磁場内陽光柱の不安定性[※]

市川 芳彦 (日大理工) ^{※※}

笹 倉 浩 (原子力研) ^{※※※}

市川一三沢によって formulate された磁場内陽光柱の振動の理論に基づいて、Hoh-Lehnert の実験条件の下での陽光柱の不安定性を検討した。磁場内陽光柱の振動に対する分散式の根として、荷電密度の揺動に対応する高い振動数の分岐と、質量密度の揺動に対応する低い振動数の分岐が定められた。然し、これらの mode の振動が励起する条件、即ち、不安定性の条件を検討してみると、不安定性の発生する条件の下での振動は、共通の振動数領域に縮退する事が明らかにされた。

一般の mode に対する不安定性の判定条件が導かれているので、色々な振動数の noise spectrum に対する磁場の影響を調べる事が可能である。

§ はじめに

磁場内陽光柱の異常拡散の現象は、Lehnert⁽¹⁾ によって報告されて以来、実験的にも理論的にも数多くの研究が行なわれている。Hoh⁽²⁾ は Bohm⁽³⁾ によってあたえられた wall-sheath の安定性の判定条件に基づいて陽光柱の不安定性の発生を論じ、実験結果の定量的説明をあたえた。Echer⁽⁴⁾ は、プラズマ内の相互作用が集団的效果によって強められるとすれば、磁場を横切る拡散が通常値にくらべて大きくなる事を現象論的に考えて陽光柱の理論を定式化している。然し、異常拡散の現象と、それに伴って増大する低周波振動の振動数の両者について一貫した説明をあたえている Kadomtsev-Nedospasov の理論⁽⁵⁾ が多くの人々の注目を惹いているのは当然であろう。Allen⁽⁶⁾ は、その実験結果について、不安定性の発生する臨界磁場の圧力低存性は、Hoh のモデルによっても Kadomtsev-Nedospasov の理論によっても略々同様に説明されるが、立体流しカメラによって光の helical な強度分布を測定し、Kadomtsev-Nedospasov の理論の主張する screw-instability が陽光柱内で生じている事

※ Instability of the Positive Column in Magnetic Field
※※ Y. Ichikawa (Dep. of Phys. Nihon University)
※※※ Y. Sasakura (Japan Atomic Energy Research Institute)

を見出した。処がBonnal等⁽⁷⁾は“Pig Reflex”放電によって作られた縦磁場内のプラズマについて実験を行ない、高周波雑音が臨界磁場 B_c 以上で急速に増す事を示し、Kadomtsev-Nedospasovの不安定性の条件が満たされないような場合においても、縦磁場内のプラズマに不安定性が存在する事を主張している。

我々は先に⁽⁸⁾、Kadomtsev-Nedospasovの理論それ自体の定式化について検討し、彼等の用いた一流体モデルの取扱いでは、現実のプラズマのふるまいを正しく議論できない事を注意し、プラズマの二流体理論に基づく陽光柱の振動の理論を展開した。この論文では、Lehnertの実験条件に対応する陽光柱の内部の低周波振動を具体的に検討し、不安定性の発生条件を求める。

§ 2 陽光柱の規準振動

市川-三沢のformulationでは、円柱形陽光柱における電子密度の揺動 n'_e 、イオン密度の揺動 n'_i を、

$$n'_e = \sum A(m, n; k; \omega) J_m(\alpha_{mn} r) e^{i(kz + m\theta - \omega t)} \quad (1)$$

$$n'_i = \sum B(m, n; k; \omega) J_m(\alpha_{mn} r) e^{i(kz + m\theta - \omega t)} \quad (2)$$

の形の規準振動の成分に展開し、それぞれのmodeの振幅を定める連立方程式を導いた。(論文Iの41)式及び42)式) それらの方程式は m については分離しているが、特定の m に対する異なる高調波の間のcouplingを含むので非常に複雑である。ここでは、それらのmode-couplingを無視して41)式42)式の $\sum$ の中から、 $s=n$ の項のみを拾い出して、 $A(m, n)$ 及び $B(m, n)$ に対する齊次二元一次方程式にreduceする。その際 $n_0(r)$ に対する表式 I-28) $\partial v^0 / \partial r$ に対する表式 I-30) 等を用いて I-41) I-42) の積分を書きあらわすと、結局

$$I_m(n) = \int_0^{x_0} J_0(x) \{ J_m(\beta_{mn} x) \}^2 x dx \quad (3)$$

$$II_m(n) = \int_0^{x_0} J_1(x) \{ J_m(\beta_{mn} x) \}^2 dx \quad (4)$$

$$III_m(n) = \int_0^{x_0} J_1(x) \frac{\partial J_m(\beta_{mn} x)}{\partial x} J_m(\beta_{mn} x) dx \quad (5)$$

磁場内陽光柱の不安定性

$$X_m(n) = \int_0^{x_0} \frac{J_1(x)}{J_0(x)} \{J_m(\beta_{mn}x)\}^2 dx \quad (6)$$

$$Y_m(n) = \int_0^{x_0} \left\{ \frac{J_1(x)}{J_0(x)} \right\}^2 \{J_m(\beta_{mn}x)\}^2 dx \quad (7)$$

$$x_0 = 2.405$$

$$\beta_{mn} = (\rho_{mn}/\rho_{01}) \quad \rho_{01} : 0\text{次のBessel函数のfirst zero}$$

の記号を用いると、電子の連続の方程式から導かれた (I-41) は、

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} a^2 J_{m+1}^2(\alpha_{mn}a) \{ -i\omega - z + D_e^* \alpha_{mn}^2 + D_e k^2 - i k v_e \} A(m, n) \\ & - im(\omega_e \tau_e) D_e^* \left[\frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} X_m(n) \right. \\ & + \left. \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \right] A(m, n) - D_e^* \left[\frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} X_m(n) \right. \\ & - \left. \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \right] A(m, n) - D_e^* \frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} \\ & \times \left[\frac{1}{2} (\alpha_{01}a)^2 J_{m+1}^2(\alpha_{mn}a) + Y_m(n) \right] A(m, n) \\ & + \left[D_e^* \frac{k_d^2}{\alpha_{01}^2} \frac{\alpha_{mn}^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) + D_e \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{k^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right] A(m, n) \\ & + im(\omega_e \tau_e) D_e^* \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \cdot B(m, n) \\ & - D_e^* \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \cdot B(m, n) - \left[D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{\alpha_{mn}^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right. \\ & + \left. D_e \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{k^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right] B(m, n) = 0 \quad (8) \end{aligned}$$

イオンの方の方程式は、

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} a^2 J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) \left[-i\omega + D_i^* \alpha_{mn}^2 + D_i k^2 + i k V_i \right] B(m, n) \\
 & - i m (\omega_i \tau_i) \frac{T_e}{T_i} D_i^* \left[\frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} X_m(n) \right. \\
 & \left. - \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \right] B(m, n) + \frac{T_e}{T_i} D_i^* \left[\frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} X_m(n) \right. \\
 & \left. + \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) \right] B(m, n) + \frac{T_e}{T_i} D_i^* \frac{b_e^* - (T_i/T_e) b_i^*}{b_e^* + b_i^*} \\
 & \times \left[\frac{1}{2} (\alpha_{01} a)^2 J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) + Y_m(n) \right] B(m, n) \\
 & + \left[\frac{T_e}{T_i} D_i^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{\alpha_{mn}^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) + \frac{T_e}{T_i} D_i \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{k^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right] B(m, n) \\
 & - i m (\omega_i \tau_i) \frac{T_e}{T_i} D_i^* \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \Pi_m(n) A(m, n) \\
 & - \frac{T_e}{T_i} D_i^* \frac{k_d^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} \text{III}_m(n) A(m, n) - \left[\frac{T_e}{T_i} D_i^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{\alpha_{mn}^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right. \\
 & \left. + \frac{T_e}{T_i} D_i \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 \frac{k^2}{k^2 + \alpha_{mn}^2} I_m(n) \right] A(m, n) - \frac{1}{2} a^2 J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) z A(m, n) = 0
 \end{aligned}$$

9)

となる。ここで イオンの drift velocity $v_i \rightarrow 0$ ($\omega_i \tau_i \rightarrow 0$) 従って $D_i^* \rightarrow D_i$ と取る。

8)式及び9)式において、それぞれの才四番目の項は、I-41)及び42)の才四番目の項

$$\int \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V^0}{\partial r} \right) \left\{ J_m(\alpha_{mn} r) \right\}^2 r dr$$

磁場内陽光柱の不安定

を I-31) を用いて書きかえたものである。即ち、この項は、空間電荷の寄与を示す。陽光柱内の大部分の領域において $n_0 \gg \delta n$ が成立するような場合を論じる目的のためには、この項は、無視して良い。又、8) 及び 9) において $X_m(n)$ を含む項は、境界附近の状態による項であるので、陽光柱内のプラズマの状態における振動に対しては本質的でない項である。実際、数値積分を行なって $X_m(n)$ に関する項と $\Pi_m(n)$ 或いは $\text{III}_m(n)$ に関する項の寄与を比較してみると、後者の項は $O(k_d a)^2$ の factor の為本質的に大きな寄与をあたえる事が知られる。従って、8) 9) において、 $k^2 \ll \alpha_{mn}^2$ 即ち長波長極限を考えると $z = \alpha_{01}^2 D_a$ であるから

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2(\alpha_{mn} a) \left[-i\omega - D_a \alpha_{01}^2 + D_e^* \alpha_{mn}^2 - i k V_e \right] - i m (\omega_e \tau_e) D_e^* \right. \\ & \cdot \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \Pi_m(n) + D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \text{III}_m(n) + D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 I_m(n) \left. \right\} A(m, n) \\ & + \left\{ i m (\omega_e \tau_e) D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \Pi_m(n) - D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \text{III}_m(n) - D_e^* \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 I_m(n) \right\} B(m, n) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2(\alpha_{mn} a) \left[-i\omega + D_i \alpha_{mn}^2 \right] + \frac{T_e}{T_i} D_i \left[\left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \Pi_m(n) \right. \right. \\ & \left. \left. + \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 I_m(n) \right] \right\} B(m, n) \\ & + \left\{ -\frac{T_e}{T_i} D_i \left[\left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \text{III}_m(n) + \left(\frac{k_d}{\alpha_{01}} \right)^2 I_m(n) \right] - \frac{(\alpha_{01} a)^2}{z} J_{m+1}^2(\alpha_{mn} a) D_a \right\} A(m, n) \\ & = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

この表式から、 $A(m, n), B(m, n)$ が trivial でない解が定められるべき条件として、固有振動数 ω をきめる分散式が得られる。その結果を調べてみると、10) 11) において

$$\frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) D_a \alpha_{01}^2, \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) D_e^* \alpha_{mn}^2, \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a) D_i \alpha_{mn}^2$$

の三つの項は $(k_d/\alpha_{01})^2$ $(k_d/\alpha_{mn})^2$ 等の factor を含む項にくらべて無視して良い事がわかる。この事は、陽光柱内のプラズマの振動的擾乱に対して本質的な寄与は、電子密度及びイオン密度の平衡分布のまわりの揺動によって生じた内部電場の項から生ずるということを示す。 $D_a \alpha_{01}^2$ の項は 連続の式の右辺電離による粒子の補給をあらわす項である。 $D_e^* \alpha_{mn}^2$ $D_i \alpha_{mn}^2$ は、それぞれ、I-33) I-34) の、才三項、密度のゆらぎの勾配によって生ずる拡散項である。これらの項に比べて、内部電場 V' をふくむ項が本質的なのである。このような事情は Kadomtsev - Nedospasov の理論では全く考慮されていない事柄である。電離、拡散の効果は、陽光柱の定常状態の性質を定めるために本質的なものであって、擾乱状態の振動の特性は、誘起された荷電分離が生ずる内部電場によって決定される。

さて、10) 11) から、我々は次のような分散式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{a^4}{4} J_{m+1}^4 \cdot \omega^2 + \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 \left\{ m \Pi \frac{D_e}{\omega_e \tau_e} + \frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 kV_e \right\} \\ & + i \left\{ \frac{D_e}{(\omega_e \tau_e)^2} (I + III) + \frac{T_e}{T_i} D_i (I + II) \right\} \omega \\ & + i \left[\frac{a^2}{2} J_{m+1}^2 kV_e \frac{T_e}{T_i} D_i (I + II) + m \frac{D_e}{\omega_e T_e} \frac{T_e}{T_i} D_i \Pi (II - III) \right] \\ & - \frac{D_e}{(\omega_e \tau_e)^2} D_i \frac{T_e}{T_i} (I + III) (II - III) = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

但し、

$$I = (k_d/\alpha_{01})^2 I_m(n) \quad (13)$$

$$II = (k_d/\alpha_{mn})^2 II_m(n) \quad (14)$$

$$III = (k_d/\alpha_{mn})^2 III_m(n) \quad (15)$$

12) の解は、

$$\omega = \omega_r + i\omega_i \quad \omega_r \gg \omega_i \quad (16)$$

磁場内陽光柱の不安定性

といて、実数部及び虚数部が求められる。結果は、

$$\omega_r^{\pm} = -\frac{1}{2} \left[\left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right) \pm \left\{ \left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right)^2 + 4 \frac{(I+\Pi)(\Pi-III)}{J_{m+1}^4} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \frac{D_e}{a^2} \frac{D_i}{a^2} \right\}^{1/2} \right]$$

17)

及び

$$\begin{aligned} \omega_i = & - \frac{\omega_r}{\omega_r + \frac{1}{2} \left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right)} \times \left[\frac{(I+III)}{J_{m+1}^2} \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \frac{D_e}{a^2} \right. \\ & \left. + \frac{(I+\Pi)}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} \right] - \frac{1}{\omega_r + \frac{1}{2} \left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right)} \\ & \times \left[\frac{I+\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} kV_e + m \frac{\Pi(\Pi-III)}{J_{m+1}^4} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \frac{D_i}{a^2} \right] \quad 18) \end{aligned}$$

である。

17) の平方根の中の第一項は $(\omega_e \tau_e)^{-2}$ の order、第二項は $(\omega_e \tau_e)^{-4}$ の order である事に注意しよう。 $kV_e \rightarrow 0$ 、即ち drift velocity が無視できるような場合、或いは 長波長の極限の場合に 17) であたえられる二つの振動数を求めてみると、それぞれ

$$\begin{aligned} \omega^{+(m;n)} = & -2m \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \frac{\Pi_m(n)}{J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a)} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \quad 19) \\ \omega^{-(m;n)} = & \frac{1}{2m} \left(\frac{k_d}{\alpha_{mn}} \right)^2 \frac{(\alpha_{mn}/\alpha_{01})^2 I_m(n) + III_m(n)}{J_{m+1}^2 (\alpha_{mn} a)} \end{aligned}$$

$$\frac{\Pi_m(n) - \text{III}_m(n)}{\Pi_m(n)} = \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{b_i}{b_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (20)$$

となる。19) であたえられる高い振動数と、20) であたえられる低い振動数の mode の関係は 20) の factor b_i/b_e を見ても容易に理解できるように 19) の方は、電子の運動が支配的な分岐 20) の方はイオンの運動が支配的な分岐である。20) であたえられる振動数は、Kadomtsev - Nedospasov によってあたえられた

$$\omega \approx 2\pi \cdot 10 \cdot \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{b_i}{b_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (21)$$

と数因子を別にすれば、将に一致している。これは、20) の分岐は上にも述べたようにイオンと電子が in-phase で運動する分岐である事を考えれば、Kadomtsev - Nedospasov のように始めから電子とイオンは一所に運動するとして求めた振動数と一致するのは期待される通りの事柄である。

次の節では、実際に 17) であたえられた振動数の mode の成長の条件、即ち、不安定性の条件の吟味を行なうが、ここに 3) 4) 5) の積分の数値を表示しておく。

$$I_1(1) = 0.255$$

$$I_1(2) = 0.144$$

$$\text{II}_1(1) = 0.169$$

$$\text{II}_1(2) = 0.0911$$

$$\text{III}_1(1) = -0.0480$$

$$\text{III}_1(2) = -0.0378$$

$$I_2(1) = 0.161$$

$$I_2(2) = 0.113$$

$$\text{II}_2(1) = 0.110$$

$$\text{II}_2(2) = 0.0735$$

$$\text{III}_2(1) = -0.0184$$

$$\text{III}_2(2) = -0.0183$$

§ 3 不安定性の条件

17) であたえられる振動数の mode が成長するためには $\omega_i > 0$ でなければならない。

磁場内陽光柱の不安定性

17)を用いると、

$$\omega_r^{\pm} + \frac{1}{2} \left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right) = \mp \frac{1}{2} \{ \dots \dots \dots \}^{1/2}$$

$$= \mp \frac{1}{2} \left| kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right| \quad (22)$$

従って $\omega_r^{\pm}$ の成長の条件は

$$\omega_i^{\pm} = \pm \frac{2}{\left| kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right|} \left[\frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} kV_e + m \frac{II(II-III)}{J_{m+1}^4} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e D_i}{a^2 a^2} \right]$$

$$- 2 \varepsilon_{\pm} \left[\frac{I+III}{J_{m+1}^2} \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \frac{D_e}{a^2} + \frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} \right] > 0 \quad (23)$$

但し、

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_+ = 1 \\ \varepsilon_- = 0 \end{array} \right\} \text{for} \quad kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} > 0$$

$$\left. \begin{array}{l} \varepsilon_+ = 0 \\ \varepsilon_- = 1 \end{array} \right\} \text{for} \quad kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} < 0 \quad (24)$$

となる。

この条件を注意深く吟味してみると、 ω_r^+ は、 $k > 0$ $m < 0$ の場合に、あたえられた kV_e が

$$|m| \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} > kV_e \quad (25)$$

なら

$$\omega_e \tau_e \geq |m| \frac{II(II-III)}{J_{m+1}^2 (I+II)} \frac{1}{kV_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (26)$$

の場合に $\omega_i^+ > 0$ 。振動数は 大略

$$-\frac{\sqrt{(I+III)(II-III)}}{J_{m+1}^2} \sqrt{\frac{b_i}{b_e}} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} < \omega_r^+ \leq -\frac{1}{|m|} \cdot \frac{1}{J_{m+1}^2} \cdot \frac{(I+III)(I+II)(II-III)}{II(II+2I+III)} \cdot \frac{b_i}{b_e} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (27)$$

の範囲になる。

もしも kV_e の値が

$$kV_e > |m| \frac{2II}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (28)$$

となるような場合には、

$$|m| \left\{ \frac{II}{J_{m+1}^2} \frac{II+2I+III}{I+III} \cdot (\omega_e \tau_e) \cdot \frac{b_i}{b_e} \cdot \frac{D_e}{a^2} + \frac{2II}{J_{m+1}^2} \cdot \frac{1}{\omega_e \tau_e} \cdot \frac{D_e}{a^2} \right\} \geq kV_e \quad (29)$$

の場合に $\omega_i^+ > 0$ となる。これは $\omega_e \tau_e$ について解けば

$$\omega_e \tau_e \geq \frac{kV_e + \sqrt{(kV_e)^2 - 8|m|^2 \frac{II^2}{J_{m+1}^4} \frac{II+2I+III}{I+III} \frac{b_i}{b_e} \left(\frac{D_e}{b_e}\right)^2}}{2|m| \frac{II}{J_{m+1}^2} \frac{II+2I+III}{I+III} \frac{b_i}{b_e} \frac{D_e}{a^2}} \quad (30)$$

の場合に $\omega_i^+ > 0$ となる。振動数は

$$-|m| \frac{II}{J_{m+1}^2} \frac{II+2I+III}{I+III} \cdot \frac{b_i}{b_e} \cdot (\omega_e \tau_e) \frac{D_e}{a^2} \leq \omega_r^+ < -\frac{\sqrt{(I+III)(II-III)}}{J_{m+1}^2} \sqrt{\frac{b_i}{b_e}} \cdot \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (31)$$

の範囲になる。

磁場内陽光柱の不安定性

ω_r^- は、 $k < 0$ $m > 0$ の場合に、25) 26) 28) 30) において $|m| \rightarrow m$ $k \rightarrow |k|$ といった表式が条件となり、その場合の振動数の領域は27) 及び30) で $\omega_r^+ \rightarrow -\omega_r^-$ において定められる。即ち、陽光柱内の規準振動としては二つの分岐 ω_r^+ ω_r^- が得られたが、実際に不安定条件を満足する振動数領域は一つの共通の振動数領域に縮退していることがわかる。

上に得られた不安定性の条件は

$$kV_e + m \frac{2\Pi}{J_{m+1}^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \approx 0 \quad (32)$$

の場合には適用できない。このような場合には、17) 18) にもどって考えなければならない。そうすると容易に磁場が増大して

$$(\omega_e \tau_e)^2 > \frac{1}{m \frac{\Pi^2 + 2\Pi\Pi + \Pi\Pi}{\sqrt{(I+\Pi)(\Pi-\Pi)}} \sqrt{\frac{b_i}{b_e}} - (I+\Pi) \frac{b_i}{b_e}} \quad (33)$$

になると、振動数が

$$\omega_r = \frac{\sqrt{(I+\Pi)(\Pi-\Pi)}}{J_{m+1}^2} \sqrt{\frac{b_i}{b_e}} \cdot \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \quad (34)$$

であたえられる振動が成長するようになる。

振動数スペクトルでいえば、27) があたえられる領域の振動数は、 $|m|$ が大きい mode に対して critical な磁場の強さは大きくなるが34) 或いは31) であたえられる領域の振動数は、 $|m|$ が大きい mode に対して critical な磁場の強さが小さくなる傾向にある事がわかる。

§ 4 討 論

Lehnert 等の実験では

$$T_e \approx 4 \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$T_i = 10^3 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$n_e \approx 4 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$$

$$h_e \approx 1.4 \times 10^{-2}$$

$$h_i \approx 3 \times 10^{-3}$$

h_e, h_i は電子及びイオンの Debye 半径。Allen 等の実験によれば、Screw-instability による振動の波長は数十 cm の order である。従って、8) 9) に対して $k^2 \ll \alpha_{mn}^2$ の近似を導入したことは許される。

処で、波長が数十 cm の order の振動に対して

$$kV_e \approx 10^5 \quad \text{cycle/sec}$$

である。Lehnert 等への実験で問題になっている磁場の強さの領域では $\omega_e \tau_e \sim 10$ の order であるから、これは 25) の条件の場合に対応するが、その場合、26) の条件は満足されていない。従って、我々の分析によれば、Lehnert その他の人々の実験で観測されている数十 Kc/sec 程度の低周波振動の磁場の増加に伴って生ずる急激な増加は、I 及びこの論文で考えたような型の振動の成長によるものではないと考えられる。一流体モデルに基づいた Kadomtsev - Nedospasov の理論では、荷電分離によって生ずる内部電場の効果を全く無視した為に、数十 Kc というひどい振動数の mode が得られたが、我々の場合には、彼等によって考えられた振動の mode に対応する振動の振動数は $10^3 Kc/sec$ 程度となる事が示された。

Hoh-Lehnert⁹⁾ は、screw-instability の物理的な picture を、円柱の垂直断面内における正及び負の荷電分離によって生ずる E_θ と磁場との作用によるという風に説明している。我々の理論によれば、このような荷電分離の効果を考えると Kadomtsev - Nedospasov の考えた型の振動は起らない。

そこで、磁場の作用による陽光柱内の振動の noise の発生に対する実験結果をもう一度眺めてみよう。Hoh-Lehnert¹⁰⁾ によれば、noise は 数十 Kc/sec の部分から

$1 Mc/sec$ の程度の領域にまでひろがっている。その実験結果を便宜のために引用すると、Fig. 1 及び Fig. 2 であたえ

られる。図をみてわかる事は、数十 Kc/sec の振動数の noise は $B \rightarrow$ 増大に応じて減少し始め、 $B = B_c$ の処で極小、 $B > B_c$ で増大、一方 $1000 Kc/sec$ の振動の方は、 $B < B_c$ では $B = 0$ の

Fig. 1

磁場内陽光柱の不安定性

場合の約倍位まで増加している

が、略々一定の level を保

っているが、 $B > B_c$ で急激に

増大する。それ故、 $B > B_c$ の陽

光柱の状態を決定的に $B > B_c$ の

状態と区別するのは、このようなむ

しろ高い振動数の振動の励起であ

って、その結果、正常的な陽光柱の

内部では、磁場の増加と共に、電

位差及び 数十 Kc/sec の noise

は減少するのが、1000 Kc/sec

の order の振動数の mode が励起されるようになった攪乱された陽光柱の内部で 電位差及び数十 Kc/sec の noise が増加し始める という風に考えるべきではないであろうか？

即ち、我々の考え方では、Kodomtsev - Nedospasov とは異なり むしろ 1 Mc/sec

程度の振動の発生が、陽光柱の内部における異常拡散の出現に対して本質的な原因であり、

数十 Kc/sec 程度の振動の noise は陽光柱内に生じた異常拡散の結果増加した電場の作用

によって強められる という事になる。Fig. 1 に示してある電位差の B -依存性と 20 Kc/sec

の noise の B -依存性の関係は 我々の考え方を支持している。1 Mc/sec 程度の振動数

の mode の波長がどの位になっているかは、何も実験的にはわかっていないが、それは かなり

短いのではあるまいか？ もしそうだとすれば、ここに展開した長波長近似での不安定性の理

論はそのまゝあてはめる事はできないから、改めて その k が大きい場合の分析を進めなければ

ならない。

異常拡散の現象は、陽光柱内に振動が励起され陽光柱の内部が正常な状態からかなりずれるために起る という picture は大体正しいのであろうが、問題はどのような振動が本質的なもの

なのか？ という事である。我々の研究によれば Kadomtsev - Nedospasov の考えた

ような型の振動よりも、イオン波 或いは 電子のサイクロトロン波 等を考えなければならない

のではあるまいか？ と推定される。

Fig. 2

補 遺

§ 3 で導いた不安定性の判定条件は、凡ての場合を cover していない。特に 22) 23)

の関係は近似されているので、注意が必要である。

一般には、 $\omega_r = \omega_r^-$ と $\omega_r = \omega_r^+$ の場合について別々に次のような判定条件が得られる。

I) $\omega_r = \omega_r^-$ の時

$$\omega_r^- + \frac{1}{2} \left(kV_e + m \frac{2\Pi}{J^2} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \right) = + \frac{1}{2} \left\{ \quad \right\}^{1/2} > 0$$

であるから、 $\omega_i > 0$ の条件は $\omega_r^- < 0$ である事を考えると

$$\begin{aligned} & - \left[\frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} kV_e + m \frac{II(II-III)}{J_{m+1}^4} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \frac{D_i}{a^2} \right] \\ & > |\omega_r^-| \left[\frac{I+III}{J_{m+1}^2} \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \frac{D_e}{a^2} + \frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} \right] \quad (35) \end{aligned}$$

となる。

左辺が正であるためには $k < 0$ $m < 0$ 或いは $k < 0$ $m > 0$, $k > 0$ $m < 0$ 等の場合があるが、 kV_e が小さい場合には、 ω_r^- としては 20) の表式を用いて 35) の条件は $k \leq 0$ $m < 0$ の場合

$$(\omega_e \tau_e)^2 > \frac{1}{2m^2} \frac{(I+III)^2}{II^2} \quad (36)$$

となる。

$\omega = \omega_r^+$ に対しては、 $\omega_r^+ < 0$ 故、 $\omega_i > 0$ の条件は

$$\begin{aligned} & \left[\frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} kV_e + m \frac{II(II-III)}{J_{m+1}^4} \frac{T_e}{T_i} \frac{1}{\omega_e \tau_e} \frac{D_e}{a^2} \frac{D_i}{a^2} \right] \\ & > |\omega_r^+| \left[\frac{I+III}{J_{m+1}^2} \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \frac{D_e}{a^2} + \frac{I+II}{J_{m+1}^2} \frac{T_e}{T_i} \frac{D_i}{a^2} \right] \quad (37) \end{aligned}$$

となる。 kV_e が小さい場合を考えると、 ω_r^+ として 19) の表式を用いると、この条件は

$$-(2I+II+III) \frac{b_i}{b_e} > 2(I+III) \frac{1}{(\omega_e \tau_e)^2} \quad (35)$$

となるが、左辺は負の量なので、この関係は満されない。

従って、 $kV_e \rightarrow 0$ の場合には 20) であたえられる振動数の mode が条件 36) の下で成長し得る。このような振動の mode が、Kadomtsev - Nedospasov の考えた mode に対応しているものである事は、前の節で議論されたが $kV_e \rightarrow 0$ の極限でも成長し得る という結論は Kadomtsev - Nedospasov の結果と一致しない。

- 1) B. Lehnert , Proceedings of the 2nd International Conference on the Peaceful Use of Atomic Energy, Geneva, (1958) Vol. 32 p. 349
- 2) F. C. Hoh, Phys. Rev. Letters 4 (1960) 559
- 3) D. Bohm, et al : The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Fields (1949)
- 4) G. Ecker , Phys. of Fluids 4 (1961) 127
- 5) B. B. Kadomtsev, A. V. Nedospasov ; J. of Nuclear Energy, Part C. Vol. 1 (1960) 230
- 6) T. K. Allen et al; Phys. Rev. Letters. 5 (1960) 409
- 7) J. F. Bonnal et al, Saltzburg Conf. Report No. 91
- 8) 市川 三沢 核融合研究 7 445 (1961) Iとして引用
- 9) F. C. Hoh - B. Lehnert, Phys. Rev. Letters 7 (1960) No. 3
- 10) F. C. Hoh - B. Lehnert, Phys. of Fluids 3 (1960) 600