プラズマ・アンジュレーター

鈴木 康 夫

(日本原子力研究所 東海研究所)

(1992年5月20日受理/1992年8月10日改訂原稿受理)

Plasma Undulator

Yasuo Suzuki

(Received May 20, 1992/Revised Manuscript Received August 10, 1992)

Abstract

Two types of the undulator which is developed as a generator of the highly brilliant light for the synchrotron radiation sources and the free electron lasers, are newly proposed using the array of slender plasmas columns. One is the magnetic field type, in which the undulator force on the relativistic electron beam is generated with the electric current flowing through the plasma columns. The other is the electric field type, in which the undulator force is generated with the periodic variation of the density between the slender plasma columns. The production methods and the stabilization ones of plasma columns are discussed.

Keywords:

synchrotron radiation, undulator, plasma, free electron laser, synchrotron radiation source,

1. はじめに

プラズマの新しい応用の一つとして、プラズマ・アンジュレーターを提案する。最近、プラズマの応用分野として、半導体や超電導材料など新しい材料の創製や、新しい原理に基づく加速器の開発にプラズマ技術が考えられているが、ここでは、放射光や自由電子レーザーに用いられる光源用のアンジュレーターへの応用の一例を報告する。

アンジュレーターとは、相対論的電子ビームを蛇行（アンジュレーション運動）させて、その際に生ずるシンクロトロン放射光を発生させる装置である。蛇行させるためには、進行方向と直交する方向に周期的に力を加える必要があり、一般的には、周期的に配列された永久磁石を用いて作る。アンジュレーターは、第3世代放射光施設（たとえば、西播磨に建設されている SP ring-8）や自由電子レーザーの相対論的電子ビームの運動エネルギーを X 線や赤外線の光に換える主要な装置となっている。

Tokai Research Establishment, Japan Atomic Energy Research Institute, Ibaraki 319-11.

第1図 自由電子レーザーの原理 線型加速器から出た相対論的電子ビームは、アンジュレーターという周期的な磁場配位の中を蛇行しながらシンクロトロン放射光を発する。この光は鏡2枚で構成される光共振器により、続いて入射してくる電子ビームと相互作用し、光を増幅する。

自由電子レーザーでのアンジュレーターの利用法を第1図に示す。この図では、 z 軸方向に沿って y 方向に周期的な磁場（正弦波状）を作っている。この磁場によって蛇行する電子ビームからは、いわゆるシンクロトロン放射光（アンジュレーター放射光）が放出される。その光は、同一軸上での多数回の発光が干渉により強めあい、準単色の光となる。 n 次の高調波の波長は、

$$\lambda_n = \frac{\lambda_u}{2n\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2}\right) \quad (1)$$

で表される¹⁾。ここで、 λ_u はアンジュレーター磁場の波長（周期長）、 γ はいわゆるローレンツ・ファクター $\gamma = \sqrt{1 - (v/c)^2}^{-1} = E/m_0c^2 = 1957 E [\text{GeV}]$ (E は電子ビームのエネルギー)である。

K はアンジュレーターの性質を特徴づけるパラメータで、

$$K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi m_0c} = 93.4 \lambda_u [\text{m}] B_0 [\text{T}] \quad (2)$$

ここで、 B_0 はアンジュレーター磁場の振幅であり、 m_0 は電子の静止質量である。

$K \leq 1$ の時をアンジュレーターといい、この場合は周期数だけの発光が重なり、その間に干渉が起き指向性が強く、幅の狭いスペクトルとなる。 $K \gg 1$ の時はウイグラーといい、幅広いスペクトル光が発生する。

発生したアンジュレーター放射光を光共振器に入れ、蛇行電子パルスと共振させれば増幅が可能となり、いわゆる誘導放射となる。

さて、著者の関心は、いかに経済的に短波長の光源を作るかにある。(1)式からわかるように、発生する光の波長は、アンジュレーターの周期長に比例し、相対論的電子ビームのエネルギーの2乗に反比例する。電子ビームのエネルギーを上げるには、それに比例して加速器が大きくなり経費も大きくなる。したがって、アンジュレーターの周期長をいかに短くするかがポイントになる。

周期長の1mm程度、あるいはそれ以下のものをマイクロ・アンジュレーターと呼ぶが、この多く

は、従来型の永久磁石に溝を掘り、ピッチを狭くするもので、現在のところ提案のみで、実際に実用化されている例はまだない。それは以下に述べる事情によると思われる。例えばサマリウム・コバルトの磁石で設計した場合²⁾,

$$B_0 [\text{Tesla}] = 3.34 \exp \left[-\frac{g}{\lambda_u} \left(5.47 - 1.8 \frac{g}{\lambda_u} \right) \right] \quad (3)$$

の経験則がある。強い磁場 B_0 を作るには、 $\frac{g}{\lambda_u}$ (g は磁石間のギャップ長) をいかに小さくするかに依存する。 g は電子ビームを通すスペースをとる必要から、最小値は、ほぼ決ってしまう。つまり、電子ビーム径 1 mm ϕ とすれば、その3倍は正味必要と考え、さらに真空チェンバーを磁石間に通すことを考えれば、 $g = 10$ mm は必要となる。このとき B_0 として 1 Tesla を考えると、

$$\lambda_u \cong \frac{5.47}{\ln 3.34} g = 45.2 [\text{mm}] \quad \text{となる。}$$

そこで、真空チェンバー内に磁石列を入れたり、磁石に溝を入れる方式で、 λ_u を小さくする方法を考えているが、よい方法がまだ確立していない。

さらに、(2) 式からわかるように、 λ_u を小さくすると B_0 も小さくなり、したがって K が小さくなり、放射光の強度は K^2 に依存することから効率のよい光源とならなくなってしまふ。

ここで提案するプラズマ・アンジュレーターは、このマイクロ・アンジュレーターを指向するもので、上記の磁石を利用したものとは比べ、数段の利点をもっているものである。

以下、第2章には、プラズマ・アンジュレーターの説明と作り方、そして、その磁場分布と磁気流体力学的平衡解について述べる。第3章ではプラズマ粒子の衝突の影響およびプラズマの安定化について述べる。第4章は、プラズマ・アンジュレーターの特長を従来型アンジュレーターとの比較においてまとめる。

2. プラズマ・アンジュレーター

前章で述べたように、相対論的電子ビームを蛇行させるために、その進行方向と直交する力を作らせる周期的な場を作る必要がある。

平行あるいは逆平行に流れる電流によりプラズマを作り (第2図)、平面上に多数の細いプラズマ柱

第2図 逆平行に電流を流すプラズマ・アンジュレーターによる周期的磁場配位、紙面上下方向に周期的磁場が発生する。

を並べる。その電流によって生ずる磁場分布は、その面内に垂直に、つまり電流に直交する方向にでき、相対論的電子ビームに対して、交互に向きをかえる周期的な場を与えることになる。

一方もし、このようなプラズマ柱の配列のプラズマ密度に注目すれば、それは周期的な密度分布ができていることを意味し、これが相対論的電子ビームの空間電荷によって周期的電場分布と化し、これも蛇行させる場となりうる。ここでは、それらの方式を、磁場型（逆平行電流）プラズマ・アンジュレーター、磁場型（平行電流）プラズマ・アンジュレーター、電場型（斜交型）プラズマ・アンジュレーターと名付け、それぞれについて説明する。

2.1 磁場型（逆平行電流）プラズマ・アンジュレーター

第3図のように、絶縁材のパイプに包まれた電極線を多数並べ、向い合わせに配列する。向い合う電極線の間に電圧をかけ電流を流す。互いに隣り合う電極間には逆方向の電流が流れるようにする。放電が行えるように、適度なガス圧を差動排気、パフ、あるいは電極材の蒸発によるガスなどで調節する。

第3図 磁場型（逆平行電流）プラズマ・アンジュレーターの作り方。絶縁パイプに電極線を入れたものを多数ならべ、向い合わせた電極間に放電させる。

プラズマ中の電流により、プラズマを包むように磁場ができ、その磁場圧によりピンチ効果が発生、細く収縮し、糸状のプラズマとなる。図示された座標系をとると、電子ビーム軌道 z 方向に垂直な周期的磁場分布 $B_y(z)$ ができる。電子ビームの速度を v とするとローレンツ力 $F = e(v \times B_y)$ の力を x 方向に受けることになり、 xz 面内を蛇行することになる。その際、アンジュレーター放射光（シンクロトロン放射光）を発生させることになる。

放電させるための電気回路は、第4図のように向い合う電極間にインダクタンスをつないで直列につなぐようにし、パルス回路で電圧をかければ、電極間に電圧がかかり、放電が発生する。もし、ある電極間に放電が起きないとすれば、パルス回路の全電圧がそこに集中的にかかり、放電することになる。このようにすれば、各電極間に流れる電流はすべて等しくなる。

第4図 磁場型(逆平行電流)プラズマ・アンジュレーター用放電回路の例
(a) 直列方式, (b) 並列方式

スイッチはレーザー光あるいは電子源からの光, インダクタンスは抵抗, コンデンサーはケーブルを代用できる。

アンジュレーターの周期は電極線2本で1周期となるから, 電極線間の距離を d とすれば $\lambda_u = 2d$ となる. yz 面 ($x=0$) の磁場分布を考えよう.

まず, 半径 r_0 のプラズマ円柱があり, その中に一様に電流が流れているとする. 全電流は I とすると, プラズマ柱の中のポロイダル磁場はよく知られているように, 円筒座標 r, θ, ζ を用いて,

$$\begin{aligned} B_\theta &= \frac{\mu_0 r I}{2 \pi r_0^2} \quad (r \leq r_0) \\ &= \frac{\mu_0 I}{2 \pi r} \quad (r > r_0), \end{aligned} \quad (4)$$

と表されることを念頭に, $z = z_0, z_0 \pm nd$ ($n = 1, 2, \dots, n$) を中心とする半径 $d/2$ のプラズマ柱が $2N+1$ 本あり, 互いに隣り合うプラズマ中には逆方向の電流が流れていると考えよう. この時, $z_0 - d/2 \leq z \leq z_0 + d/2$ の範囲で $x=0$ 面での磁場 $B_y(z)$ は以下のように表される.

$$\begin{aligned} B_y(z) &= \frac{2\mu_0 I}{\pi d^2} (z - z_0) + \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n \mu_0 I (z - z_0)}{\pi \{(z - z_0)^2 - (nd)^2\}} \\ &= \frac{2\mu_0 I}{\pi d^2} (z - z_0) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \frac{(-1)^n}{\{(z - z_0)/d\}^2 - n^2} \right\} \end{aligned}$$

$N \rightarrow \infty$ と近似すれば、級数の公式により、

$$B_y(z) = \frac{2\mu_0 I}{\pi d^2} (z - z_0) \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{2(z - z_0)^2} - \frac{\pi d}{2(z - z_0)} \times \frac{1}{\sin \pi(z - z_0)/d} \right) \right\} \\ = \frac{2\mu_0 I}{\pi d} \left[\frac{(z - z_0)}{d} - \frac{d}{4(z - z_0)} \left\{ 1 - \frac{\pi(z - z_0)/d}{\sin \pi(z - z_0)/d} \right\} \right]. \quad (5)$$

したがって、 $B_y(z_0) = 0$ 、 $B_y(z_0 + d/2) = \mu_0 I/2d$ となり、プラズマ柱単独の時の最大値 $B_y(z_0 + d/2) = \mu_0 I/\pi d$ と比べると第5図のように $\pi/2$ 倍大きくなる。そして、次の周期 $z_0 + d/2 \leq z \leq z_0 + 3/2d$ では逆方向の勾配となり、これと合わせて1周期を作る三角波になることがわかる。

ここで、装置パラメータを想定して具体的に考えてみよう。 $d = 1 \text{ mm}$ 、 $I = 1 \text{ kA}$ とすると、

$$B_{\max} = 0.62 [\text{T}]$$

(2) 式より K パラメータは、 $K = 0.12$ となる。

相対論的電子ビームとして、現在、原研で建設中の自由電子レーザー用超電導加速器からのものを想定すると、 $\gamma = 40$ (約 20 MeV) となり、アンジュレーター放射光の波長 λ は、

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma^2} \left(1 + \frac{K^2}{2} \right) = 0.63 \mu\text{m}$$

となる。従来型のアンジュレーターを用いる現在の設計では、約 $10 \mu\text{m}$ の発振を目指しているのとは比べてはるかに短波長となる。

磁気流体力学的な平衡解も次のよう計算できる。直線型放電で作る z -pinch の場合を考えて、磁束関数を導入する。今の場合、 x 方向に移動しても変わらない移動対称性 (translational symmetry) の場合には、ベクトル・ポテンシャル A_x を用いて磁束関数を表すことができる³⁾。 $-d/2 \leq z \leq d/2$ には一様電流が流れ、 $z = \pm d$ には逆方向に同じ量の電流が流れる場合の A_x は、円柱座標で表せば、

$$A_x = \frac{\mu_0 I}{\pi} \frac{r^2}{d^2} - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \ln(r^4 + d^4 - 2r^2 d^2 \cos 2\theta) \quad (6)$$

あるいは $Y = y/d$ 、 $Z = z/d$ と座標変換して、

第5図 $X = (z - z_0)/d$ において $f(x) = X - (1/4x) \cdot [1 - \pi x / \sin \pi x]$ のグラフ。半周期分が書かれており、あとの半周期はこのグラフを鏡映したものがつく。一周周期としては三角波となる。縦軸は単独のプラズマ表面での磁場の2倍を1としている。つまり約1.6倍の磁場強度となる。

第6図 $A_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} [4(Y^2 + Z^2) - \ln\{1 + (Y^2 + Z^2)^2 - 2(Z^2 - Y^2)\}]$ の等ポテンシャル面、但し、 $0.5 \leq z \leq 1.5$ の範囲は $-0.5 \leq z \leq 0.5$ の図をそのまま移動した。

$$A_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} [4(Y^2 + Z^2) - 4 \ln d - \ln \{1 + (Y^2 + Z^2) - 2(z^2 - Y^2)\}]$$

となる。第6図に、その等ポテンシャル面（プラズマの等圧面）を示す。\$Y=0, Z=0\$ の周辺では \$\sqrt{3}:1\$ の楕円形の等ポテンシャル面となることは、その周辺で展開してみればわかる。第5図からわかるように、プラズマの周辺ほど磁場圧が大きくなることから、プラズマ中心でプラズマ圧が大きく周辺に行くにつれプラズマ圧が小さくなる。

2.2 磁場型（平行電流）プラズマ・アンジュレーター

前節で述べたように、電極線は向い合わせに配列するのであるが、この節では、すべて同方向に電流を流す場合を考察する。この場合は、第7図のように各放電ごとに回路を並列につなぎ、電流の混合を防ぐ必要がある。この場合には、スイッチの数が多くなるので、レーザー光のような光源で、全部の放電を同時にトリガーする方法が考えられる。

第7図 磁場型（平行電流）プラズマ・アンジュレーターとその放電回路。コンデンサーは、同軸ケーブルで代用も可、スイッチは、レーザー光や加速器からのX線等を用いて同時にトリガーすることが可能。

磁場分布を計算すると、前節と同じ方法により、

$$B_y(z) = \frac{2\mu_0 I}{\pi d^2} (z - z_0) + \sum_{n=1}^N \frac{\mu_0 I (z - z_0)}{\pi \{(z - z_0)^2 - (nd)^2\}} \quad (7)$$

ここで同方向の電流ということですのですべての項が加算される、\$N \rightarrow \infty\$ にもっていけば

$$B_y(z) = \frac{2\mu_0 I}{\pi d^2} (z - z_0) \left\{ 1 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\{(z - z_0)/d\}^2 - n^2} \right\}$$

$$= \frac{2\mu_0 I}{\pi d} \left\{ X + \frac{1}{4X} (\pi \cot \pi X - 1) \right\} \quad (8)$$

となり、第8図に示すようなグラフとなる。この場合は磁場の周期長は $\lambda_u = d$ となり、短波長にはなるが磁場強度はかなり弱くなる。

さらに、前節と同じように、等ポテンシャル面を求めれば、

$$A_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} [4(Y^2 + Z^2) - 4 \ln d + \ln \{1 + (Y^2 + z^2)^2 - 2(z^2 - Y^2)\}] \quad (9)$$

から第9図が得られる。この場合は、プラズマの中心部とセパトリックスの周辺で磁場圧が0となり、その中間の最大磁場圧も第8図に見られるように小さいことから、むしろ、プラズマ中に電流チャンネルが埋没してとイメージした方が妥当で、大きな $B_{\max}$ は得にくいことがわかる。

2.3 電場型(斜交型)プラズマ・アンジュレーター

プラズマ中の電流によってアンジュレーターを作るのに対して、細いプラズマ間に生じる電場によってアンジュレーターを作ることでもできる。ただし、電子ビームと直交する方向に周期的電場を作るためには、第10図のように、細いプラズマを斜めに作る必要がある。プラズマ密度が周期的に分布しているところに、相対論的電子ビームが入ってくると、質量の重い相対論的電子ビームの電荷によってプラズマ電子が押しのけられ、結果的にイオンのリップルの電場の中を通ることになる。この電場は斜交することにより、電子ビームと直交する電場成分をもつことになる。つまり、この場合にも、 $y=0$ 平面上に蛇行することになる⁴⁾。

第10図の (Z, X) 座標で考える。イオンの密度は $n_i = n_0 [1 + \delta_i \sin kZ]$, $k = 2\pi/d$ すると、

第8図 $X = (z - z_0)/d$ において、 $f(X) = X + (1/4X) \{\pi \cot \pi X - 1\}$ のグラフ、縦軸は単独プラズマ表面の磁場の2倍を1としている。つまり、6%の磁場強度となる。

第9図 磁場型(平行電流)プラズマ・アンジュレーターの平衡解、 $A_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} [4(X^2 + Y^2) + \ln \{1 + (Y^2 + z^2)^2 - 2(z^2 - Y^2)\}]$ 等ポテンシャル面。但し、 $0 \leq z \leq 1.5$ の範囲は、 $-0.5 \leq z \leq 0.5$ の図をそのまま移動した。

第10図 電場型プラズマ・アンジュレーター。プラズマの密度変化と相対論的電子ビームの空間電荷との相互作用でイオン・リップルを作り斜交させることによってアンジュレーター作用を作る。

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = en_0 \delta_i \sin kZ / \epsilon_0, \quad (\epsilon_0 \text{ は誘電率}) \quad (10)$$

から

$$\mathbf{E} = -en_0 \delta_i \cos kZ / k\epsilon_0 \cdot \hat{Z} \quad (11)$$

となる。ここで $\hat{Z}$ は Z 方向の単位ベクトルである。つまり、相対論的電子ビームと直交する成分は

$$E_x = +en_0 \delta_i \cos k_u z \cdot \sin \theta / k\epsilon_0 = en_0 \delta \cos k_u z \cdot \sin \theta / k_u \epsilon_0 \quad (12)$$

ここで、 $\delta = \delta_i \cos \theta$, $k_u = k \cos \theta$ とする。

もし、電子ビーム密度 (n_b) がプラズマ密度以上の場合には、プラズマ中の軽い電子は電子ビーム軌道からとばされ、 $n_0 \delta_i \sin kZ$ のイオンリップル中を電子ビームが運動することになる。

n_b として 10^8 A/m^2 の相対論的電子ビームを考えると $n_b \cong 2 \times 10^{20} / \text{m}^3$ となる。 $n_0 = n_b$, $\delta = 0.01$, $k = 2\pi \cdot 10^3$, $\theta = \pi/4$ とすると $E_x \approx 400 \text{ MV/m}$ となる。ローレンツ力, $F = e\{E + C \times B\}$ の磁場 B と比較して、この E_x は 1.3 T の磁場に相当することがわかる。文献 4) によると、超音波+レーザー光、あるいは、Ion acoustic 波によるイオン・リップルを提案しているが、このプラズマ・アンジュレーターはより短いピッチのアンジュレーターを作るために直接放電によってイオン・リップルを作るものである。

斜交の角 θ を $\pi/4$ とすると、このアンジュレーターの周期長は $\lambda_u = \sqrt{2} d$ となる。

なお、放電の作り方に関しては、文献 7) に詳しく、放電開始電圧は、ガス、陰極材料によって異なるが、 $\text{pg (Torr} \cdot \text{cm)}$ の関数として示され (パッシェン曲線)、約 $1 \sim 10 \text{ (Torr} \cdot \text{cm)}$ で、最小値 300 V 前後である。陰極降下電圧は 10 V 程度であるから、放電維持電圧はこれ以上あればよい。また、プラズマ電流の密度も、陰極の近くで銅と銅の放電で 10^6 A/cm^2 (10 kA/mm^2) から炭素と炭素の 500 A/cm^2 まで種々のデータがあり、実験的な方法で選択すべきであろう。

3. プラズマ粒子の衝突の影響とプラズマの安定化

プラズマ・アンジュレーターを議論する時、もっとも気になるのは、プラズマ粒子による衝突の影響である。とくに、リング加速器* は、リング中の真空度を極端によくするように腐心しているのに、電子ビームの軌道上にプラズマを作るとはもっての外と考えられるかも知れない。しかし、リング加速器の場合には、貯蔵された電子ビームを長時間リング内を周回させるものであり、ある個所で衝突の影響を受ければ、周回のたびに軌道への影響を加算されるのである。このような心配は、リニアックのように、ビームを 1 回のみアンジュレーターに通す場合には要らない。むしろ、線型加速器側の真空度、電子銃のあたりの真空度に影響のないように配慮すればよいことになる。

さて、衝突の影響としては、プラズマを構成するイオンと電子による相対論的電子ビームの損失 (散

* 例えば、兵庫県に建設中の大型放射光施設・SP ring-8 は、一周 1.5 km のリング加速器で、 8 GeV の電子ビームを入射し、貯蔵する。電子ビームは、周回しつつ放射光を放出し、残留ガスとの相互作用で減衰する。

乱), エネルギー損失 (制動輻射), エミッタンス変化等が考えられる。

散乱断面積の式を列挙すると以下ようになる⁵⁾。

$$\sigma_R(z) = \frac{4\pi z^2 r_e^2}{\gamma^2 \theta^2} \quad (13) \quad \text{Rutherford 散乱の公式}$$

であり, 原子核 (原子番号 z) の反跳を無視した場合で散乱角 θ 以上の全断面積である。 r_e は古典電子半径 (2.818×10^{-15} m) である。

$$\sigma_M = \frac{4\pi r_e^2}{\gamma^2 \theta^2} \quad (14) \quad \text{Møller 散乱の公式}$$

であり, 核外電子とクーロン散乱をして, θ 以上の角度で失われる全断面積である。 Rutherford 散乱の $z=1$ とした場合に等しい。

$$\sigma_B(z) = \frac{4r_e^2}{137} z(z+1) \cdot \ln(183/z^{1/3}) \cdot \left[+\frac{4}{3} \ln \frac{\gamma}{\gamma_c} - \frac{5}{6} \right] \quad (15)$$

これは電子ビームのエネルギーが γ から γ_c だけ損失するまでの全断面積である。 γ_c は加速器研究分野では, RF バケットから飛び出すエネルギーロスからきめられるものであるが, 自由電子レーザーの場合には, 入射電子ビームのエネルギー幅 ($1/2 N$) との関係を考える必要がある。 (N はアンジュレーターのピッチ数)

一般に, これらの散乱によって失われる電子ビームの寿命は $\frac{1}{\tau} = -\frac{1}{n} \frac{dn}{dt}$ で定義され, 上記の $\sigma_{R,M,B}$ を用いて

$$\frac{1}{\tau_R} = CN_P \sigma_R, \quad (16)$$

$$\frac{1}{\tau_M} = CN_P z \sigma_M, \quad (17)$$

$$\frac{1}{\tau_B} = CN_P \sigma_B, \quad (18)$$

と表される。 これら全ての散乱によるビーム損失は

$$\frac{1}{\tau_G} = \frac{1}{\tau_R} + \frac{1}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_B} \quad (19)$$

であり, $\frac{\Delta n}{n} = \frac{\Delta t}{\tau_G}$, $\Delta t = \frac{\ell}{c}$ として,

$$\frac{\Delta n}{n} = \ell N_P \{ \sigma_R + z \sigma_M + \sigma_B \} \quad (20)$$

と考えてよい。 ここで $N_P [\text{m}^{-3}] = 3.22 \times 10^{22} \text{ P [Torr]}$ であり, ℓ はプラズマ・アンジュレーターの長さとする。

例えば, $z=7$, $\gamma=40$ (~ 20 MeV), $N_P=1$ Torr, $\ell=1$ m, $\theta=g/2\ell=5/2000$ (g は電極間の距離) の場合を考えると, σ_R の寄与が一番大きくなって

$$\Delta n/n = 3.22 \times 10^{22} \times 4.8 \times 10^{-25} \sim 1.5 \times 10^{-2} \quad (21)$$

1 Torr の窒素ガスを用いてもこの程度である。 プラズマ・アンジュレーターの場合には散乱の影響は

無視できることになる。

一般にエミッタンス (ϵ) の増加量は、電子ビームのベータ関数を β 、ディスパージョンは無いものと仮定すると、1回の衝突あたりの変化分 $\Delta\epsilon$ は⁶⁾、

$$\Delta\epsilon = \frac{\beta}{2} \langle \theta^2 \rangle \quad (\theta \text{ は散乱角, } \langle \rangle \text{ は平均を表す}) \quad (22)$$

と表される。すなわち長さ ℓ のプラズマ・アンジュレーターを通過する間に変化するエミッタンスは、

$$\Delta\epsilon = \frac{\ell}{c} \cdot cN_p \frac{\beta}{2} \sigma \langle \theta^2 \rangle = \frac{\ell N_p}{2} \sigma \langle \theta^2 \rangle \cdot \beta \quad (23)$$

弾性散乱による $\sigma \langle \theta^2 \rangle$ は散乱角の最大は原子核程度による電子波の回折角、最小は原子半径程度による回折角と見積られて、

$$\sigma \langle \theta^2 \rangle = \frac{8\pi r_e^2 z^2}{\gamma^2} \ln \frac{4.1 \times 10^4}{(Az)^{1/3}} \quad (24)$$

また制動放射の場合を考えても、

$$\sigma \langle \theta^2 \rangle = \frac{2r_e^2}{137} z(z+1) \left[\frac{8}{3} \ln \frac{183}{z^{1/3}} + \frac{2}{9} \right] \frac{\ln \gamma}{\gamma^2} \quad (25)$$

と表される。

β 関数はプランナー型のアンジュレーターの場合には、Halbach²⁾ によって $\beta = \frac{\lambda_u \gamma}{\sqrt{2} K \pi}$ と与えられているから、前章で考えたようなパラメータをとり、 $\lambda_u = \frac{2}{1000}$ [m], $K = 0.1$ とすると $\beta = 0.18$ m となり、

$$\Delta\epsilon \cong 1 \times 10^{-8} \text{ [m rad]} \quad (26)$$

程度となる。これは常温ガス 1 Torr の圧力で、20 MeV の場合でさえ、この程度であることを考えると、このプラズマによるエミッタンスの増加も非常に小さいものと考えてよいことがわかる。ちなみに、現在原研で建設中の超電導加速器リニアックの設計ではエミッタンスは 10^{-5} 代を目標としている。

安定な放電の形成、プラズマの安定化について検討する。まず、放電の形成で気になるのは、所定の電極間で放電が起き、それが持続できるかである。対向する電極間ではなく、隣りの電極間で放電することは十分考えられる。また、特に磁場型プラズマ・アンジュレーターの場合にプラズマ柱同志の反挑力あるいは吸引力をどのように抑えるかが問題点となる。

さらに、磁場型のように、大きな電流を流して強い磁場を作りたい場合には、プラズマ柱自身の電磁流体力学的不安定性、例えば、ソーセージ不安定性、キンク不安定性と呼ばれる不安定性などについては安定化の方策を考えておく必要がある³⁾。

これらの問題を解決する特効薬は、いわゆる縦磁場を使うことである。電流と同じ方向に磁場を作ることによってプラズマを安定化する方法はよく知られていることであるが、これは、磁場は磁力線を包む面には $B^2/2\mu_0$ の圧力を持ち、また磁力線の間には $B^2/2\mu_0$ の張力をもつ性質によるもの

である。

縦磁場が放電形成時に、対向する電極間に放電しやすくするのは論をまたないし、たとえ隣りの電極間で放電しても、すぐに対向電極と放電が移行するであろう。プラズマ柱同志の反挑力あるいは吸引力に対しても、磁力線の張力が一定の効力がある筈である。

ソーセージ不安定性とキンク不安定性は第 11 図に示したような磁気流体力学的不安定性であるが、その安定化条件は、よく知られているように、プラズマ電流 I_x によるポロイダル磁場 B_θ として、半径 $d/2$ のプラズマに対して、

$$B_x^2 > \frac{B_\theta^2}{2} = \frac{1(\mu_0 I_x)^2}{2(\pi d)^2} \quad (\text{ソーセージ不安定性}),$$

つまり、

$$B_x > \mu_0 I_x / \sqrt{2} \pi d, \quad (27)$$

キンク不安定性については、

$$B_x > \frac{g B_\theta}{\pi d} = \frac{g \mu_0 I_x}{(\pi d)^2} \quad (\text{キンク不安定性}) \quad (28)$$

で表され、 B_x を作ることが安定化の条件となる。これはクルスカル・シャフラノフの条件と呼ばれる。ここで、 g は電極間のギャップ長、つまり、プラズマの長さである。一般に $g/\pi d > 1$ であろうから、クルスカル・シャフラノフの条件を満たす縦磁場 B_x の方を考えれば両方を安定化できるであろう。

第 11 図 ソーセージ不安定性とキンク不安定性。磁気流体力学的不安定性の基本的なもの二つ。

第 12 図 プラズマ安定化の方法（縦磁場方式）。同一の磁極板・永久磁石磁石で電極線をサンドイッチにはさみ、それを向い合せにする。磁力線のかからぬ電極線は省略するか、放電しないようにすればよい。

この縦磁場 B_z は、相対論的電子ビームそのものを大きく偏向させてしまう可能性がある。ただしこの場合は、プラズマ電流による磁場 B_y によるものは、 x 方向にアンジュレーション運動するのに対して、 B_z はそれと直交する方向つまり y 方向に偏向する。この電子ビームの偏向を直すためには、向きが逆の磁場 $-B_z$ を電子ビーム軌道の上に置き、矯正すればよい。つまり、第12図のように、永久磁石を電極をはさむように配置して、ピッチの長いアンジュレーター磁場を作ればよい。アンジュレーション運動が直交すること、ピッチ長が大きく異なることから、2つの波長の光が放出されるとしても、相互に大きな影響を及ぼさないであろう。ただし、アンジュレーション軌道の波長を λ_s とし、その振幅 $K\lambda_s/2\pi\gamma$ がプラズマ半径から大きくはみ出さないことが必要である。

細いプラズマ中の電流が隣り同志逆方向に流れる時、互いに反挑力が働く。このため、プラズマ列の端にアンカーコイルと名付けるループを作り、これに同じ電流を流して反挑力を抑える方法がある。第13図のように垂直磁場を作る方法である。

第13図 アンカーコイル。
プラズマ柱列の反撥が強い時、垂直磁場で抑えるためのコイル。

4. プラズマ・アンジュレーターの特徴・まとめ

前章までの検討をふまえて、プラズマ・アンジュレーターの特徴を以下のようにまとめてみる。

(1) 従来の永久磁石のマイクロボール・アンジュレーターと比べて g/λ_u を大きくとれる。これは遠方の電極によって放電させることによって、相対論的電子ビームの軌道の上に周期的磁場を直接作ることができることによる。

(2) したがって、生成される磁場あるいは電場は十分強いものが期待できる。

(3) 細い電極、薄い絶縁材を用いて、極めて短いピッチ長のものが実現でき、また最近開発されている半導体技術、あるいはマイクロ・テクノロジーの利用により更に短いピッチ長のものが期待できる。

(4) プラズマ・アンジュレーターはパルス的にアンジュレーター作用を作り出せることも大きな特長であり、普段は、放電させずにおき、必要なタイミングで電流を流すことによってアンジュレーターとすることができる。しかも、その電流(磁場)を電気回路によって変化させることにより、発生する光の波長を変化させることができる。これを従来型が、機械的に磁極のキャップ間隔を変える方式と比べて格段の利点である。

(5) 前章までは、電子ビームの加速器として線型加速器を想定したが、これは真空度の悪さがビーム寿命に影響するからである。しかし、アーク放電のように電極材の蒸発やパフのように一時的にガ

スを注入する方式を工夫すれば、真空度の悪い部分は局所化することができ、またパルスのすることができる。このような場合にはストレージ・リング型にも、プラズマ・アンジュレーターは適用できる。ビーム入射時には、アンジュレーション作用を起こさせなかったり、ビームのエミッタンスがよくなるためのダンピング時間をリング自身に与え、パルスのアンジュレーター作用を作る方式をとれば、リング軌道上にバイパスをわざわざ作らなくてもよくなる。

(6) アンジュレーション運動の面が、電極の置かれる平面上であり、従来型の磁極へ置かれる面と直交するのと異なる点も留意する必要がある。

(7) プラズマ中を電子ビームを通すことによって、電子ビームを収束させることができる（プラズマ・レンズ作用）。これは、放射する光を増幅させる効果をもたらすであろう。

(8) また、プラズマ中では電磁波（光）に対する屈折率が小さくなることから、電磁波を光軸上に収束する作用もある（オプティカル・ガイド作用）。この作用を利用すれば、高効率自由電子レーザーが得られる。

(9) 最大の問題は、磁場分布の制御は非常に難しく、基本波だけのアンジュレーター磁場とはならないであろう。したがって高調波の発生は覚悟しなくてはならない。これらは実験によって定められるであろう。

最後に、アンジュレーター放射光の全放射パワーと自由電子レーザーのピーク増幅率 G をアンジュレーターの長さ $\ell = 0.4 \text{ m}$ ($N = 200$) の場合についてあててみよう。

全放射パワーは¹⁾

$$P_T = 1.65 \times 10^{-4} \gamma^2 B_0^2 \ell \text{ (m)} \bar{I} \text{ (A)} \quad [\text{ワット}] \quad (29)$$

今 $B_0 = 0.62 \text{ [T]}$, $\bar{I} = 100 \text{ A}$, $\gamma = 40$ として

$$P_T = 4 \quad \text{ワット} \quad \text{となる}$$

また、ピーク増幅率は、電子パルスを光の断面積と等しいとし、それを Σ_e と表すと、

$$G = 2^{5/2} \pi^2 \lambda_\mu^{1/2} \lambda^{3/2} N^3 \frac{K^2}{(1+K^2)^{3/2}} \frac{\bar{I}}{I_A \Sigma_e} F(K) C(x) \quad (30)$$

となる、 $I_A = 4 \pi \epsilon_0 m c^3 / e = 1.7 \times 10^4 \text{ A}$ (Alfvén current) であり

$$F(K) = \left[J_0 \left\{ \frac{K_2}{2(1+K^2)} \right\} - J_1 \left\{ \frac{K_2}{2(1+K^2)} \right\} \right]^2 \quad (31)$$

$$C(x) = - \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 \quad (32)$$

ここで $C(x)$ は $x = 5/4$ のとき最大値 0.54 をとる。

$K = 0.12$, $\Sigma_e = (0.5)^2 \pi \times 10^{-6} \text{ m}^2$ とおけば

$$G \approx 5.6 \times 10^{-3} \bar{I} \quad (33)$$

となり、 $\bar{I} = 2 \text{ A}$ であれば、光共振器の損失が 1% あっても発振できることになる。また $\ell = 2 \text{ m}$ に

するか,あるいは $\bar{I}=200$ A あれば, $G>1$ になり,いわゆる SASE (Self Amplified Spontaneous Emission) の検討領域に入り,ワンパスで高増幅率で発振する可能性を示す.

謝 辞

本論文を作成するにあたって,日本原子力研究所物理部自由電子レーザー研究室,大型放射光施設計画推進室の諸氏の協力を得た.ここに感謝の意を表します.

文 献

- 1) 高良和武監修:シンクロトロン放射利用技術,{(株)サイエンスフォーラム} 第2章 第3節 挿入光源,第4節 自由電子レーザー.
- 2) K. Halbach: J. Phys. (Paris) CI **44** (1983) 211.
- 3) 宮本健郎:核融合のためのプラズマ物理(岩波書店) 1987.
- 4) K.R. Chen and J.M. Dawson: Physical Review Letters **68** (1992) 29.
- 5) 中村典雄:ビーム寿命, OHO '91 加速器セミナー(高エネルギー加速器科学奨励会).
- 6) 金沢健一:エミッタンスと真空度, OHO '91 加速器セミナー(高エネルギー加速器科学奨励会).
- 7) A. von Engel, 山本賢三, 奥田孝美共訳, 電離気体(コロナ社), 1957.