結合特異値分解による DEM の補間法

Interpolation Method of DEM based on
Joint Singular Value Decomposition

平岡 透*・野中 尋史*・亀野 辰三*

Toru HIRAOKA, Hirofumi NONAKA and Tatumi KAMENO

Abstract : Currently, a DEM (Digital Elevation Model) of high density range has been able to be created by spread of airborne laser scanner. However, when the DEM is created, the points of the DEM can not be interpolated accurately in some cases. Therefore, we propose a method of accurately interpolating the points of the DEM. The proposed method is performed by using joint singular value decomposition. Through the experiments using the DEM of 5m mesh, we demonstrate the effectiveness of our interpolation method.

Keywords : 結合特異値分解, DEM, 補間

1. はじめに

三次元の地形データを表現する場合、正規メッシュの DEM (Digital Elevation Model) や不規則な三角網の TIN (Triangulated Irregular Network) が良く利用されている(村井ら, 2008)。近年では、メッシュ間隔が数 m という高密度な DEM も登場し、微地形を考慮した内水氾濫危険区域抽出(平岡ら, 2011)や河川氾濫解析(館澤ら, 2010)などの多くの分野で利用されている。高密度な DEM は、現在航空機に搭載されたレーザスキャナによって取得された点群データを用いて作成されることが多いが、航空機の撮影位置によってビルや樹木などの影になって密に点群データを取得できない場所もあるため、DEM の標高を点群データから精度良く内挿できていない可能性もある。このため、点群データが密な場所で内挿された DEM の点(以下、既知点)から、点群データが疎な場所で内挿された DEM の点(以下、未知点)の標高を補間することも行われている。DEM の補間の方法には、8 近傍平均で補間する方法、距離重み付き平均で補間する方法(張, 2009)、スプライン曲線を用いる方法(村井

ら, 2008) などがある。

本稿では、結合特異値分解(Pesquet-Popescu et al., 2001)を用いて DEM の未知点を補間する方法を提案する。結合特異値分解は、多重画像での画像内と画像間の両方の冗長性を圧縮する方法である。本稿でこの多重画像の圧縮を DEM に応用するに当たり、DEM をブロック分割して、各ブロックを多重画像の各画像に対応づける。このとき、ブロック内の冗長性はブロック内の相関に基づいた特異値分解によって圧縮され、地形の主要な特徴を表現することになる。一方、ブロック間の冗長性はブロック間の相関に基づいて圧縮され、類似したブロックが多いほど地形の特徴を表現しやすくなる。一般的に、冗長性の圧縮と再現性はトレードオフの関係にある。提案法は、結合特異値分解を用いて DEM の冗長性を圧縮し、その後復元した DEM の未知点の標高を求める。提案法によって再現される未知点の標高は、主要な地形の特徴によって補間されることになる。

提案法の有効性を評価するために、国土地理院発行の「数値地図 5m メッシュ(標高)」を用いた実験を行う。本研究では、提案する DEM の補間法の能力を検証することを主眼に置き、レーザスキャナで取得された点群データが疎な場所の DEM の未知点ではなく、DEM から任意の点を間引くことで未知点を作成し、間引く前の DEM と比較することで、提案法の補間の

*大分工業高等専門学校

「写真測量とリモートセンシング」VOL. 52, NO. 2, 2013

精度を検証する。また、DEMの未知点を8近傍平均で補間する方法、距離重み付き平均で補間する方法、特異値分解を用いて補間する方法による実験も行い、提案法の実験結果と比較する。

2. 提案法

提案法は、まず2.1節で示すような最近隣補間法でDEMの未知点を補間する。なお、本稿ではDEMの未知点の補間に最近隣補間法を用いたが、他の補間法を用いても良い。その後、2.2節で示す結合特異値分解を用いた方法で補間した未知点の標高の精度を向上させる。

2.1 最近隣補間法

図1に示すように、 $I \times J$ 個の点からなるDEMの標高を $h_{i,j}$ ($i=1, 2, \dots, I; j=1, 2, \dots, J$) とする。ただし、DEMには K 個の未知点があるとする。

未知点の標高を既知点との平面距離が最も近い点の標高で補間する。平面距離が同じ場合、DEMの左上(北西)隅から右(東)へスキャンし、最も右の点をスキャン後は1つ下(南)の最も左(西)の点から右へスキャンすることで、最初に現れた既知点の標高を未知点の標高とする。このようにして未知点に付与したDEMの標高を $h'_{i,j}$ ($i=1, 2, \dots, I; j=1, 2, \dots, J$) とする。

2.2 結合特異値分解による標高精度の向上

図1に示すように、DEMを $L \times L$ 個の点からなる正方ブロックで分割することで M 個の正方ブロックを作成して、各正方ブロックの標高を要素とする行列 A_m ($m=1, 2, \dots, M$) を定義する。ここで、 I と J は L で割り切れる値である。行列 A_m の要素を $a_{m,k,l}$ ($m=1, 2, \dots, M; k=1, 2, \dots, L; l=1, 2, \dots, L$)、各行列の要素の最低値を $a_m^{(\min)}$ ($m=1, 2, \dots, M$) とする。各行列の要素 $a_{m,k,l}$ からその行列の最低の要素 $a_m^{(\min)}$ を引いた行列を $\bar{A}_m$ ($m=1, 2, \dots, M$)、行列 $\bar{A}_m$ の要素を $\bar{a}_{m,k,l}$ ($m=1, 2, \dots, M; k=1, 2, \dots, L; l=1, 2, \dots, L$) とする。

行列 $\bar{A}_m$ の結合特異値分解(式(1))を行い、第1特異ベクトル $u^{[1]} = [u^{[1]1}, \dots, u^{[1]L}]^T$ と $v^{[1]} = [v^{[1]1}, \dots, v^{[1]L}]^T$ 、第1特異値 $\lambda_m^{[1]}$ を求める。式(1)において、 F はフロベニウスノルムを表す。

図1 DEMの未知点の最近隣補間法

$$\min_{\lambda_m^{[1]}, u^{[1]}, v^{[1]}} \sum_{m=1}^M \|\bar{A}_m - \lambda_m^{[1]} u^{[1]} (v^{[1]})^T\|_F^2 \quad (1)$$

subject to $u^T u = v^T v = 1$

$\bar{A}_m - \lambda_m^{[1]} u^{[1]} (v^{[1]})^T$ を新たに $\bar{A}_m$ と置いて、前段落と同様な処理を行い、第2特異ベクトル $u^{[2]}$ と $v^{[2]}$ 、第2特異値 $\lambda_m^{[2]}$ を求める。

第 Q 特異ベクトル $u^{[Q]}$ と $v^{[Q]}$ 、第 Q 特異値 $\lambda_m^{[Q]}$ まで用いて近似される行列 $\bar{A}_m^{[Q]}$ ($m=1, 2, \dots, M$) は、式(2)で求まる。

$$\bar{A}_m^{[Q]} = \sum_{q=1}^Q \lambda_m^{[q]} u^{[q]} (v^{[q]})^T \quad (2)$$

Q の値が大きくなるにつれて、行列 $\bar{A}_m$ と行列 $\bar{A}_m^{[Q]}$ の要素の差の二乗和 $\sum_{m=1}^M \|\bar{A}_m - \bar{A}_m^{[Q]}\|_F^2$ は単調に減少する。

最後に、 $\bar{A}_m^{[Q]}$ の要素に行列の最低値 $a_m^{(\min)}$ を加えることで行列 $A_m^{[Q]}$ ($m=1, 2, \dots, M$) の要素 $a_{m,k,l}^{[Q]}$ ($m=1, 2, \dots, M; k=1, 2, \dots, L; l=1, 2, \dots, L$) が近似された標高として求まる。提案法は未知点の行列の要素 $a_{m,k,l}^{[Q]}$ を用いて未知点の標高を向上させることとなる。このとき、未知点の標高を最も精度良く近似できる Q の値を設定する必要があるが、その方法については3.2節の実験で示す。

3. 実験

提案法を起伏のある $2.0\text{km} \times 1.5\text{km}$ の範囲の 5m メッシュのDEM(国土地理院発行「数値地図 5m メッシュ(標高)」)に適用した。「数値地図 5m メッシュ(標高)」は、 0.1m の単位で標高が格納されている。この範囲の航空写真とDEMの標高図をそれぞれ図2と図

図2 実験の範囲の航空写真

図3 実験の範囲のDEMの標高図

3に示す。DEMは 400×300 個の点から構成され、最低の標高が1.2m、最高の標高が85.0mである。

3.1 未知点が一点の場合の補間の検証

DEMにランダムに選択された100点の未知点があるとし、正方ブロックサイズ L を5, 10, 20, 25, 50として実験を行った。それぞれの場合で提案法を適用した結果を図4と図5に示す。図4は、提案法で補間された未知点の標高と未知点の作成前の標高（以下、正解値と呼ぶ）の差の絶対値（以下、較差と呼ぶ）の平均と、補間で使用した特異ベクトルおよび特異値の数 Q （特異数）の関係を表わしている。図5は、較差の最大値と特異数 Q の関係を表わしている。図4と図5より、今回使用したDEMにおいて、正方ブロックサイズ L に応じて較差の平均と最大値を最小にする最適な特異数 Q があることがわかる。正方ブロックサイズ L に応じた較差の平均が最小となる特異数 Q と、

図4 正方ブロックサイズによる較差の平均と特異数の関係

図5 正方ブロックサイズによる較差の最大値と特異数の関係

そのときの較差の平均と最大値を表1に示す。表1より、較差の平均は正方ブロックサイズ L が10のとき0.277m、較差の最大値は正方ブロックサイズ L が20のとき1.618mで、最も精度が良かった。参考のため、正方ブロックサイズ L における較差の平均が最小となる特異数の場合において、既知点の較差の平均と最大値を表2に示す。表2より、既知点の較差の平均は、すべての正方ブロックサイズ L において0.300m以内となることからわかる。また、既知点の較差の最大値は、正方ブロックサイズ L が大きくなるにつれて小さくなり、正方ブロックサイズ L が25より大きくなると0.300m以内となることもわかる。既知点の再現性は、未知点の再現性と同程度以上の結果が得られていると考えられる。なお、実用上、既知点の標高はこの再現

表 1 正方ブロックサイズによる較差の平均が最小となる特異数と、そのときの較差の平均と最大値

正方ブロック サイズ	較差の平均が 最小となる 特異数	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
5	11	0.303	2.550
10	36	0.277	2.119
20	62	0.289	1.618
25	173	0.304	1.933
50	352	0.339	2.243

表 2 正方ブロックサイズによる較差の平均が最小となる特異数と、そのときの既知点の較差の平均と最大値

正方ブロック サイズ	較差の平均が 最小となる 特異数	既知点の 較差の平均 [m]	既知点の 較差の最大値 [m]
5	11	0.164	4.100
10	36	0.175	3.038
20	62	0.273	3.952
25	173	0.208	2.601
50	352	0.234	2.528

した標高ではなく元の標高を使用する。

提案法の性能を比較評価するため、8 近傍平均によって補間した標高の較差の平均と最大値をそれぞれ求めた。その結果、較差の平均が0.399m、最大値が7.400mであった。また、距離重み付き平均によって補間した標高と正解値との較差の平均と最大値をそれぞれ求めた。このとき、距離の重みは距離の逆数とし、計算に使用する範囲（ウィンドウサイズ）を5とした。その結果、較差の平均が0.425m、最大値が1.879mであった。さらに、特異値分解を用いて正方ブロックサイズ L を20としてDEMの補間の実験を行った。このとき、第5特異値まで用いた場合で較差の平均が0.344mで最も精度が良く、このときの較差の最大値が3.489mであった。つまり、提案法は8近傍平均や距離重み付き平均、特異値分解を用いる方法よりも比較的良好なDEMの補間が行えていることがわかる。

3.2 最適な特異数の設定方法

DEMを補間するために最適な特異数 Q を正方ブロックサイズ L に応じて設定する方法を考える。縦軸を正方ブロックサイズ L 、横軸をブロックサイズ L に

図 6 正方ブロックサイズと較差の平均が最小となる特異数の関係

応じた較差の平均が最小となる特異数 Q としてグラフを図6に示す。図6より、各点は直線で近似できると考えられるので、最小自乗法で直線の式を求めた。得られた直線の式が式(3)である。また、図6の実線が式(3)の直線である。

$$Q = 7.831L - 45.480 \tag{3}$$

式(3)で正方ブロックサイズ L が20のときの特異数 Q を求めると111であった。

3.3 未知点が塊である場合の補間の検証

DEMに 2×2 、 3×3 、 4×4 、 5×5 の未知点の塊がランダムに100箇所あるとして提案法を用いた実験を行った。このとき、正方ブロックサイズ L を20、特異数 Q を式(3)で求めた111として実験を行った。正方ブロックサイズ L を20とした理由は、3.1節の実験で較差の最大値が最小で、較差の平均も比較的小さいという実験結果が得られたからである。また、特異数 Q を111とした理由は、提案法の実利用を考えると、別の地域のDEMに対して式(3)の指標を用いる必要があるためであり、式(3)の指標の有効性を評価するためでもある。この実験で得られた較差の平均と最大値を表3に示す。

提案法の性能を比較評価するため、特異値分解を用いた方法でも実験を行った。このとき、正方ブロックサイズ L を20とし、特異数を3.2節と同様に5まで用

表3 提案法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値

未知点の塊の 大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
2 × 2	0.272	2.491
3 × 3	0.295	2.639
4 × 4	0.317	5.396
5 × 5	0.354	15.017

表4 特異値分解を用いた方法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値

未知点の塊の 大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
2 × 2	0.281	3.176
3 × 3	0.291	3.149
4 × 4	0.312	6.685
5 × 5	0.339	14.079

いて DEM の補間を行った。この結果を表4に示す。表3と表4より、較差の平均は提案法と特異値分解を用いる方法は同程度の精度が得られ、較差の最大値は提案法の方が特異値分解を用いる方法よりも良好な精度が得られていることがわかる。なお、提案法と特異値分解を用いる方法で5×5の未知点の塊がある場合の較差の最大値がそれぞれ15.017mと14.079mとかなり大きな値になっているが、このDEMの場所を調べると未知点に付与した標高と正解値に約13mの較差があった。今後は、初期に付与する未知点の標高値に工夫を凝らす必要があると考えられる。

3.4 別のDEMでの補間の検証

DEMの最低の標高が22.3m、最高の標高が428.8mの山地部の別の場所で、1×1、2×2、3×3、4×4、5×5の未知点の塊がランダムに100箇所あるとして、提案法を用いた実験を行った。このとき、正方ブロックサイズ L を20、特異数 Q を式(3)で求めた111として実験を行った。正方ブロックサイズ L を20および特異数 Q を111とした理由は、別のDEMに対して前の実験と同じ条件で実験を行うことで、前の実験に対する汎用性を確認するためである。この実験で得られた較差の平均と最大値を表5に示す。

提案法の性能を比較評価するため、未知点の塊の大きさが1×1の場合において、8近傍平均によって補

表5 提案法による未知点の塊の大きさ毎の較差の平均と最大値（山地部）

未知点の塊の 大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
1 × 1	0.535	3.350
2 × 2	0.485	3.581
3 × 3	0.586	4.959
4 × 4	0.659	7.390
5 × 5	0.739	9.989

表6 特異値分解を用いた方法による塊の大きさ毎の較差の平均と最大値（山地部）

未知点の塊の 大きさ	較差の平均 [m]	較差の最大値 [m]
1 × 1	0.780	4.997
2 × 2	0.577	4.866
3 × 3	0.635	7.541
4 × 4	0.687	9.474
5 × 5	0.759	11.800

間した標高の較差の平均と最大値をそれぞれ求めた。その結果、較差の平均が0.686m、未知点の最大値が10.913mであった。また、塊の大きさが1×1の場合において、距離重み付き平均によって補間した標高の平均と正解値との較差の平均と最大値をそれぞれ求めた。このとき、距離の重みは距離の逆数とし、ウィンドウサイズを5とした。その結果、較差の平均が0.735m、未知点の最大値が3.654mであった。さらに、未知点の塊の大きさが1×1から5×5の5通りの場合において、特異値分解を用いたDEMの補間の実験も行った。このとき、正方ブロックサイズ L を20とし、特異数を3.2節と同様に5まで用いてDEMの補間を行った。この結果を表6に示す。表5と表6、8近傍平均、距離重み付き平均の結果より、提案法は比較的良好なDEMの補間が行えていることがわかる。加えて、式(3)の指標も有効なものであると評価する。

4. おわりに

結合特異値分解を用いてDEMを精度良く補間する方法を提案し、8近傍平均や距離重み付き平均、特異値分解を用いた方法と比較実験を行うことで提案法の

有効性を示した。また、DEMを補間するために最適な特異ベクトルおよび特異値の数を設定する方法も示した。

今後の課題は、提案法がより効果的に使用できるように、未知点の標高に初期値を付与する方法を検討することである。また、より多くの場所で実験を行い、地形の範囲や形状に応じたより最適な正方ブロックサイズを設定する方法や特異値の数を設定する方法を明らかにすることも今後の課題である。

謝 辞

本研究は、財団法人電気通信普及財団およびJSPS 科研費25350432の助成を受けて行いました。また、査読者には多くのご助言を頂きました。深く感謝申し上げます。

(受付日2012.9.16, 受理日2013.3.11)

参考文献

- 小荒井衛, 鈴木宏昭, 2000. 航空レーザー測量技術の公共作業規程における展開, 写真測量とリモートセンシング, Vol. 39, No. 2, pp.48-51.
- 館澤清城, 時岡真治, 三浦敦禎, 2010. レーザープロファイルデータを利用した氾濫解析, 第53回(平成21年度)北海道開発技術研究発表会, 安10(治).
- 張 長平, 2009. 増補版地理情報システムを用いた空間データ分析, 古今書院, pp.128.
- B. Pesquet-Popescu, J.-C. Pesquet and A.P. Petropulu, 2001. Joint singular value decomposition—A new tool for separable representation of images, Proc. ICIP, Vol. 2, pp.569-572.
- 村井俊治, 2008. 改訂版空間情報工学, 社団法人日本測量協会.
- 平岡 透, 亀野辰三, 真下和彦, 横田宏行, 2012. 高密度DEMからアイリスフィルタを用いて抽出した点と浸水区域の比較, 写真測量とリモートセンシング, Vol. 51, No. 2, pp.103-107.