and K. Weimer : Phys. Fluids **26** (1983) 2210.
- 38) H. R. Strauss : Plasma Physics **22** (1980) 733.
- 39) M. Wakatani : Nucl. Fusion **18** (1978) 1499.
- 40) M. Wakatani : IEEE Trans. Plasma Sci. **PS-9** (1981) 243.
- 41) K. Ichiguchi, Y. Nakamura, M. Wakatani, N. Yanagi and S. Morimoto : Nucl. Fusion **29** (1989) 2093.

- 42) M. Wakatani, H. Shirai and M. Yamagiwa : Nucl. Fusion **24** (1984) 1407.
- 43) B. A. Carreras, N. Dominguez, J. N. Leboeuf, V. E. Lynch and L. A. Charlton : *A First Glance at the Initial ATF Experimental Results* ORNL/TM-11102 (1989).
- 44) V. E. Lynch, B. A. Carreras, L. A. Charlton, T. C. Hender, L. Garcia, H. R. Hicks and J. A. Holmes : J. Comp. Phys. **66** (1986) 411.
- 45) T. C. Hender and B. A. Carreras : Phys. Fluids **27** (1984) 2101.
- 46) V. D. Pustovitov : Nucl. Fusion **23** (1983) 1079.
- 47) J. Todoroki : J. Phys. Soc. Jpn **56** (1987) 128.
- 48) Y. Nakamura, K. Ichiguchi, M. Wakatani and J. L. Johnson : J. Phys. Soc. Jpn **58** (1989) 3157.
- 49) J. L. Johnson *et al.* : J. Comp. Phys. **32** (1979) 212.
- 50) R. Gruber and J. Rappaz, '*Finite Element Methods in Linear Ideal Magnetohydrodynamics*' (Springer-Verlag, New York, 1985).
- 51) C. Mercier and H. Luc : *Lectures in Plasma Physics* (CEC, Luxembourg, 1974) and C. Mercier : Nucl. Fusion **1** (1960) 47.
- 52) K. Matsuoka : Private Communication.
- 53) H. L. Berk, M. N. Rosenbluth and J. L. Shohet : Phys. Fluids **26** (1983) 2616.
- 54) G. Rewold, M. Wakatani and J. L. Johnson : Plasma Phys. and Cont. Fusion **29** (1987) 1643.
- 55) M. Wakatani, K. Ichiguchi, H. Sugama, K. Itoh, A. Hasagawa, J. Todoroki and H. Naitou : *in Proc. 11th IAEA Conf.* (Kyoto, 1986) vol. 2, p. 625.
- 56) M. Wakatani : *in Proc. International School of Plasma Physics on 'Theory of Fusion Plasmas'* (Varenna, 1987) p. 333.
- 57) J. H. Harris *et al.* : Phys. Rev. Letters **63** (1989) 1249.
- 58) J. H. Harris *et al.* : Phys. Rev. Letters **53** (1984) 2242.