初期値推定付非線形最小二乗法による 5 点法の解法

Five-Point Algorithm Solution with Initial value Estimation and Non-Linear Least Square Optimization

織田 和夫*

Kazuo ODA

Abstract : This paper proposes five-point algorithm with initial value estimation and non-linear least square optimization. Five-point algorithm is a powerful method for relative orientation because it requires no initial assumption of camera position and attitude. This algorithm algebraically calculates an essential matrix from five point correspondences between two calibrated cameras. However, a result of five-point algorithm includes multiple solutions and some selecting process must be executed. The method proposed here tries to calculate the appropriate essential matrix with non-linear optimization with appropriate initial values, which is obtained with additional 3 pairs of corresponding points. In this paper the relationship between traditional parametric relative orientation and essential matrix is discussed, and after that five-point algorithm with non-linear least square optimization is introduced.

1. はじめに

5 点法 (five point algorithm) は, ステレオ画像間の 5 点の対応点を用いて相互標定要素を代数的に求める手法であり, Structure From Motion で画像の相対位置の初期値を求める上で重要な手法である。Structure From Motion では相互標定要素は基本行列 (Essential Matrix) で表現され, 相互標定要素と相互に変換が可能である¹⁾。

5 点法はカメラの方向が収斂していたり, 一方の撮影位置がもう一方の画像に含まれていたりするような特殊なケースでも解を得ることができ, 初期値が未知の状態でも解を得ることができるということで超越方程式を非線形最小二乗法で解く伝統的な相互標定手法より優れている。ただし, 実際の点の観測には誤差が含まれているため, 誤差評価ができない。すなわち, 得られた解は観測誤差の影響をそのまま受けることになる。その意味で, 5 点法の解は最小二乗解を得るための初期値を与える手法であると言える。

5 点法の解法としては, 完全に代数的に解く手法²⁾³⁾⁴⁾と, 非線形最小二乗法を利用する手法⁵⁾がある。代数的に解く場合は, スケール倍の任意性を除いて 3 変数 3 次連立方程式を解く必要がある。Stewénius ら³⁾は Groebner 基底を用いて解く方法を提案している。また Li ら⁴⁾は 3 次連立方程式を一つの変数とのこり 2 つの変数の積に分解し, 前者の行列式が 0 になることを利用して 10 次方程式を導出し, これを解いている。いずれの方法も最大 10 の多重解を持つことになり, これから実際の解を他の対応点を利用して検証し求めることが必要となる。実際, 5 点の共面条件を満たすカメラの幾何学的配置は 1 つとは限らない¹⁾。

一方, Batra ら⁵⁾は高次方程式を数値的に解く際不安定性を指摘し, 別の方法として非線形最小二乗法を適用して基本行列を求める手法を提案している。非線形最小二乗法においては初期値の推定が必要になるが, ここでは試行錯誤的に求めている。Rodehorst ら⁶⁾の比較研究によると, この方法は正しい解に収束しない場合が多い。5 点法に非線形最小二乗法を適用するには, ある程度正しい初期値を与える必要がある。

本論文では非線形最小二乗法を適用する 5 点法の新しい手法を提案する。ここでは 5 点法に 8 点法を組み合わせることにより, 適切な初期値を与え非線形最小

*アジア航測株式会社

「写真測量とリモートセンシング」VOL. 53, NO. 6, 2014

二乗法を解く。

本論文では、初期値推定をまず基本行列と超越方程式による共面条件との関係性を論じる。また、基本行列は実数倍の任意性があるが、これを正規化する方法について提案する。

続いて従来の代数的に解く5点法と問題点を述べたのち、5点法に8点法を組み合わせることにより、適切な初期値を与え非線形最小二乗法を解くことが可能であることを数値実験の結果を交えて示す。数値実験においては、非線形最小二乗法として Levenberg-Marquardt 法 (LM 法) と、Gauss-Newton 法の両方を比較した。

2. 相互標定パラメータと基本行列の関係

2.1 共面条件と基本行列

共面条件は、2つのカメラの投影中心と、撮像面上の対応点位置が同一平面上にあることを示す。すなわちカメラ1とカメラ2の投影中心を $O_1(X_{01}, Y_{01}, Z_{01})$ および $O_2(X_{02}, Y_{02}, Z_{02})$ 、各カメラの対応点の撮像面上の座標を $P_1(X_1, Y_1, Z_1)$ および $P_2(X_2, Y_2, Z_2)$ とすると、共面条件は次の式で記述される。

$$\begin{vmatrix} X_{01} & Y_{01} & Z_{01} & 1 \\ X_{02} & Y_{02} & Z_{02} & 1 \\ X_1 & Y_1 & Z_1 & 1 \\ X_2 & Y_2 & Z_2 & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (1)$$

一方共面条件は、 $\overrightarrow{O_1O_2}$, $\overrightarrow{O_1P_1}$, $\overrightarrow{O_2P_2}$ のベクトル三重積 (三つのベクトルを辺とする平行四面体の体積) でも表現できる。ベクトルの外積を「 $\times$ 」、内積を「 $\cdot$ 」で表すとすると、

$$(\overrightarrow{O_1O_2} \times \overrightarrow{O_1P_1}) \cdot \overrightarrow{O_2P_2} = 0 \quad (2)$$

式(1)および式(2)は展開すると同一の条件であることが確認できる。

基本行列は、式(2)を用いて2つのカメラ座標の関係を与えるものである。すなわち、基準となる座標系に対するカメラ1の座標系を基準とし、 $\overrightarrow{O_1O_2} = (b_x, b_y, b_z)$ 、基準系に対するカメラ2のカメラ座標系の回転行列を R_2 、各カメラの対応点の撮像面上のカメラ座標を $p_1(x_1, y_1, -c_1)$ および $p_2(x_2, y_2, -c_2)$ (c_1 と c_2 は画面距離) とすると、

$$(x_1, y_1, -c_1) \times (b_x, b_y, b_z) \cdot R_2 \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (3)$$

ここで、

$$(x_1, y_1, -c_1) \times (b_x, b_y, b_z) = (x_1, y_1, -c_1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{pmatrix}$$

とかけるので、共面条件は

$$(x_1, y_1, -c_1) \cdot \begin{pmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{pmatrix} \cdot R_2 \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (4)$$

となる。3×3の行列

$$E = \begin{pmatrix} 0 & -b_z & b_y \\ b_z & 0 & -b_x \\ -b_y & b_x & 0 \end{pmatrix} \cdot R_2 \quad (5)$$

を基本行列と呼ぶ。すなわち、2つのカメラ座標と基本行列は次の式で関係付けられる。

$$(x_1, y_1, -c_1) \cdot E \cdot \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \\ -c_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (6)$$

なお、基本行列は実数倍しても共面条件は成立するので、実数倍の任意性がある。

回転行列 R を

$$R(x, \varphi, \omega) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \omega & -\sin \omega \\ 0 & \sin \omega & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos x & -\sin x & 0 \\ \sin x & \cos x & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

と定義し、また、 $\overrightarrow{O_1O_2} = (b_x, 0, 0)$ となる座標系を基準とし、

$$T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -b_x \\ 0 & b_x & 0 \end{pmatrix} \quad (8)$$

とおくと、基本行列は次の式であらわされる。

$$E(x_1, \varphi_1, \omega_1, x_2, \varphi_2, \omega_2) \cong R_1^T \cdot T \cdot R_2 = R(x_1, \varphi_1, \omega_1)^T T \cdot R(x_2, \varphi_2, \omega_2) \quad (9)$$

ここで $\cong$ は実数倍すれば等しくなることを意味し、 x_1, φ_1, ω_1 および x_2, φ_2, ω_2 はカメラ 1 とカメラ 2 の回転パラメータである。

2.2 基本行列の性質

2.2.1 基本性質 1

基本行列の行列式は 0 である。すなわち

$$\det(E) = 0 \quad (10)$$

これは $\det(T) = 0$ より明らかである。

2.2.2 基本性質 2

基本行列は次の 3 次の拘束をみたすことが必要十分条件である⁵⁾。

$$2(E \cdot E^T) \cdot E - \text{tr}(E \cdot E^T) \cdot E = 0 \quad (11)$$

2.2.3 X 軸周りの回転に関する任意性

$$E(x_1, \varphi_1, \omega_1, x_2, \varphi_2, \omega_2) \cong E(x_1, \varphi_1, \omega_1 + \omega, x_2, \varphi_2, \omega_2 + \omega) \quad (12)$$

が成立する。すなわち基本行列を決定するのは実質 5 つの角度となり、 $\omega_1 = 0$ においても問題ない。

2.2.4 一つの基本行列に関する任意性

異なる回転行列が同じ基本行列に対応するケースが存在するので注意する必要がある。

$$\textcircled{1} \quad E(x_1, \varphi_1, 0, x_2, \varphi_2, \omega_2) \cong E(x_1, \varphi_1, 0, x_2, \varphi_2, \omega_2 + \pi) \quad (13)$$

$$\textcircled{2} \quad E(x_1, \varphi_1, 0, x_2, \varphi_2, \omega_2) \cong E(x_1, \varphi_1 + \pi, 0, x_2', \varphi_2', \omega_2') \quad (14)$$

ただし $R(x_2', \varphi_2', \omega_2') = R(0, \pi, 0) \cdot R(x_2, \varphi_2, \omega_2)$

$$\textcircled{3} \quad E(x_1, \varphi_1, 0, x_2, \varphi_2, \omega_2) \cong E(x_1 + \pi, -\varphi_1, 0, x_2', \varphi_2', \omega_2') \quad (15)$$

ただし $R(x_1 + \pi, -\varphi_1, 0) = R(x_1, \varphi_1 + \pi, \pi)$ であり、X 軸周りの任意性を考慮すると②と③は幾何学的には同一とみなすことができる。実際には①と②の組み合わせによる 4 つのケースを考慮する必要がある。Hartley⁷⁾や服部⁸⁾が指摘しているように、カメラの前面で交差するものはその中の 1 つだけなので、これから

適切なものを決定することが可能である。

2.3 基本行列の正規化

基本行列は実数倍の任意性を持つが、異なる基本行列で共面条件を評価する際、共面条件で計算する四面体の体積は b_x に比例するため、共通のスケールをもつ基本行列で評価することが望ましい。例えば、Stewénius³⁾や Li⁴⁾らは正解の基本行列と計算された基本行列を比較するため、フロベニウスのノルムによる正規化を行っている。

$$En = E / \|E\| \quad (16)$$

ここで $\|E\|$ は行列 E のフロベニウスのノルムであり、次の式で定義される。

$$\left\| \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij}^2} = \sqrt{\text{trace} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}^T} \quad (17)$$

この正規化によって En のフロベニウスのノルムは 1 に調整される。

一方、基本行列のフロベニウスのノルムは対角和が相似な変換に対して不変であることを利用すると

$$\begin{aligned} \|E\|^2 &= \text{tr}(E \cdot E^T) \\ &= \text{trace}(R_1^T \cdot (T \cdot T^T) \cdot R_1) \\ &= \text{trace}(T \cdot T^T) \\ &= \text{trace} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_x^2 & 0 \\ 0 & 0 & b_x^2 \end{pmatrix} = 2b_x^2 \end{aligned} \quad (18)$$

である。すなわち、 En は b_x が $1/\sqrt{2}$ もしくは $-1/\sqrt{2}$ を持つケースである。

織田¹⁾は $b_x = 1$ (もしくは $b_x = -1$ と)、すなわちフロベニウスのノルムが 2 になるものを正規化基本行列 (E_N) と呼ぶことを提案している。式(18)を用いると正規化基本行列は次の式で表現できる。

$$E_N = \sqrt{2/\text{tr}(E \cdot E^T)} \cdot E \quad (19)$$

3. 従来の5点法

基本行列は3行3列の行列なので9つの未知数があるが、5つの対応点の共面条件式を用いると、9元1次方程式を5つ立てることができる。基本行列 E を

$$E = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad (20)$$

とおくと、式(6)で与えられる共面条件は、 $a_{11} \sim a_{33}$ の9つの係数の1次方程式となる。

$$x_1 x_2 a_{11} + x_1 y_2 a_{12} - x_1 c_2 a_{13} + y_1 x_2 a_{21} + y_1 y_2 a_{22} - y_1 c_2 a_{23} - c_1 x_2 a_{31} - c_1 y_2 a_{32} + c_1 c_2 a_{33} = 0 \quad (21)$$

今、5つの対応点 (x_{1m}, y_{1m}) , (x_{2m}, y_{2m}) ($m=1, 2, \dots, 5$) が与えられ、それぞれの対応関係で共面条件を構成すると4つの9元1次方程式が得られる。

$$A \cdot (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33})^T = 0 \quad (22)$$

ここで A は5行9列の係数行列である。この式によって未知数を4つに減らすことができる。未知数を減らすにあたっては、上記の5行9列の係数行列 A を特異値分解して得られる零空間を利用する²⁾³⁾⁴⁾。行列 A を特異値分解すると、5行5列の直交行列 U と9行9列の直交行列 V を用いて連立方程式は以下のようにあらわされる。

$$U \cdot \begin{pmatrix} t_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & t_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & t_5 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot V \cdot \begin{pmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{33} \end{pmatrix} = 0 \quad (23)$$

行列 V を

$$V = (V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4 \ V_5 \ V_6 \ V_7 \ V_8 \ V_9)^T \quad (24)$$

とおき、 $V_1 \sim V_9$ は互いに直交することを考慮すると、 V_6, V_7, V_8, V_9 の4つは上記方程式の線形独立な解、すなわち零空間を構成する。 V_6, V_7, V_8, V_9 をそれぞれ(3行3列)の行列に並べ替えたものを $\chi_1 \cdots \chi_4$ とおくと、基本行列 E は下記のように4つの未知数による線形結合で表現できる。

$$E = \sum_{i=1}^4 \alpha_i \chi_i \quad (25)$$

実際には E は実数倍の任意性を持つので、上記の4つの内の一つを固定(たとえば $\alpha_4=1$) することにより未知数を3つに減らすか、実数倍の任意性をなくするための別の拘束式をおくことが多い。

基本行列であるためには、式(11)を満たすことが必要十分である。この式に式(25)を代入すると、 α_i に関する9つの3次方程式が得られる。Stewénius^{ら³⁾}やLi⁴⁾らの5点法はこれに加えて基本行列の行列式が0である条件(式(10))とともに10個の3元3次連立方程式を立て、これを代数的に解いている。これは最終的には1元10次方程式に帰着され最大10個の実数解が得られる。なお、式(11)を満たす行列 E は必ず $\text{rank}(E) < 3$ なので、必ず式(10)を満たす。式(10)を加えるのは、高次連立方程式を解くための便宜のためである。織田¹⁾が指摘するように幾何学的にも代数的に求めた5点法の解は複数存在する場合がある。

Batra^{ら⁵⁾}は上記4つの未知数に加えて2つのカメラ間ベクトル成分を含めた7つの未知数を、2次式の拘束に帰着させ、これを非線形最小二乗法で解いている。

4. 初期値推定を伴う非線形最小二乗法による5点法の解法

非線形最小二乗法で解く場合は、いくつかの初期値を準備し他の点を検証する必要がある。本論文では、追加で3点もしくはそれ以上の対応点情報を利用して未知数の初期値を求め、これを初期値として最小二乗法で解くことを提案する。

5点の対応点を与えた上で基本行列を式(25)で表現する。ここで4つの係数 α_i すべてを未知数とする。また実数倍の任意性を固定するため基本行列が正規化基本行列 E_N であるよう拘束を加える。この拘束は次の式であらわされる。

$$\|E_N\| - 2 = 0 \quad (26)$$

さらに、式(11)で表現される基本行列であることの必要十分条件は

$$(E_N \cdot E_N^T) \cdot E_N - E_N = 0 \quad (27)$$

となる。式(26)および(27)は10個の連立方程式を構成する。

ここで提案する手法は、式(26)で得られる2次式およ

び式(27)の左辺で得られる9つの3次式の誤差の二乗和が0となるように非線形最小二乗法を適用し、4つの未知の係数 α_i を決定する。この際、最初に与えた5点以外の3点の対応点と式(20)で表現される基本行列を用いて得られる3つの共線条件および式(21)の実数倍決定条件を用いて4つの未知の係数 α_i の初期値を求める。最初に $\alpha_4=1$ として残りの3つの係数の連立一次方程式を解くことによって求め、これで得られた行列が式(20)を満たすよう改めて係数 α_i を再決定する。その後は非線形最小二乗法で以下の式を満たす最適解を求める。

$$\min \sum_{i=1}^{10} (P_N)^2 \quad (28)$$

ここで P_N は式(26)および式(27)の左辺を示す。ただしこれでは式(26)を厳密に満たさないで、繰り返し計算ごとに式(26)を満たすよう係数を再調整する。

なお、すべての点が平面上に存在するとき、対応点の座標は射影変換 (Homography) になる。このとき、8点法は行列式が0となり本手法では正しく初期値を求めることができない。このような場合は初期値をランダムに与えることとし、収束計算を行う。収束しない場合は収束するまで制限回数までリトライすることとする。

5. 数値実験

5.1 起伏のある点配置の場合

前章で提案した手法に関してシミュレーションデータを用いた数値実験を行った。数値実験は下記に示す設定で行った。実験では画像座標の誤差はないものとした。

数値実験は計測点配置 (10通り) と起伏率 (5通り) の組み合わせで50回行った。また、非線形最小二乗法として、Levenberg-Marquardt 法 (LM 法) と、Gauss-Newton 法を比較した。なお、Levelberg-Marquardt 法と Gauss-Newton 法については直接コーディングしたものを使用した。線形代数モジュールについては OpenCV⁹⁾を使用した。Levelberg-Marquardt 法では、最急降下法のための係数の初期値を1とし、収束した場合は1/10倍、収束しない場合は10倍と制御した。

また、計算された正規化基本行列の精度を下記の式で評価した。

表1 数値実験におけるカメラおよび計測点位置の設定

カメラ間距離	1 m
カメラ方向	$\kappa: -\pi \sim \pi$ でランダムに設定 $\phi \cdot \omega: -\pi/4 \sim \pi/4$ でランダムに設定
計測点配置 (図1)	1 m × 2 m の矩形に8点配置 (矩形までの距離 D は 1 m ~ 10 m の10通り)
起伏率	矩形上の起伏の標準偏差 σ を距離 D × R に設定 (R = 0.1, 0.01...0.00001 の5通り)
画像座標誤差	なし

図1 矩形に配置された計測点位置

$$e_{E_N} = \min(\|\widehat{E_N} - E_N\|, \|\widehat{E_N} + E_N\|) \quad (29)$$

ここで $\widehat{E_N}$ は真の正規化基本行列である。

比較のため、Stewénius ら³⁾の手法で同じデータについて計算し、比較を行った。Stewénius ら³⁾の手法による計算は Bundler¹⁰⁾¹¹⁾に実装されているものを利用した。

図2は誤差のlog10と矩形までの距離Dとの関係を示す。それぞれの距離のデータは5通りの異なる起伏の平均を示す。図より、本手法で計算された正規化基本行列の方がStewénius らの手法で計算したものより1~2オーダー精度よく計算されていることが分かる。これは、Batra ら⁵⁾が指摘しているとおり、高次方程式を解く際の不安定性に起因すると推定する。

図2より、計測点までの距離が遠いほど精度が悪くなる傾向があることが分かる。これは、計測点の占める視野角が距離が遠いほど小さくなるからであると解釈される。Nister の手法では1 m と10 m を比較すると

図2 Log10誤差
(起伏のある点配置)

4 オーダーほどの精度の悪化が見られるが、本手法では1～2 オーダーの悪化にとどまっている。

このテストでは、すべてのケースについて初期値が計算でき、すべてが正しく収束した。これは初期値の計算が正しく行えたことを示している。また、LM 法と、Gauss-Newton 法を比較してみると、両者はほとんど変わらない結果となった。

5.2 平面上に点が配置されている場合

比較実験として、平面上に点が配置されている場合についても実験を行った。ここでは起伏率を0とし、それぞれの計測点配置(10通り)について5回ずつ、計50回行った。またリトライの最大回数を20回とした。

図3は誤差のlog10と矩形までの距離Dとの関係を示す。全体の傾向は図2と同様であるが、本手法で局所的に精度が悪くなっていることが分かる。これは、計算が収束しなかった場合や誤った値に収束した場合があるためである。

表1にLM法と、Gauss-Newton法の収束状況を示す。どちらも90%以上が正しい値に収束したが、Gauss-Newtonの場合は間違った値に収束する場合が見られた。平均リトライ回数はLM法で5.64回、Gauss-Newton法で4.24回であった。わずかであるがLM法の方がGauss-Newton法より正しい結果に収束する割合が高かった。

LM法・Gauss-Newton法いずれの場合も、間違っ

図3 Log10誤差
(平面上に配置されている場合)

表2 平面上に配置されている場合の収束状況

	LM 法	Gauss-Newton 法
収束	48/50(96%)	50/50(100%)
正しい値に収束	48/50(96%)	46/50(92%)
間違った値に収束	0/50(0%)	4/50(8%)
平均リトライ回数	5.64	4.24

た値に収束しているケースが見られるが、式(28)で定義される最小二乗和は十分小さくなっており、別の解に収束したと考えられる。これは次のようなケースである。図4において、 $R_1=R_2=R(0,0,0)$ 、 $O_1=(0,0,0)$ 、 $O_2=(1,0,0)$ 、画面距離を1とし、観測点の三次元座標を $P_1(0,0,-1) \cdot P_2(0,1,-1) \cdot P_3(0,-1,-1) \cdot P_4(1,0,-1) \cdot P_5(1,1,-1)$ とする。各点のカメラ座標は、カメラ1において $p_{11}(0,0,-1) \cdot p_{12}(0,1,-1) \cdot p_{13}(0,-1,-1) \cdot p_{14}(1,0,-1) \cdot p_{15}(1,1,-1)$ 、カメラ2において $p_{21}(-1,0,-1) \cdot p_{22}(-1,1,-1) \cdot p_{23}(-1,-1,-1) \cdot p_{24}(0,0,-1) \cdot p_{25}(0,1,-1)$ である。

2つのカメラを図のようにY軸周りに回転する。この時、Y軸方向から見て直角二等辺三角形の2つの角のZ座標が±で同じ値となるような角度とする。この時、変換後の座標の対応する点のZ座標は全ての点で一致する。またY軸周りの回転なので対応する全ての点でY座標も一致する。すなわち、対応する点を結ぶ直線は $\overline{O_1O_2}$ に平行となる。よってすべての対応点において共面条件が成立する。

図4 5点法の多重解の例

6. まとめ

本論文では、非線形最小二乗法による5点法の解法を示した。正しい収束解を求めるため、8点法を援用して初期値を求め、収束計算を行った。画像座標の誤差がないとした数値実験において、Nisterの手法よりも精密に解を求めることができた。

すべての点が平面上に分布する場合、本手法の初期値計算は失敗するが、そのような場合はランダムに初期値を与えることにより90%以上のケースにおいて正しい解に収束することが分かった。

また非線形最小二乗法の実装方法としてLM法と、Gauss-Newton法を比較したが、両者において大きな違いは見られなかった。

今後は画像座標の誤差が本手法にどの程度影響するかを考察する必要がある。また今回はカメラの投影中心が他のカメラに写っているようなケースについてはシミュレーションを行わなかったため、今後そのようなケースについても検討を行いたい。

5点法は自由度が0のため観測値に誤差が含まれる場合の誤差評価が行えない。より正しい相互標定を行うためには5点法で求めた初期値を用いて従来の5つの相互標定要素を非線形最小二乗法で求める手法で精密な解を求めることが必要である。一方5点法は平行ではない撮影方法（カメラの方向や撮影スケールが大きく異なる場合）でも解を得ることができる強力な相互標定手法であり、5点法を用いた解を書機にすることで相互標定を安定かつ精密に行うことができるようになる。その意味で、今後観測値に誤差を含む場合を検討するに当たっては、従来方法との組み合わせで

安定した解が得られるかを検討することにより実用的な実装が行えるようになると思う。

(受付日2014.9.12, 受理日2014.11.10)

参考文献

- 1) 織田和夫, 相互標定とエッセンシャル行列に関する考察, 日本写真測量学会平成24年度秋季学術講演会発表論文集, pp.125-126, 2012.
- 2) D. Nistér: An efficient solution to the five-point relative pose problem, IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence 26(6), pp.756-777, 2004.
- 3) Stewénius, H., Engels, C. and Nistér, D., 2006. Recent developments on direct relative orientation, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, vol. 60, no. 4, pp.284-294, 2006.
- 4) H. Li, R. Hartley: Five-Point Motion Estimation Made Easy, ICPR (1), pp.630-633, 2006.
- 5) D. Batra, B. Nabbe, M. Hebert: An alternative formulation for five point relative pose problem, IEEE Workshop on Motion and Video Computing WMVC '07, 2007.
- 6) Rodehorst, V., Heinrichs, M., and Hellwich, O., 2008. Evaluation of relative pose estimation methods for multi-camera setups. The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Vol. XXXVII, Part B3b, Beijing, 2008.
- 7) R. Hartley, A. Zisserman: Multiple View Geometry in computer vision, Cambridge University Press, second edition, 2003.
- 8) 服部 進, 関 章良, バンドル調整のための外部標定要素の近似値の自動計算法, 土木学会論文集, No. 646, IV-19, pp.139-147, 1993.
- 9) <http://opencv.org/> (accessed 15 Oct. 2014).
- 10) <http://www.cs.cornell.edu/~snabely/bundler/#S4> (accessed 15 Oct. 2014).
- 11) Noah Snavely, Steven M. Seitz, Richard Szeliski, "Photo tourism: Exploring photo collections in 3D," ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH Proceedings), 25(3), pp.835-846, 2006.