シミュレーションモデルによる誤差伝播に関する研究

——空中三角測量の実験を中心として——

白 殷 基*

Studies on Error Propagation by Simulation Model

—Main description of experiments of aero-triangulation—

by E. K. Back

Summary: This paper describes the actual experiments of the error propagation and studies of analytical photogrammetry using the simulation method in which we can find the causes of the errors. These studies and the results give the valuable data which are very effective for systematically controlling the errors in aerial triangulation. The main contents in my paper are as follows:

1. Dose the scale errors in the successive models in the form of normal distribution appear when the observation errors propagate in the form of normal distribution?
2. In what form does this scale error propagation in the actual model appear?
3. When the causes of the scale error propagation are found, is the evaluation standard determined normally?
4. What degree of influence is there from the constant errors?

I have done several experiments using the simulation method technique to solve the complicated error propagation of aerial triangulation which is the effective means to research the relations between cause and effect. In this paper, the studies have concentrated on the following points of simulation experiments.

- (1) The first part describes how we can produce the soft program of the simulation experiment.
- (2) The second part is the method propagating the errors in the simulation models and the kinds of errors.
- (3) The final part is the most important; that is the analyzing and evaluation of the influence of the errors in the models to take advantage of control during actual work.

From the above-mentioned points, it is said that these studies are a very important development in the field of controlling and managing aerial photogrammetry and especially in the case of error propagation, we can clearly find the causes of the errors and steps and parts of errors generated when we use these techniques.

はじめに 誤差伝播のシミュレーションを行った。このシミュレーションでは縮尺 1/5,000 の国土基本図の作成を想定し、地域として、宮城県古川、涌谷、登米の比較的平坦地を選定した。

画面距離は150 mmの広角カメラ (RC-8を想定) で縮尺 1/20,000 の写真を撮影するものとした。本論文ではグリッドモデルではなく、実際の地表面を縮尺 1/20,000航空写真で撮影したものとして写真座標値を計算し、その写真座標値に定誤差および不定誤差を与えた。そのときの空中三角測量の結果がどのようになるかを計算した。

定誤差として、主点位置、画面距離の誤差の影響を

調べ、また、不定誤差の影響を正規乱数を利用して調べた。

本論文の研究成果は、航空写真測量を管理、運営する上で、航空写真測量で作成した成果の精度が劣る場合、どこにどのような原因があるのかを突き止めるために有効に利用できるものとする。

1. シミュレーションプログラムの作成

シミュレーションプログラムは 1)計算機で仮想写真座標値の作成、2)それ以後の解析空中三角測量のプログラムとから成る。解析空中三角測量の計算方式は、上谷方式で作成した。ただし、微分係数の微少要素も無視しないでそのままプログラムに組み込んだ点が多量に相異している。その理由は、実験が簡単でしか

* 韓国・ソウル農業大学

「写真測量」 Vol. 12 No. 4 1973

も真の値が完全にわかっているから誤差を論じ易いためである。プログラムは、主プログラムと、4個のサブプログラムより成立する。その4個のサブプログラムは、PROG-1、PROG-2、PROG-3、PROG-4という名称が付してあって、各プログラムの内容は次のようになっている。

PROG-1: 写真座標値の作成プログラム

PROG-2: 相互標定のプログラム

PROG-3: 接続標定のプログラム

PROG-4: 絶対標定のプログラム

主プログラムにこれら4つのプログラムを結合し、データを発生させ、誤差を与えて、空中三角測量をするようになっている。これらを簡単に図示した流れ図は上記の通りである。

2. 誤差の与え方

本論文で検討した誤差は、定誤差としての内部定位誤差と不定誤差である。

定誤差を与える方法は、比較的簡単である。カメラ製作会社がそのカメラを検査して出荷しているので、そこで考えられる誤差範囲を定数として与えればよい。航空写真測量のカメラの画面距離は0.01mmまで与えられているのでこの最小読取単位の2倍の誤差があり得ると考えて $\pm 0.02\text{mm}$ の誤差を与え、それがどのように結果に影響するかを調べばよいことになる。

不定誤差を与える方法は、比較的難しい。不定誤差はガウスの正規分布に従うと仮定した。このガウスの正規分布にしたがって発生する誤差を作り出すために、乱数表を用いる方法、すなわち、一様乱数表より乱数を拾い、それを正規分布に直すという方法である。しかし、この方法だと手間がかかるとともに誤りを犯しやすいので一様乱数にならないかもしれない)ここでは計算機内部で正規乱数を発生させることに

図-1 シミュレーションモデル(a)とパスポイント(b)

し、まず、一様乱数を発生させ、それを利用して正規乱数を発生させる二段階の手順を踏んだ。

3. 誤差伝播の実験

縮尺 1/5,000 の国土基本図を作成するときのことを想定して、画面距離 150mm の広角カメラで撮影するものとし（縮尺 1/20,000 の写真を撮影するために）、撮影高度を 3,000m とした。撮影地域は比較的平坦地を選定した。その理由は、平坦地と山岳地では、誤差発生および誤差の程度もいろいろな原因と要素で食い違ってくると考えられ、平坦地と山岳地に区分し、初めに平坦地を実験考察した。

図-1 で示すように、宮城県の前川、涌谷、登米に到る比較的平坦地のところを撮影地区として選定し、この地域の地形図上でパスポイントおよび基準点を仮想して、入力データを作成した。これらの仮想写真モデルは図-1(a)の通りでこれは上記の縮尺 1/50,000 の地形図上で取ったものである。

また、パスポイントは、各モデルでのおおの 6 点づつとっている。基準点は次に述べる理由のためにコースの先端のほうで 4 点を選んだ。基準点附近の数モデルは誤差がかなりあったとしても、対地標定による多大の誤差は生じない。そして大切なことは、本論文は、誤差の伝播によって基準点より遠く離れたモデルの誤差がどのような状態になって表われるのかを詳細に調べることにあるので、連続モデルのコースの先

端のほうに基準点を集めて実験することが必要だったのである。

3.1 観測誤差の正規分布と縮尺接続誤差の分布との関係

写真座標値に平均値 0 (零)、標準偏差 0.01mm のガウスの正規誤差を与えたとき、パスポイントの座標がどのような値になるのかを調べてみた。使用したシミュレーションモデルの原座標値は、表-1 に示すとおりである。この表の中で撮影位置の値は与えてあるので写真座標値を逆に計算し、その値にガウスの正規誤差を加えたのである。ガウスの正規誤差を 2 種類作成した。表-2 および表-3 に正規誤差をその 1 その 2 として表示した。

このような誤差を与えて解析空中三角測量を実施した結果、パスポイントの誤差を得ることができた（紙面の関係上誤差表の記載を一部に制限する）。それらをわかりやすくグラフに表したのが図-4、5、6 である。このグラフより空中三角測量の誤差管理上、または、誤差考察上非常に有効なデータを得ることができた。観測誤差の正規分布性にもかかわらず、縮尺接続誤差の分布は正規分布しないで累積的である。同様なことは角度の接続誤差についてもいえる。図-3 は撮影位置の誤差がどのようなになっているかを示したものである。

この誤差の成分中で縦方向の誤差 dx は主に、縮尺接続誤差の影響、 dy は κ 、 dz は φ の接続誤差の影響によるものと考えられる。同じように、 ω はねじれの接続誤差として表われるべきであるがここではその点明確でない。

このような接続誤差の伝播は地上測量のトラバース測量における誤差伝播と全く同

図-2 誤差伝播の調べ方

表-1 シミュレーションモデルの原座標値（縮尺1/20,000写真撮影を想定して）（単位・m） その1

	X ₀ =2300 Y ₀ =5000 Z ₀ =3000				X ₀ =4100 Y ₀ =5000 Z ₀ =3000				X ₀ =6000 Y ₀ =5000 Z ₀ =3000			
	1-1	1-2	1-3	1-4	2-1	2-2	2-3	2-4	3-1	3-2	3-3	3-4
X	2300	2300	2350	3950	4100	4200	4100	4350	6000	6050	6100	7850
Y	6750	5000	3250	6250	6850	5000	3300	3150	6500	5000	3200	5900
Z	140	100	120	70	80	80	140	100	60	50	60	30

	X ₀ =7950 Y ₀ , Z ₀ 上同				X ₀ =9800 Y ₀ , Z ₀ 上同			X ₀ =11350 Y ₀ , Z ₀ 上同		
	4-1	4-2	4-3	4-4	5-1	5-2	5-3	6-1	6-2	6-3
X	7950	7850	7800	8200	9800	9700	9800	11350	11550	11500
Y	6700	5000	3250	3550	6750	5000	3300	6800	5000	3150
Z	40	30	45	40	27	27	35	28	25	60

$X_0=13450$ $Y_0=5000$ $Z_0=3000$ $X_0=15050$ $Y_0=5000$ $Z_0=3000$ $X_0=16850$ $Y_0=5000$ $Z_0=3000$

	7-1	7-2	7-3	8-1	8-2	8-3	9-1	9-2	9-3
X	13450	13400	13250	15050	15200	15200	16850	17050	17000
Y	6450	5000	3200	6600	5000	3250	6700	5000	3250
Z	27	20	22	20	20	20	18	18	17

$X_0=18850$ " $X_0=20600$ " $X_0=22500$ "

	10-1	10-2	10-3	11-1	11-2	11-3	12-1	12-2	12-3
X	18850	18900	18800	20600	20750	20750	22500	22550	22700
Y	6650	5000	3050	6550	5000	3200	6600	5000	3200
Z	17	17	20	19	20	20	15	15	17

$X_0=24350$ " $X_0=26150$ " $X_0=28000$ "

	13-1	13-2	13-3	14-1	14-2	14-3	15-1	15-2	15-3
X	24350	24400	24400	26150	26250	25200	28000	28100	27950
Y	6650	5000	3300	6700	5000	3450	6800	5000	3400
Z	13	12	12	13	13	15	12	10	18

$X_0=29950$ " $X_0=32300$ " $X_0=33550$ "

	16-1	16-2	16-3	17-1	17-2	17-3	18-1	18-2	18-3
X	29950	29950	29900	32300	31800	31500	33550	33600	33550
Y	6600	5000	3150	6650	5000	3150	6700	5000	3100
Z	12	9	8	18	9	8	92	70	7

$X_0=35400$ " $X_0=37300$ " $X_0=39950$ "

	19-1	19-2	19-3	20-1	20-2	20-3	21-1	21-2	21-3
X	35400	35450	35350	37300	37250	37050	39950	39100	38800
Y	6700	5000	3350	6600	5000	3100	6650	5000	3000
Z	140	60	20	220	160	25	30	60	30

$X_0=40950$ " $X_0=42850$ " $X_0=44650$ "

	22-1	22-2	22-3	23-1	23-2	23-3	24-1	24-2	24-3
X	40950	40950	40850	42850	42800	42650	44650	44650	44550
Y	6600	5000	3050	6600	5000	3050	6600	5000	3100
Z	9	9	15	11	12	15	15	18	20

$X_0=46350$ "

	25-1	25-2	25-3
X	46350	46500	46350
Y	6550	5000	3100
Z	20	25	28

凡例：
 i : 写真番号
 1,2,3 : パスポイント
 $i-4$: 基準点とする

図-3 撮影位置の誤差分布図

$\frac{dx}{x}$

$\frac{dy}{y}$

$\frac{dz}{z}$

モデール No.

	L	C	R
1	+	+	+
2	+	+	+
3	+	+	+

表-2 正しい写真座標値に与えた座標値偏差 0.01mm 平均値ゼロのガウスの正規誤差（その1）

凡例：LCにて左写真と相互標定する
CRにて右写真と相互標定する

Photo 1

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.002	0.017	0.002	0.019	-0.008	-0.006	0.010	0.011	0.010	-0.001	-0.018	-0.006
2	-0.005	0.016	-0.012	-0.009	0.012	-0.013	-0.002	0.005	0.014	-0.007	-0.007	-0.009
3	-0.009	-0.005	0.007	-0.008	0.008	-0.017	0.001	-0.013	0.009	-0.014	-0.013	-0.001

Photo 2

Photo 3

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.010	0.034	-0.004	0.011	0.005	0.015	0.012	0.018	0.016	-0.001	-0.012	-0.003
2	-0.001	0.019	0.001	0.020	-0.012	0.003	0.007	0.007	0.001	0.001	0.002	0.007
3	0.005	-0.019	0.009	0.007	0.005	-0.003	0.017	-0.005	-0.10	-0.002	0.002	0.005

Photo 4

Photo 5

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.005	-0.006	-0.004	-0.022	0.016	0.018	0.005	0.005	-0.009	0.005	-0.001	0.021
2	0.002	-0.013	0.001	-0.015	-0.001	-0.007	-0.003	0.003	-0.007	0.009	0.005	-0.000
3	-0.003	-0.006	0.013	-0.010	0.004	0.006	0.011	0.018	-0.010	-0.011	-0.017	0.000

Photo 6

Photo 7

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.007	-0.012	-0.007	-0.002	0.003	-0.008	-0.001	-0.005	0.006	-0.012	-0.002	-0.007
2	-0.013	-0.022	-0.016	-0.008	-0.005	0.005	0.002	0.003	-0.015	0.011	-0.010	0.017
3	-0.007	0.007	-0.010	0.014	-0.006	-0.011	-0.008	0.005	-0.012	-0.032	0.010	0.018

Photo 8

Photo 9

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	py	dx	dy
1	0.002	0.002	-0.019	-0.003	-0.004	-0.009	0.006	-0.003	-0.012	-0.006	-0.005	0.005
2	-0.010	-0.014	-0.021	-0.000	-0.002	0.020	0.009	-0.004	-0.009	-0.010	-0.014	-0.000
3	0.003	-0.000	-0.003	-0.006	-0.008	0.020	-0.003	0.006	-0.002	-0.012	-0.012	-0.001

Photo 10

Photo 11

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.007	-0.010	0.003	0.008	-0.000	-0.001	0.011	0.017	-0.003	-0.014	0.006	0.012
2	0.002	0.001	-0.005	0.012	-0.001	0.010	-0.004	0.002	0.005	-0.005	-0.005	0.020
3	0.007	-0.023	-0.006	0.016	0.001	0.008	0.001	0.006	-0.008	-0.010	0.006	-0.003

Photo 12

Photo 13

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.013	-0.007	-0.015	-0.000	-0.006	-0.008	0.006	-0.005	0.010	0.002	-0.008	-0.010
2	-0.004	0.009	-0.006	0.022	0.000	-0.022	-0.007	0.025	0.006	0.012	-0.006	-0.008
3	-0.005	-0.010	0.002	0.010	-0.003	0.017	-0.000	0.011	0.019	0.002	0.006	-0.006

Photo 14

Photo 15

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.020	-0.007	-0.007	-0.003	0.001	-0.007	0.003	0.009	-0.006	0.025	0.007	0.010
2	0.009	0.001	0.007	0.011	-0.007	0.002	-0.003	-0.005	-0.020	-0.006	-0.004	0.009
3	0.008	0.000	-0.018	-0.007	0.011	-0.001	-0.001	-0.011	-0.001	0.013	-0.002	-0.013

Photo 16

Photo 17

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.016	0.007	-0.013	0.003	-0.006	-0.010	0.003	-0.001	0.003	-0.001	0.003	0.018
2	-0.001	0.015	0.005	-0.018	0.005	0.030	-0.015	0.006	-0.007	-0.010	-0.004	-0.002
3	0.001	-0.004	-0.005	0.002	-0.003	0.021	-0.005	0.006	0.009	0.004	0.010	-0.009

Photo 18

Photo 19

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.004	0.007	0.022	0.008	-0.005	0.015	0.013	-0.009	-0.001	-0.005	0.004	-0.001
2	-0.001	-0.005	-0.011	-0.001	0.008	-0.012	0.012	-0.011	-0.009	0.002	-0.003	0.017
3	-0.020	0.013	-0.006	-0.017	0.009	0.003	0.002	0.010	0.000	-0.004	0.003	0.023

Photo 20

Photo 21

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.005	0.007	-0.013	0.003	-0.007	0.003	0.003	0.029	-0.006	-0.018	0.001	-0.002
2	-0.003	-0.006	-0.012	0.003	-0.005	-0.008	0.008	0.001	0.009	-0.011	-0.008	-0.001
3	-0.002	0.003	0.008	-0.001	0.004	-0.001	0.003	0.000	-0.002	0.005	0.002	-0.002

Photo 22

Photo 23

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.009	-0.009	0.014	-0.014	0.003	0.002	0.013	0.001	-0.004	0.014	-0.019	-0.003
2	0.001	0.031	0.006	0.003	-0.001	-0.008	0.001	-0.020	0.001	-0.009	0.009	-0.016
3	0.011	0.013	-0.005	0.007	-0.005	-0.010	0.009	-0.000	-0.017	0.004	-0.001	-0.002

Photo 24

Photo 25

	L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.010	0.021	0.009	-0.011	-0.004	-0.006
2	-0.003	-0.004	0.020	0.011	-0.018	-0.005
3	0.005	-0.022	0.013	-0.004	-0.006	0.007

表-3 正しい写座標値に与えた座標値偏差0.01mm 平均値ゼロのガウスの正規誤差($I_{XXXX}=-214$) (その2)

Photo 1

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.014	-0.003	-0.014	-0.002	0.003	-0.001	-0.011	-0.001	0.001	-0.002	-0.011	0.011
2	-0.011	0.005	-0.006	-0.003	0.012	0.004	0.001	0.011	-0.011	-0.026	-0.008	-0.017
3	0.020	-0.002	-0.011	0.010	0.003	0.011	-0.001	-0.001	-0.003	-0.031	0.001	-0.004

Photo 2

Photo 3

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.012	0.008	0.010	-0.013	-0.011	-0.015	-0.015	0.008	-0.008	-0.007	0.004	0.006
2	-0.007	0.013	0.014	-0.009	0.003	0.016	0.006	0.007	-0.004	0.002	0.019	-0.022
3	0.008	-0.007	-0.000	-0.008	-0.002	-0.011	0.023	0.011	0.003	-0.005	0.003	-0.012

Photo 4

Photo 5

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.015	0.014	0.003	0.022	-0.004	0.002	-0.016	-0.001	0.010	0.001	-0.003	-0.004
2	0.004	0.005	-0.002	0.004	0.017	-0.005	0.012	-0.017	0.000	-0.011	-0.011	+0.013
3	-0.009	-0.019	-0.000	-0.005	0.001	-0.005	-0.015	-0.008	-0.019	0.018	-0.009	-0.004

Photo 6

Photo 7

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.014	0.002	-0.007	0.010	-0.006	-0.001	-0.019	0.002	-0.002	-0.012	-0.007	-0.001
2	-0.003	0.012	-0.021	-0.006	0.011	-0.003	0.015	-0.003	0.004	0.004	-0.027	-0.001
3	-0.005	0.008	-0.009	-0.013	0.004	-0.006	0.004	-0.003	-0.008	-0.017	0.006	0.016

Photo 8

Photo 9

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.009	-0.002	-0.004	0.007	-0.008	-0.003	-0.003	0.009	-0.003	0.008	-0.002	0.021
2	0.004	0.016	0.008	-0.001	-0.003	0.006	-0.004	-0.015	0.001	-0.015	-0.004	-0.008
3	-0.004	0.011	-0.004	-0.004	-0.022	-0.007	-0.002	0.004	-0.006	0.003	0.002	0.010

Photo 10

Photo 11

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.012	0.002	0.005	0.000	-0.011	-0.006	-0.015	-0.000	-0.004	-0.007	0.003	-0.006
2	-0.013	-0.011	-0.005	0.000	0.008	0.008	0.009	-0.001	-0.001	0.010	-0.013	-0.004
3	-0.004	-0.002	0.012	-0.014	-0.002	-0.005	0.009	-0.001	-0.002	0.010	-0.008	-0.009

Photo 12

Photo 13

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.013	0.003	-0.007	0.008	-0.001	-0.011	-0.001	-0.009	-0.004	0.005	0.012	0.016
2	0.013	-0.002	0.006	0.002	0.007	0.000	0.005	0.002	-0.006	-0.005	0.002	0.002
3	0.002	-0.002	0.009	-0.012	-0.003	0.009	-0.007	0.002	-0.014	0.001	-0.019	0.001

Photo 14

Photo 15

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.014	0.016	0.012	0.006	0.015	0.005	-0.016	0.001	0.012	-0.025	-0.011	-0.010
2	-0.015	0.005	-0.010	0.012	-0.009	-0.004	0.013	0.011	-0.011	0.024	0.014	-0.022
3	-0.001	0.010	-0.000	-0.005	-0.002	0.012	-0.008	-0.007	0.018	0.001	0.007	-0.011

Photo 16

Photo 17

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.005	0.006	-0.018	-0.014	0.019	-0.006	0.013	-0.005	0.008	0.014	0.000	-0.003
2	-0.001	0.004	0.003	-0.003	0.003	0.001	-0.001	-0.003	-0.004	0.015	0.006	-0.015
3	0.032	0.000	0.013	0.008	-0.012	0.021	0.001	0.021	-0.005	0.007	0.003	0.013

Photo 18

Photo 19

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.005	0.013	0.011	0.005	0.008	-0.009	0.009	-0.010	0.001	0.017	-0.007	-0.026
2	-0.003	0.008	-0.013	-0.009	-0.006	0.013	-0.008	0.005	-0.003	-0.007	-0.000	0.007
3	-0.001	-0.018	0.012	0.002	0.014	0.002	0.007	0.002	0.004	-0.000	-0.016	-0.012

Photo 20

Photo 21

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.018	-0.001	0.013	0.014	-0.006	-0.019	-0.002	0.004	-0.011	0.001	-0.004	0.012
2	-0.001	0.018	0.019	0.015	-0.003	0.009	0.010	0.006	-0.003	-0.011	0.009	0.001
3	0.002	-0.006	0.017	0.013	-0.000	-0.004	-0.001	-0.022	0.004	0.005	-0.009	0.019

Photo 22

Photo 23

	L		C		R		L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	0.014	-0.002	0.005	0.005	-0.003	-0.012	-0.027	-0.019	0.001	0.004	-0.012	0.013
2	-0.001	0.008	0.002	-0.004	0.001	0.003	-0.008	0.009	0.012	0.004	0.007	0.002
3	-0.002	-0.012	0.000	0.002	-0.005	-0.024	0.006	0.002	-0.009	0.010	-0.006	0.007

Photo 24

Photo 25

	L		C		R	
	dx	dy	dx	dy	dx	dy
1	-0.004	0.009	0.009	-0.009	-0.007	-0.012
2	-0.009	-0.010	0.005	0.008	0.005	-0.013
3	0.003	0.009	-0.014	0.005	-0.012	0.001

図-7 トラバースの誤差伝播

図-4 バスポイントのラインの誤差の分布図 (dx に対して)

図-5 パスポイント1のラインの誤差の分布図 (dy に対して)

図-6-11 バスポイント1のラインの誤差の分布図 (d_z に対して)

一種類のものであることがわかる。

図-7のようにトラバース測量において最初のほうの点で角度の誤差が発生したとすれば、トラバースの終点ではその距離に比例した誤差を生ずるので、角度の誤差が微少であっても、発生する誤差は大きものになる。トラバース測量における角誤差の配分法は辺長の逆数に比例して各角に配分する法と各角の測角の精度が等しいと考えて各角に等分して配分する方法があるが、一般的には後者の調整法で行なっている。本来ならば誤まった箇所だけを直すべきであって、この等配分による方法だと調整後も発生誤差のいくぶんかの誤差はその途中において影響していると思わなければならない。

空中三角測量でも全く同じ調整法が考えられる。現在使用している二次の等角変換による誤差調整はこのような誤差の発生状況からすれば、かなり問題点がある。基準点の配置法および配置数が問題である。このシミュレーション結果から言えることは、基準点が多くあれば、それを使用して数モデルずつ標定すれば精度は最も高くなる。

次に、基準点が二箇所ならば両端に、三箇所ならば両端と中央に配置されているのが理想的で二次式で調整するのがよい。正確な基準点が多くある場合に、何モデルも続けて、調整を高次多項式で行なうようなことは避けなければならない。ただし、このようなことが言えるのは、正確な基準点が多くある地域で行なう場合のことであって、基準点の数が少ない地域については特別の方法を取らなければならない。

3.2 接続誤差の原因と誤差管理の推定式の導入

接続誤差の図表より数多くの連続モデルの中で、特に誤差の大きなモデルがどれかということが分かれば、それを補正する対策がたてられる。この誤差の大きなモデルは実際の工程で検出できるものでなければならない。シミュレーションの結果（その1）グラフではモデル8の付近で異変が起っている。ここで使った正規誤差を調べてみると写真8(2-c)の誤差が 32μ となっており、かなり大きい。これが原因であることはほぼ確定である。

結論から先に言えば、誤差管理をする場合、必ずしもこればかりではないが、残存縦視差を管理することは重要なことになる。この点について、写真座標値に 32μ の誤差が存在しても、実際に残存縦視差として表われてくるのは、 15μ 程度である。したがって、次のような誤差管理体制を行えば全体の誤差をかなり小さくおさえることができる。すなわち、ステレオ観測をし、相互標定を行ない、残存縦視差が 10μ 以上ならば

再測する。この方法はすでに日本の各航測会社で実際に行なわれている方法であるが、その妥当性は、本論文のシミュレーション結果からも明白である。

次に、標準偏差 10μ の測定をした場合、最大どのぐらいの誤差がでるかを推定する式を、この二つの実験例より次のような不等式として成立させることができる。誤差を二次の放物線であると仮定して

$$\varepsilon_n \leq \sigma n^2$$

ε_n : n モデル目の累積誤差の最大値

σ : 定数

n : モデル番号

ここでは、 ε_n の単位をメートルとして $\sigma=0.08$ と考えることができる。このような誤差推定の式を設定すると簡単に n モデル目の最大誤差が推定できる。これを利用して、例えば最大誤差を 0.5m に抑えたい場合、何番目のモデルの接続までよいかといえば、 $0.5 \leq 0.08n^2$ であるから $n=2.5$ となる。この場合であれば両端に基準点が設置されていると仮定して5モデルの接続までは許容できることになる。

3.3 定誤差の影響

定誤差のシミュレーションの結果次のようなことが分った。

i) 画面距離の定誤差の影響は z 方向に対して放物線的に分布し

ii) 主点位置の定誤差の影響は無視できる。

(定誤差)+(不定誤差)の影響は(定誤差の影響)

+(不定誤差の影響)に等しい。(両方が小さければ)

もしも画面距離に 30μ 程度の定誤差があったならば、空中三角測量の結果にどの程度の誤差を生ずるのであろうか、 30μ としたのは航空測量用カメラの画面距離の表示の単位が 10μ であるので、およそ、誤差は、その2~3倍とみて $20\sim 30\mu$ 存在すると考えたためである。標準偏差 10μ の正規誤差でも高さ方向で今回の場合 40m も影響がでたので 30μ の定誤差では、それ以上の誤差を生ずるのであろうと予想し、画面距離 150mm のところを、 150.03mm として対地標定まで行なった。その結果は最大 0.3m の誤差を生じたに過ぎない。

したがって、画面距離に 30μ の定誤差があっても、 $1/20,000$ の写真で空中三角測量を行ない20数モデル接続してわずかに 0.3m の誤差である。ということは、結論としてこの程度の誤差は無視しようということになる。ただし、平地の場合の実験であるから山岳地等の高低差の激しいところでの結論は異なってくるかもしれない。また、画面距離の誤差は放物線的に先端に

行くにつれて増加する。最大0.3mmとあまりにも小さいのでこれを二次放物線で近似してほとんどさしつかえないと思う。この誤差の伝わり方が、平坦地の場合果してどのような曲線になっているのかを調べることは興味がある。

次に、もし、主点位置に、 30μ 程度の変誤差が存在したならば、空中三角測量の結果にどの程度の誤差を生ずるであろうか、 30μ とした理由は、画面距離の場合と同様である。主点位置の x 方向の誤差に関しては、 x 方向に放物的に誤差が累積し、 y 方向の誤差に関しては、 y 方向に放物線的に誤差が累積するであろうと考えたところが、その結果は意外なものであった。

主点位置の方向の誤差に関しては次のように行なった。 $(x+30\mu)$ としたとき、 x の誤差だけ $+0.6\text{m}$ となり、その他の値はすべて正しくなっていた。また y 方向の主点位置の誤差に関して同様に $(y+30\mu)$ としたとき、 y の誤差だけが $+0.5\text{m}$ を有し、その他の値はすべて正しくなっていた。ここで、基準点には誤差を与えなかったので $+0.6\text{m}$ の誤差というのは

$$\frac{\text{撮影高度}}{\text{画面距離}} \times \text{主点位置誤差} = \frac{3,000}{0.150} \times 0.03\text{mm} \\ = 0.6\text{m}$$

となる。実際の場合には基準点にも定誤差があるはずなので、その量だけオミットすると結局誤差はゼロとなり x, y 方向の主点位置の誤差は平地であれば 30μ 程度は無視してもさしつかえないことがわかった。

3.4 相互標定モデルの残存縦視差と相互標定モデルの歪の大きさ

表-4、表-5はそれぞれ相互標定の κ, φ, ω の値と、6個の残存縦視差を表わしてあるが、これらの表より次のようなことがわかった。

標準偏差0.01mmの観測精度に対するものであり、その歪の大きさは最大0.001ラジアンすなわち $1/1,000$ 程度である。このことは誤差管理上の面ではそれ程必要ではないが連続モデルの中の1モデルをとった場合、その歪はどのくらいということを考えるために貴重なデータとなるものであろう。たとえば、0.001ラジアンが最初に発生したとすれば40km先においては40mの誤差であり、このことはこのシミュレーションモデルについても妥当がある。

4. 結 論

空中三角測量の誤差管理上の結論を次のように出すことができる。

結論1 標準偏差0.01mmの正規不定誤差で観測した場合でも $1/20,000$ 縮尺で24モデル接続した場合、40

表-4 モデルの κ, φ, ω 歪の大きさ

	κ_1	φ_1	κ_2	φ_2	ω_2
1-1	0.000378	-0.000009	0.000248	-0.000121	0.000172
2-1	0.000916	-0.000027	0.000843	-0.000089	0.000390
3-1	-0.000057	0.000137	-0.000082	-0.000179	-0.000015
4-1	-0.000508	0.000043	-0.000375	0.000037	-0.000156
5-1	0.000513	-0.000039	0.000819	0.000009	0.000222
6-1	-0.000656	0.000259	-0.000723	0.000265	-0.000349
7-1	0.000803	-0.000137	0.000858	-0.000005	0.000387
8-1	-0.001201	-0.000251	-0.000984	0.000170	-0.000536
9-1	-0.000776	-0.000152	-0.000616	0.000114	-0.000358
10-1	0.000760	0.000159	0.000586	-0.000236	0.000321

表-5 視差6個の値

	1	2	3	4	5	6
1-1	-2.7	6.0	-3.1	5.0	-3.3	2.6
2-1	-0.6	1.6	-4.0	0.5	-1.0	-0.1
3-1	3.5	-7.2	3.5	-5.8	1.9	-2.7
4-1	1.2	-3.2	-3.0	-0.7	1.2	-1.7
5-1	8.2	-14.0	7.7	-7.6	12.5	-6.6
6-1	3.5	-7.9	4.1	-4.9	9.8	-4.7
7-1	0.1	-0.2	0.1	-0.1	0.1	-0.1
8-1	7.8	-14.6	7.1	-7.1	13.7	-6.9
9-1	-2.7	5.8	-2.9	2.6	-5.3	2.5
10-1	-4.2	7.2	-3.2	4.7	-8.3	3.7

km先では40m程度の累積誤差を示す、しかし、この累積誤差は24モデル中のたった1モデルでの 3σ の測定誤差による伝達される縮尺接続誤差および高さの誤差に基因する。したがって、誤差管理としては、この 3σ 以上の不定誤差を相互標定の残存縦視差の中から発見して再測することである。

結論2 相互標定の残存縦視差の大きさと、相互標定モデルの歪の大きさは標準偏差が0.01mmのときで κ, φ, ω とともに、0.0005ラジアン程度である。また、歪の大きいものでは、0.001ラジアン以上となることもある。

結論3 定誤差の空中三角測量の精度への影響は、もし平地を行なう限りにおいては、0.1mm程度の誤差までは、高さは、40km先においても1m以上の誤差の域を越えない。これは、不定誤差による40m等の誤差に比べると微々たるものである。また、その調整は x の2次式で簡単に行なうことができる。しかし、山岳地を含む場合は同様のシミュレーションモデルで研究する必要があると思われる。

結論4 誤差管理上の n モデル接続の誤差の最大値を推定する式を導びくことができた。

$$\varepsilon = \sigma n^2$$

である。また、誤差は2次式以下で修正すべきである。Mr. P. Verneirの3次式の修正は危険である。

以上の結論1から4までの中で、空中三角測量における誤差管理上、特に、重要となるのは、第1点、第3点、第4点である。これらの3箇所より、誤差管理をすれば写真測量の観測上からくる誤差は、ほとんど

適切に対処できる。空中三角測量でもう1つ大切なのは地上測量の基準点の成果の正否の管理であるが，とるべき対策としては一応地上測量は正しいものとして扱い，空中三角測量の誤差チェックではどうしても解決が見つからない場合に，地上測量に誤りがあるかどうかをチェックすべきである。

以上で誤差管理上の結論を述べ，本論文を閉じる。

おわりに

本論文を作成するに当っては，東京大学生産技術研究所，丸安先生を初め村井先生と大島先生，それから研究室の皆様方の御協力と，特に，アジア航測の工博田中総太郎氏の多大なる御援助によるもので切に厚く

感謝する次第である。

参考文献

1. 平井 雄：“単コース 空中三角測量における誤差伝播”写真測量学会誌 Vol. 8 No.1 1969.
2. 上谷 良吉：“解析写真測量の本質とその展望”測地学会誌 第12巻第2号 1965.
3. 田中総太郎：精密三次元写真測量“東京大学修士論文”1970.
4. Roelofs, R.: Adjustment of aerial triangulation by the method of least squares, photogrammetric No. 4 1951-1952.
5. Harris, W.D., Tewinkel, G.C. and Whitten, C.A.: “Analytical aerotriangulation, Technical bulletin No. 21 July, 1962.