メッシュ法による土工量計算の精度に関する研究

村井 俊治*・大林 成行*
篠田 徹**・高橋 博将†

A Study on the Accuracy for Volume Calculation of Earth Works by Mesh Method

by S. Murai, S. Ohbayashi,
T. Shinoda and H. Takahashi

Abstract: The objectives of the study are stressed on the studies on the errors in volume calculations of earth works by using the mesh method, and on the criteria for determining the optimum mesh intervals.

A test area was applied for the study in which five different mesh intervals, 5m, 10m, 15m, 20m, and 30m were sampled for the volume calculation.

The results suggest that both absolute error, relative error and the ratio of volume error to the area should be considered in the case of the analysis of errors in volume calculation.

要旨: この研究はメッシュ法による土工量計算に生じる誤差とその表現方法を考察し、さらに適切なメッシュ間隔を求める基準について論及することを目的としている。

ここでは実験地域による土工量計算を計画高を種々にかえて行った。メッシュ間隔は5m, 10m, 15m, 20m, 30mの5種類想定し、それぞれについての誤差の挙動をみようとした。

本研究は実験的研究であって、実験の結果からすぐに基準を決定する段階ではないが、メッシュ法による土工量計算における種々の問題をさぐる上で貴重な実験となるであろう。

まえがき 宅地造成工事やゴルフ場造成工事など面的に大規模な土工を必要とする工事では、土工量の出来高測量が高い精度をもつことが要求される。正確な土工量計算は、適正な出来高積算に役立つばかりでなく、正確な土工換算係数を求めることが出来る点で、土工上の高度な判断と適切な設計変更を可能にする。

従来から、測量技術者は、測量によって得られる高さの精度について、実測と航測の場合の比較をしながら数多く論議してきた。しかし土木技術者は、高さと面積の積和として間接的に求められる土工量の精度について知りたいのである。

大規模宅地造成工事の出来高測量に、航空写真測量と計算機を結びつけてメッシュ方式で能率的に行う方法が最近めざましい効果を発揮することがわかってきた。この場合、メッシュ点の高さの測定を航空写真測量で行い、その結果にメッシュ単位面積を掛けて土量計算を行うのであるが、全体の作業の中でメッシュ点

の高さを測定する作業がきわめて多い。

メッシュ法では、メッシュ間隔をどのくらいに決めたらよいかが、測定作業に大きく影響する。メッシュ間隔あるいはメッシュ点数と土工量の精度の関係をすることは、適切なメッシュ間隔を定める上できわめて重要である。

この研究では、メッシュ間隔を変えた場合に、土工量の精度がどのように変化するかを、ある地形モデルを用いて求め、基礎的な考察を行った。また土工量の精度をあらわす方法についても、二、三の考え方を提案した。

1. 土工量計算とその誤差

土工量の計算に一般的に用いられている方法にはつぎの三つがある。

(1) 等高線法

地形がきわめて複雑であり、土工計画面が平坦な場合に、土工高の等高線を引き、等高線に囲まれる土工面積を各高さ毎に求めてつぎの式により土工量を求める。

* 東大生産技術研究所 ** 東大研究生 (帝国測量K. K.)

† アジア航測K. K.

「写真測量」 Vol. 12 No. 1 1973

$$V = \int S dh \div \left(\frac{1}{2} s_1 + s_2 + \cdots + s_{n-1} + \frac{1}{2} s_n \right) \Delta h$$

この場合、面積の測定を機械化するのがやっかいとなる。

(2) 平均断面法

一般に良く用いられる方法で、等距離毎の断面における土工面積を求め、断面間の平均断面積と距離の積和により土工量を求める。

$$V = \int S dl \div \left(\frac{1}{2} s_1 + s_2 + \cdots + s_{n-1} + \frac{1}{2} s_n \right) \Delta l$$

この場合、面積の計算は、地形高の測定が機械化されれば、機械化することは可能であるが、断面をとる距離の適切な間隔を定めることが問題となる。

(3) メッシュ法

面的にひろがりのある宅地造成などに良く用いられ、メッシュ点における地形高と計画高の差、すなわち土工高さにメッシュ単位面積を掛けることによって土工量計算が行われる。

$$V = \int h ds \div \sum \sum h_{ij} d^2$$

この場合、メッシュ点の地形高を測定することは、航空写真により容易に機械化できるが、メッシュ間隔を適切に定めることが問題となる。また境界部におけるメッシュ単位面積を補正しなければならない。

土工量計算に伴う主な誤差にはつぎのものが考えられる。

- (1) 地形高さの誤差：測量学では中等誤差として±何cmと表現している。これは航空写真測量の場合、基準点の残差の標準偏差をあらわしているものであって、全地域にこの誤差があるわけではない。またこの誤差が土工量の誤差に関連することは分るが、平均的にどのような関数関係になるかはわかっていない。しかし誤差の平均値の期待値は0となる。
- (2) 内挿近似の誤差：地形点を無限に多くして測定することは不可能である。5mおきとか10mおきなどに1点の割合で地形点を取り、その間を内挿近似するために、土工量計算に誤差を生じる。これは地形高が正確に測定されていても生じる誤差である。この研究では、内挿近似の誤差に注目することにして、測定点の間隔によって土工量計算がどのように異なるかをみようとした。したがって地形高の測定は正しいという前提のもとに実際を行った。
- (3) 面積の誤差：メッシュ法の場合、境界部

の単位面積を1とすることによる誤差で、辺の部分は $\frac{1}{2}$ 、隅で $\frac{1}{4}$ にするなどして補正を行う。全体の中では大した誤差にはならない。

つぎに土工量の誤差をどのように表現したらよいかについて考えてみよう。土工量の誤差の表現方法とその特長を列挙するとつぎようになる。

- (1) 土工量の誤差の絶対量： $\Delta V = V - V_i$

工事の規模によって誤差の絶対量が全体に対してどのような比率を占めるかが、これだけではわからない。

- (2) 土工量の相対誤差： $\alpha = \Delta V / V$

土工量の誤差は主に地表近くの誤差であるから、土工量が大きくなればなる程、すなわち土工高が大きくなる程相対誤差は小さくなる。したがって、土工量の誤差の絶対量や相対誤差だけでは、一般的に土工量の精度を定義づけることはできない。

- (3) 単位面積あたりの土工量誤差： $\Delta h = \Delta V / S$

単位面積あたりの土工量の誤差、すなわち土工高の平均的な誤差に換算して土工量の誤差を表現する。

結局土工量の誤差を表現する場合には、土工量の誤差の絶対量だけでなく、土工量および土工面積に対する比を同時に検討することが必要である。

2. メッシュ法による土工量計算の例

2-1. モデル地区の地形特性

図1 モデル地区等高線地図

表1(a) 土工量計算方法による切土量

整地高 (m)	メッシュ法 (5m×5m)	平均断面法 (5m間隔)	等高線法 (2m等高線)
210.0	205,236.2	205,258.8	207,726.6
212.0	176,450.3	176,459.2	178,926.6
214.0	147,660.0	147,659.4	150,120.4
216.0	118,860.0	118,859.9	121,330.6
218.0	90,078.8	90,074.3	92,756.0
220.0	63,257.1	63,246.6	66,189.1
222.0	42,879.5	42,830.7	45,025.6
224.0	27,610.8	27,545.3	29,409.1
226.0	15,848.2	15,800.6	17,446.6
228.0	8,618.4	8,590.1	9,376.6
230.0	4,064.6	4,042.4	4,574.1
232.0	1,530.8	1,524.1	1,799.0
234.0	441.9	435.2	459.1
236.0	35.7	33.4	51.0
238.0	0.0	0.0	0.0
240.0	0.0	0.0	0.0

表1(b) 土工量計算方法による盛土量

整地高 (m)	メッシュ法 (5m×5m)	平均断面法 (5m間隔)	等高線法 (2m等高線)
210.0	0.0	0.0	0.0
212.0	0.0	0.0	0.0
214.0	0.0	0.0	0.0
216.0	0.0	0.0	0.0
218.0	18.7	13.8	250.0
220.0	1,996.7	1,985.8	2,002.5
222.0	10,418.5	10,369.6	9,640.0
224.0	23,949.4	23,883.8	22,822.5
226.0	40,986.6	40,938.9	39,660.0
228.0	62,556.2	62,528.1	60,390.0
230.0	86,790.4	86,779.5	84,287.5
232.0	113,048.8	113,061.1	110,312.5
234.0	140,756.1	140,772.1	137,772.5
236.0	169,147.4	169,169.6	166,087.5
238.0	197,910.1	197,935.7	194,836.9
240.0	226,709.1	226,735.0	223,636.9

いま図1に示すような120m×120m=1.44 ha のモデル地区を5m正方の格子状のメッシュをかけ、それぞれの地形高を写真測量により測定した。

このとき、このモデル地区の地形の平均地盤高は224.27m、標準偏差は±4.41mであった。

この地形を一平面台地に整地することを考え、整地計画高を210.0mから240.0mまでの間を2.0mの間隔で合計16通り想定し、それぞれの整地に要する土工量を算定した。表1は、土工量計算を5mメッシュを用いたメッシュ法、5m間隔の平均断面法、プラニメー

***** PH=226.0 *****

***** PH=222.0 *****

***** PH=224.0 *****

***** PH=228.0 *****

図2 メッシュ法による切盛土量および切盛土面積

タで2 m等高線を追跡した等高線法による値をあげたものである。

図2はメッシュ法による切土量、盛土量および切土面積、盛土面積の計算結果を図示したものである。

2-2. メッシュ間隔の相違による土工量誤差

表1の結果から、5 mメッシュによる土工量計算が十分真値に近いと考えてよい。実際の土木工事の測量方法からみても、もし地形高が正しいと仮定すれば、

表2 メッシュ法による土工量計算

メッシュ長 整地高		5 m	10m	15m	20m	30m
210m	bank cut	0.0 205,236.2	0.0 205,423.6	0.0 205,230.7	0.0 204,678.1	0.0 205,019.0
212m	bank cut	0.0 176,450.3	0.0 176,627.5	0.0 176,432.9	0.0 175,878.3	0.0 176,219.3
214m	bank cut	0.0 147,660.0	0.0 147,830.0	0.0 147,633.8	0.0 147,079.4	0.0 147,420.1
216m	bank cut	0.0 118,860.0	0.0 119,030.1	0.0 118,834.1	0.0 118,280.2	0.0 118,620.3
218m	bank cut	18.7 90,078.8	10.0 90,240.4	11.2 90,045.5	0.0 89,480.5	0.0 89,820.6
220m	bank cut	1,996.7 63,257.1	2,037.4 63,468.0	2,233.0 63,467.6	1,909.9 62,580.7	1,867.3 62,888.3
222m	bank cut	10,418.5 12,879.5	10,306.9 42,938.1	10,456.4 42,891.3	11,069.4 42,950.6	9,877.0 42,098.2
224m	bank cut	23,949.4 27,610.8	23,806.6 27,658.1	23,877.2 27,512.4	24,649.1 27,730.6	24,951.6 28,373.1
226m	bank cut	40,986.6 15,848.4	40,806.2 15,838.0	40,951.4 15,789.9	41,448.8 15,730.5	42,591.4 17,213.1
228m	bank cut	62,556.2 8,618.4	62,350.7 8,582.8	62,419.0 8,454.7	63,128.3 8,610.4	63,380.9 9,202.9
230m	bank cut	86,750.4 4,064.6	86,613.0 4,047.8	86,819.0 4,055.9	87,107.6 3,790.3	87,320.1 4,342.7
232m	bank cut	113,048.8 1,530.8	112,911.0 1,547.6	112,997.0 1,434.5	113,426.4 1,310.1	113,869.6 2,092.6
234m	bank cut	140,756.1 441.9	140,550.1 387.6	140,795.4 433.2	141,566.1 650.1	141,319.4 742.6
236m	bank cut	169,147.4 35.7	169,019.3 57.5	169,223.9 61.9	169,785.9 70.0	169,534.1 156.5
238m	bank cut	197,910.1 0.0	197,761.4 0.0	197,961.8 0.0	198,515.7 0.0	198,176.2 0.0
240m	bank cut	226,709.1 0.0	226,561.3 0.0	226,761.7 0.0	227,315.6 0.0	226,976.1 0.0

5 mメッシュは十分すぎる程密度の大きい配置であるからほぼ正確な土工量が出たと考えられる。

5 m間隔で分割したメッシュから、10m、15m、20 m、30m間隔の地形点を抽出し、メッシュの大きさを変えて表2に示すように土工量計算を行ってみた。このとき、5 mメッシュの土工量との差、相対誤差、および単位土工面積あたりの土工量誤差を、切土量および盛土面について求めた(表3参照)。

表3から、つぎに列挙するような特徴を見いだすことができる。

- (1) メッシュ間隔が粗くなる程、土工量の誤差の最大値は増加してゆく。
- (2) メッシュ間隔が粗くなる程、土工量の誤差のばらつきが増大する。
- (3) 土工量の小さいところでは、相対誤差が大きくなる。これは、メッシュ点数が少ないためにおきる。
- (4) メッシュ間隔が粗くなる程、土工量の絶対誤差、相対誤差、土工高誤差とも大きくなる傾向がある。
- (5) 切土量および盛土量の絶対誤差はそれぞれのメッシュ間隔でほぼ同じような特性を示す。

表3(a) 土工量誤差(切土)

メッシュ間隔 (m)		10.0			15.0			20.0			30.0		
整地高 (m)		a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
210.0		187.4	0.091	13.0	5.5	0.002	0.3	558.1	0.271	38.7	217.2	0.105	15.0
212.0		177.3	0.100	12.3	17.4	0.009	1.2	572.0	0.324	39.7	231.0	0.130	16.0
214.0		170.0	0.115	11.8	26.2	0.017	1.8	580.6	0.363	40.3	239.9	0.162	16.6
216.0		170.1	0.143	11.8	25.9	0.021	1.8	579.8	0.487	40.2	239.7	0.201	16.6
218.0		161.6	0.179	11.2	33.3	0.036	2.3	598.3	0.664	41.5	258.2	0.286	17.9
220.0		210.9	0.333	16.9	210.5	0.332	17.9	666.4	1.068	53.9	368.8	0.583	32.0
222.0		58.6	0.136	6.8	11.8	0.027	4.3	71.1	0.165	8.6	781.3	1.822	90.4
224.0		87.3	0.316	12.4	98.4	0.356	11.6	119.8	0.433	18.5	762.3	2.760	120.3
226.0		10.4	0.065	1.9	58.5	0.369	6.4	117.9	0.743	23.5	1,364.7	8.610	263.2
228.0		35.6	0.413	11.6	163.7	1.899	42.8	8.0	0.092	2.4	584.5	6.782	169.1
230.0		16.8	0.433	7.8	8.7	0.214	4.4	274.3	6.748	116.6	278.1	6.842	120.7
232.0		16.8	1.097	15.1	96.3	0.568	90.2	220.7	17.91	187.7	561.8	18.16	487.6
234.0		54.3	12.28	91.6	8.7	1.968	16.3	208.2	47.11	354.2	300.7	68.04	261.0
236.0		21.8	61.06	127.9	26.2	73.38	73.6	34.3	96.07	116.7	121.8	341.1	211.4
238.0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
240.0		0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

a: 絶対誤差量(m³) b: 相対誤差(%) c: 土工高誤差(mm)

- (6) 10m間隔および15m間隔のときの絶対誤差の最大値はほぼ200m³で、両者にそれ程の有意差はない。これに対し20m間隔のときの絶対誤差の最大値は約670m³であり、30m間隔のときは約1,500m³となり、あきらかに、10m間隔および15m間隔のときの誤差と有意差が生じる。
- (7) 土工高の誤差は、土工量が大きくなるにつれ、一定値に近づく。
- (8) 相対誤差は、土工量が大きくなるにつれ、小さくなる。

3. メッシュ法におけるメッシュ間隔決定の基準

土工量計算のために、適切なメッシュ間隔を決定したい。前にあげた例では15m間隔より小さい間隔と20m間隔以上の間隔では大きな有意差があり、もし精度を上げたいのであれば、15m間隔にすればよい。しかし、20m間隔ではいけないかという点、それは誤差の許容基準をどうとるかによって決めなければいけない。また、この地形モデルでは、上記の結果になっても他のモデルでは異なる結果になるかも知れない。

このように、今回行った数少ない点数による実験のみでは、適正なメッシュ間隔を決定する基準までを決めることはできない。しかしながら、今回の実験を通じて、きわめて土木技術的立場からつぎのような考え方が可能である。

- (1) 現在までに、プラニメータによる面積測定が公認されていたことから考えると、表1に見る如く、このモデルの場合、1,000m³以下程度の絶対誤差量に入っていれば十分である。すなわち、表3から20m

メッシュ間隔までは許容しうるといえる。

- (2) 土工量が10,000m³以上あるところの相対誤差が約1%以下であれば土工学的には十分であろう。すなわちこのモデルの場合、切土の場合222m以下、盛土の場合228m以上の整地高のときが、土工量が10,000m³をこえる。したがって約1%以下のメッシュ間隔は20m間隔までとなる。表1のプラニメータの結果では、10,000m³以上の土工量のとき、約2%ないし3%程度の相対誤差があるので、1%の基準値は、プラニメータの測定より高い精度を目標としている。

- (3) 土木工事的な見方をすれば、土工量が10,000m³をこえる規模のところでは、土工高の誤差が50mmをこえては信頼性がきわめて悪いといつてよい。

すなわち、このモデルにおいては、20m間隔がこの基準値とほぼ等しく、30m間隔以上は信頼性がうすいといえる。

上記のことから、このモデルでは、高い精度を望む場合には15m間隔にすればよい。これを10m間隔にしてもそれ程精度は高くない。

また、土木工学的には、20m間隔でもなんとか許容しうであろう。しかしこの場合、高い精度は望めない。30m間隔は、土木工学の常識では許容できない、といつてよい。しかし、ここでは工事測量を想定して議論しているので、このような結論を下したが、計画や設計の段階では当然上記の基準も緩和しなければならない。

4. メッシュ法における面積の誤差

表3(b) 土工量誤差(盛土)

メッシュ間隔 (m) 整地高 (m)	10.0			15.0			20.0			30.0		
	a	b	c	a	b	c	a	b	c	a	b	c
210.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
212.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
214.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
216.0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
218.0	8.7	46.52	102.4	7.5	40.10	42.1	18.7	100.0	63.6	18.7	1,380.7	32.4
220.0	40.7	2.038	20.7	236.3	11.83	88.6	86.8	4.347	42.1	129.4	6.480	44.9
222.0	111.6	1.071	18.9	37.9	0.363	10.6	650.9	6.247	105.4	541.5	5.197	94.0
224.0	82.8	0.345	11.1	72.2	0.301	10.6	699.7	2.921	88.1	1,002.2	4.184	124.2
226.0	180.4	0.440	20.1	32.2	0.078	1.1	462.2	1.127	49.1	1,604.8	3.915	174.1
228.0	205.5	0.328	18.1	137.2	0.219	3.1	572.1	0.914	51.2	824.7	1.318	75.3
230.0	177.4	0.204	14.4	28.6	0.032	2.2	317.2	0.365	26.3	529.7	0.610	47.3
232.0	137.8	0.121	10.3	51.8	0.045	3.8	377.6	0.334	28.5	820.8	0.726	61.9
234.0	206.0	0.146	14.9	39.3	0.027	2.8	810.0	0.575	58.6	563.3	0.400	42.5
236.0	128.1	0.075	9.0	76.5	0.045	5.4	638.5	0.377	45.2	386.7	0.228	27.9
238.0	148.7	0.075	10.3	51.7	0.026	3.5	605.6	0.305	42.0	266.1	0.134	18.4
240.0	147.8	0.065	10.2	52.6	0.023	3.6	606.5	0.265	42.1	267.0	0.117	18.5

a: 絶対誤差量(m³) b: 相対誤差(%) c: 土工高誤差(mm)

表4 メッシュ法における面積差 (単位 m²)

メッシュ 標準高 標準高	5 M	10M	15M	20M	30M
216m	14,400.00 0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
218	14,187.50 212.50	+12.50 -12.50	-125.00 +125.00	+12.50 -12.50	+212.50 -212.50
220	12,331.25 2,068.75	+43.75 -43.75	-350.00 +350.00	+368.75 -368.75	-406.25 +406.25
222	8,550.00 5,850.00	+100.00 -100.00	+225.00 -225.00	-150.00 +150.00	+450.00 -450.00
224	6,600.00 7,800.00	0.00	-300.00 +300.00	0.00	-300.00 +300.00
226	4,856.25 9,543.75	+68.75 -68.75	-75.00 +75.00	-156.25 +156.25	318.75 318.75
228	2,806.25 11,593.75	-181.25 +181.25	+175.00 -175.00	-305.25 +306.25	568.75 568.75
230	1,743.75 12,656.25	-18.75 +18.75	-112.50 +112.50	+156.25 -156.25	-168.75 +168.75
232	793.75 13,606.25	-18.75 +18.75	+50.00 -50.00	-293.75 +293.75	-118.75 +118.75
234	343.75 14,056.25	+131.25 -131.25	-62.50 +62.50	-43.75 +43.75	+331.25 -331.25
236	93.75 14,306.25	-18.75 +18.75	+75.00 -75.00	+6.25 -6.25	+131.25 -131.25
238	0.00 14,400.00	0.00	0.00	0.00	0.00
標準偏差		137.47	271.95	297.78	361.68

上段：切土面積の誤差 下段：盛土面積の誤差

メッシュ法による土工量計算の中に介入する誤差の一つに面積の誤差に起因するものがある。対象区域が全面積にわたって切土または盛土になるところではこの誤差は介入しない。対象地域の中に切土と盛土の区域が混在しているところでは、メッシュ間隔の粗密の程度で、切土面積または盛土面積に誤差を生じるわけである。したがって、全地域が切土または盛土になる場合、たとえば前述の例では計画高が216.0m以下または238.0m以上のところでは、絶対誤差量が一定値になる。すなわち、メッシュ間隔の違いによるサンプリング個数とその土工差が、真実の地形にどの程度近似するかによってその誤差に差違を生じる。したがって地形の起伏がたとえば20m程度の周期波になっていれば、20m毎に波の山頂部があらわれるので、もし20

mメッシュにすれば誤差は一方に傾く結果になる。

切土と盛土が混在するところ、すなわち前例では218.0mから236.0mまでの間では、上記の誤差のほか、面積による誤差が加えられるので、当然誤差のばらつきも大きくなる。

表4はメッシュ間隔5mの場合の切土面積および盛土面積と、10m、15m、20m、30mのメッシュ間隔のときの土工面積との誤差をあらわしている。また218.0mから236.0mまでの誤差の標準偏差も計算した。

この表から以下ことがいえる。

- (1) メッシュ間隔が粗になる程、誤差の最大値、標準偏差は増大する。
- (2) 切土面積と盛土面積が混在しているところでは、その面積の大小に関係なく、誤差が生じる。
- (3) 15mと20mのメッシュ間隔のときの誤差の大小には有意差がない。
- (4) 表3の土工量の誤差と比較すると、土工量の誤差も切土と盛土が混在するところでの最大値をとる。しかし、最大値の生じるところが土工量と面積の誤差の場合で必ずしも一致しない。

むすび

本研究は、メッシュ法による土工量計算の誤差に伴う疑問点を卒直にとりあげ、実験的な研究を行った。それ故、この種の問題に対する一つの問題提起にもなっている。ここで行った実験は必ずしも十分なサンプリング個数があったわけでもなく、とりあげた地形が典型的なものといえるものでもないが、この実験に出てきた誤差の傾向は、従来から想定していた一般的な傾向にかなり類似していたといえる。

今後さらに数多くの実験をかさね、地形のタイプに対応した適切なメッシュ間隔を決める基準を定めたいと考えている。