放射に関する法測

S.A.Hempenias*

青木 政一* (訳)

INFRARED THERMOGRAPHY AT THE ITC; The Radication Lows

by Masakazu Aoki

1. はじめに

過去10年間、地球科学の分野において近赤外線映像の解析研究がある程度の成果をもって修められてきた。がしかし、中間・遠赤外線走査データーを用いて物体の放出熱を知ろうとする熱探査^{*1}(Thermography)に関しては決定的な見るべきものはなかった。その理由として、物体の放射率(emissivity emittance)を確実に得られないこと、どうしてもさけられない大気の影響などがあげられる。さらに、赤外線走査によって得られたデーターを解析する技術者が自然物体の流動的な温度変化を十分に認識していなかったり、又基本的な物理法則や赤外線(infrared radiation)を放出する物体の特性を理解していない場合なども考えられる。

このような中で、測定装置の発達には見るべきものがある。2バンドの赤外線走査(infrared line scanners IRLS)は一般に広く用いられ、NASAにおいては8チャンネルのマルチ・スペクトル装置が実用化されている。

そこで昨年、マルチ・スペクトル熱探査(multispectral thermography……MST)技術の可能性や、MSTのデーター処理実用化を問うためにITCの物理研究室でパイロット・プロジェクトが設立され、MSTの研究及びデーター処理の技術開発に専心する価値があると結論づけられ、この1年間、それらの研究が進められてきた。当初これに関するドキュメンテーションが行なわれた時、MSTにおけるまとまったレポートを、ほとんど得ることが出来なかった。又最近のESRO(European Space Research Organization)における出版物“Multi Spectral Sensing”に

においても詳しくは述べられていない。そこでITCのこの1年間、研究されてきた最初の課題MSTに関する物理的基本をできるだけ早くこれらに携わる人々に紹介することを必要と考え、ここに報告する。

2. MSTに関する実状

リモート・センシングのすぐれた専門書において、物体の熱データーを得るための中間・遠赤外に関する項目が、重要な部分をしめている。がしかし各国の現状を見た場合、これらの調査はまだ確立された分野とは、なっておらず、それは電磁スペクトル(electro magnetic spectrum)における反射領域を用いた調査や、サイド・ルッキングレダー(side looking radar)を用いた分野と比較した場合、まだまだ乏しいものがある。そして、リモート・センシングの中でも、複雑な分野であるかもしれない。しかし現在、ある新しい機械によって徐々に、この分野のさまざまな問題を解決していくことが必要である。それには、まず物体の赤外線領域中の熱放出(infrared heat emission)に関する物理的基本法則を考えなくてはならない。そして目的物の放射量(radiant exitant)を知るために、数多くの経験によってそれぞれの表面温度(surface temperature)、放射率のデーターを集積していかななくてはならない。

一方、物体の熱データーを得るために、又物体の特性をつかむために、中間赤外又は遠赤外の何れを利用すべきか、あるいは同時に利用すべきだといった効果が問われている。最近のKaminsky¹⁾のレポートの中で、中間赤外(3~4 μ m)と遠赤外(10~12 μ m)範囲の衛星映像写真(infrared satellite picture)を用いて、それぞれのバンドの比較がなされている。彼は十分に各映像写真を評価した上で、結論として地球上の自然物体の温度を測定するのに、遠赤外よりも中間赤外の方が効果あることを言っている。がしかし、このレポートでは理論的な説明がなされていない。又ITCで開かれたESRO主催の会議においても、マルチにおけるいくつかのバンドを走査させることの意味が論議

^{*1} 従来、熱映像と言われてきたが、地上の物体から放出される放射量を検知し、それを記録する場合、映像とデジタルとの両方の記録の仕方があるため、「熱映像」は完全に満足した用語とは言えない。ここではThermographyに対する用語として熱探査を用いる。

* アジア航測

「写真測量とリモートセンシング」Vol. 14 No. 2, 1975

* Head Physics Section of ITC

されている。実際の例として、造岩鉱物の $8 \sim 9.8 \mu\text{m}$ 内の放射率は、それが含有するシリケートの量によって、おおよそのことがわかっている。このことから $8 \sim 9.8 \mu\text{m}$ の領域と $10 \sim 12 \mu\text{m}$ の領域の放射強度 (radiance intensity) を同時に測定し、それから得られる放射率の比をとることにより、シリケートの量を知らうとする方法がある²⁾。

ここで強調しておきたいことは、中間・遠赤外領域において、単に物体の熱量を知ることだけではなく、放射率の差等によって現われてくるさまざまな特性を解析し、それによって得られる物体の特性をも分類していくことを可能としていかななくてはならぬ。

1900年代において、目的物の温度と、それから放出されるスペクトルごとの放射物 (radiation) の関係がプランクの法則³⁾ (Planck's law) によってわかっていた。そして、このプランクの法則は、赤外線走査による熱探査 (IRLST) を論ずる場合、もっとも基本をなすものである。このレポートは物理学に不断接していない人々がこれに関する法則を利用する場合、最も理解しやすいように試みた。

3. 放射の法則

① 物体からの熱放射 (heat radiation) とプランクの法則

絶対温度 $T[\text{K}]^{*2}$ が $T > 0$ であるすべての物体は長電波 (long radiowaves) に始まって赤外線、可視光線、さらに紫外線といった、たいへん広い波長帯から電磁放射 (electromagnetic radiation) を放出している。単位時間当りに物体の表面から均等に散乱していく放射束 (radiant flux 又は power) をその物体のしめる面積で割ったものとして定義される放射量 $M [\text{Wm}^{-2}]$ は、その物体の表面温度によってきまってくる。そして温度が高ければ高いほど放射量は大きく、又最大スペクトル放射領域は温度が高くなるにつれて波長の短い方へと移っていく。このことは、もしある低温状態にある物体を加熱していき、摂氏 430°C (絶対温度 700K) にした時、その物体は赤からオレンジのスペクトル領域で放射量を最大に放出する⁴⁾。そしてさらに温度を加えていくと、ダーク・レディッシュからオレンジ色へと、この物体の色は移っていき、もし 6000K まで上昇出来たとしたならば、我々は、この物体を白く見ることが出来る。一方、人間は低温の物体が赤外線スペクトルで放出しているのを見ることが出

来ない。しかし我々の皮膚は放熱物から出る熱を感じとることが出来、例えば風呂場などで 47°C (320K) のお湯の放出熱を感じとることが出来る。

プランクスは、入射した放射物を完全に吸収する物体、すなわち黒体 (black body) が放出するすべてのスペクトルに対しての放射量分布を次のように表わした。

$$M_\lambda = c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) - 1]^{-1} \dots (1)$$

M_λ : スペクトル放射量 $[\text{Wm}^{-3}]$ 又は $[\text{Wm}^{-2} \mu\text{m}^{-1}]$

λ : 波長 $[\text{m}]$ 又は $[\mu\text{m}]$

T : 絶対温度 $[\text{K}]$ $[\text{K}] = \text{摂氏} + 273.15^\circ\text{C}$

c_1 : 第1定数 $(= 2\pi^5 h^6 c^2 / 15)$ $c_1 = 3.741 \times 10^{-16} [\text{Wm}^2]$
又は $3.741 \times 10^8 [\text{Wm}^2 \mu\text{m}^4]$

c_2 : 第2定数 $(= hc/k)$ $c_2 = 1.4388 \times 10^{-2} [\text{mK}]$
又は $14.388 [\mu\text{mK}]$

h : プランク定数 (Planck's Constant)

c : 光の速度

k : ボルツマン定数 (Boltzmann's Constant)

～尚、この式から得られるスペクトル放射量は真空状態、大気中においては $M'_\lambda = M_\lambda \cdot n^2$ となる $n = 1.0003$ (n は空気中の屈折率)

(ここでのスペクトル放射量 M_λ (従来からの呼び方) をするとスペクトル放射発散度 …… spectral radiant emittance³⁾) はすでに物体の表面から均等に散乱していくスペクトル放射束を、その物体のしめる面で割った値として定義され、電磁放射のあらゆる偏光モード (polarisation modes) に対して用いられる。このように放射量の単位は、物体から放出する放射の状態を見るとき便利なものであり5. (ステファン・ボルツマンの法則) で用いる。しかしリモート・センシングにおいては単位立体角 (per unit solid angle) 内の範囲から放出される放射束が最も重要となる。それは、ある目的物の放射束をエア・ボーンに積まれた装置から測定する場合、必ずその間に立体角の関係が出来るからである。そして、この単位として次に示す2種類がある⁵⁾。

それは、放射強度 I (radiant intensity)
[Wsr^{-1}]

スペクトル放射強度

I_λ (spectral r.i.) [$\text{Wsr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$]

と 放射輝度 L (radiance)

[$\text{Wm}^{-2} \text{sr}^{-1}$]

スペクトル放射輝度 L_λ (spectral r.)

[$\text{Wm}^{-2} \text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$]

である。

*2 SI (International System of Physical Units) における。絶対温度単位は、以前 degree Kelvin [$^\circ\text{K}$] で表わされていたが現在では Kelvin $[\text{K}]$ で表示されている。

前者は放射源から、ある方向の単位立体角内に出ていく放射束として定義される。後者は、ある放射源の単位面積からある方向の単位立体角内に出ていく放射束である。そして互いに $L=M/\pi=I/A$, $L_\lambda=M_\lambda/\pi=I_\lambda/A$ の関係がある。もし放射源の直径がその物体と検知器の距離の5%を満たさないなら放射輝度の要素となる面は無視することが出来る。すなわち $L=I$ 又は $L_\lambda=I_\lambda$ となる。我々は、このレポートでは主にスペクトル放射輝度 L_λ を単位とする*3。

*3 次の表で、このレポートに用いられる放射(光)に関する用語の定義を記しておきたい。

前に述べたように、プランクの法則で対象となる物体は完全散乱する理論的に考え出された黒体であり、又その物体の完全平坦面の法線から1ラジアン(50°~60°)の範囲でこの放射が成り立つ。

図1(次頁)は我々が対象とする温度200Kから473Kまでの黒体のスペクトル放射輝度をプランクの法則によって、それぞれ座標軸を異にして表わしたものである(プランスカープ)。

⑥ ビーエンの変位則 (Wien's law)

前項でとりあげた図1におけるプランスカープを見ると、温度の増加とともに、それぞれの最大値が短い波長域(左側)の方へと移動していくのがわかる。そ

放 射

用 語	記号	単 位	意 味
放射エネルギー濃度	Radiant Energy Density W	joule/metre ³ Jm^{-3}	単位体積当りの放射エネルギー $W=dQ/dV$
放射エネルギー	Radiant Energy Q	joule J	電磁波の形で移動するエネルギー (Radiation も同じ意味で用いられるが、tion は量よりも、作用としてとらえられるため、ここでは用いない)
放射束(力)	Radiation Flux (Power) Φ	watt W	単位時間当りに伝搬する放射エネルギー $\Phi=dQ/dt$ (放射束は一般の $\frac{1 \text{ joule}}{1 \text{ second}}=1 \text{ watt}$)
放射強度	Radiant Intensity I	watt/steradian Ws^{-1}	点放射源から、ある方向の単位立体角内に出ていく放射束 $I=dQ/d\omega$
放射量(放射束発散度)	Radiant Exitance M	watt/metre ² Wm^{-2}	単位面積当りの放射束 $M=d\Phi/dA$
放射照度	Irradiance L	watt/metre ² ·steradian $Wm^{-2}sr^{-1}$	ある放射源の単位面積から、ある方向の単位立体角内に出ていく放射束 $L=(dI)/dA \cdot \cos\theta$
放射輝度	Radiance E	watt/metre ² Wm^{-2}	単位面積当りに入射する放射束 $E=d\Phi/dA$

単位波長幅当りの量をいう場合はスペクトル (spectral) という言葉をつけ、単位は μm^{-1} 又は nm^{-1} を加える。

光

可視領域では、watt が lumen に、watt/steradian が candela に変わる。

用 語	記号	単 位
光エネルギー濃度	Luminous Energy Density W_v	talbot/metre ³ $lm \cdot m^{-3}$
光エネルギー	Luminous Energy Q_v	talbot
光束(力)	Luminous Flux (Power) Φ_v	lumen lm
光 度	Luminous Intensity I_v	candela cd
光量(光束発散度 ⁶⁾)	Luminous Exitance M_v	lumen/metre ² $lm \cdot m^{-2}$
輝 度	Luminance L_v	candela/metre ² $cd \cdot m^{-2}$
照 度	Illuminance E_v	lumen/metre ² $lm \cdot m^{-2}$

図1 座標軸を異にしたさまざまな黒体放射カーブ
(放射の単位は $\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\mu\text{m}^{-1}$ 放射輝度)

このグラフでは放射輝度を縦軸に、波長を横軸に温度をパラメータとする。温度は、我々の調査対象とする $200\text{K} \leq T \leq 473$ までを表わす。

a : 縦軸・線形 横軸・線形   b : 縦軸・線形 横軸・対数
c : // 対数 // 線形   d : // // 対数

対数点線はビーンの変位則 ($L_{\lambda} = 836567T^{-5}$)

して、それぞれの最大値をつないだ曲線(両対数座標では直線)はプランクの法則を微分することによって次のように表わせる。

$$\lambda_{\max} \cdot T = 2898 [\mu\text{mK}] \quad \dots\dots(2)$$

我々が、ここでこの式を取りあげたのは、黒体の温度とそのスペクトル放射輝度、さらにその時の波長の関係が次のように容易に計算出来ることからによる。例えば、 16.7°C (289.8K)の物体が最大に放射輝度を放出する波長($\lambda_{\max}$)は式(2)から、 $\lambda_{\max} = 10\mu\text{m}$ であることがわかる。そして、この物体を加熱し、 3° 増した場合、すなわち1%増加したとき、その時の $\lambda_{\max}$ は同様(2)式より、 $\lambda_{\max} = 9\mu\text{m}$ となる。ゆえに、温度を1%増加したとき、最大放射スペクトルは $1\mu\text{m}$ 短い所に移動したことになる。このことから、ある温度の

物体を、増加させた場合その増加率の負の値をもとの $\lambda_{\max}$ に加えることにより、増減後の $\lambda_{\max}$ を得ることが出来る。

ビーンの変位則から得た $\lambda_{\max} = 2898/T$ をプランクの法則に代入することにより、ある温度とその時の最大スペクトル放射輝度の関係式を得ることが出来る。

$$L\lambda_{\max} = 4.098 \times 10^{-12}$$

$$T^5 [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}] \quad \dots\dots(3)$$

この関数は λ に関しても $L\lambda_{\max}$ を得ることが出来る。

$$L\lambda_{\max} = 8.366 \times 10^5$$

$$\lambda^{-5} [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1} \mu\text{m}^{-1}] \quad \dots\dots(4)$$

我々は(2), (3), (4)式をビーンの変位則と呼ぶ。

図1においても明らかに、温度が 233K から 473K まで上昇したとき、すなわち2倍上昇した時、最大スペクトル放射輝度は 2.8 から 100 へと $100/2.8 = 2^5$ 倍上昇している。これは(3)式からも理解出来る。今仮に T が1%増加したとき、(3)

式の $L\lambda_{\max} \times T^{-5}$ の関係から $L\lambda_{\max}$ は5%増加することになる。このことは逆にもしある検知器が目的物の $\lambda_{\max}$ と一致する波長領域で、1%の誤差をもってスペクトル放射輝度を測定した場合、これから得られる温度は0.2%の誤差をもっていることになる。

このことで、ある特別の場合($\lambda_{\max}$)に理論的な温度と放射輝度の関係がビーンの変位則でわかった。そして次項で数学的な解法をもとに任意の状態に話を広げてみたい。しかし、その前に、プランクの法則をもう少し詳しく述べ、プランクの近似式(ビーン式、レイライ・ジェン式)の有効性について述べてみたい。

© プランクスの近似式

黒体に対する熱放出の理論としてプランクの法則

が生まれる前に、すでに2つの法則が存在していた。そしてそれらはある波長領域のみに関して応用することが出来る。すなわち短い波長領域に適用されるヴィーン式 (Wien's description)

$$M_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) \quad \dots\dots(5)$$

と長い波長領域で有効となるレイライ・ジェン式 (Rayleigh-Jean's formulation)

$$M_{\lambda} = 2\pi c k T \lambda^{-1} \quad \dots\dots(6)$$

である((9), (10)式を参照)。

現在、これらは実際の仕事の分野においてプランクスの近似式として用いられている。プランクスの法則から得られる量を真値とした場合、ヴィーン又はレイライ・ジェン式に必ず誤差が生ずる。そこで、これらの誤差を得るためには数式的にこれらの公式を比較せねばならない。まずヴィーン式に関して見てみると、今仮にプランクスの法則とヴィーン式の両方に共通する $c_2 \lambda^{-1} T^{-1}$ を

$$c_2 \lambda^{-1} T^{-1} = 3 \quad \text{と仮定すると}$$

$$\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) = 20$$

ゆえに プランクスの法則

ヴィーン式

$$\frac{c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) - 1]^{-1}}{c_1 \lambda^{-5} \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1})} = \frac{21}{20}$$

となり、おのおのの差は5%となる。すなわち

$$\lambda T = c/3 = 14388/3 = 4800$$

のとき、ヴィーン式は5%の誤差を生ずる。同様にし

て、 $\lambda T = 4000$ のとき2.8%、 $\lambda T = 3000$ のとき0.8%となる。又 $\lambda T = 6000$ の時は10%と大きな誤差を生じ、ヴィーン式をプランクスの近似式として用いられない所となる。すなわち、 λT がおよそ5,000以上になるとヴィーン式はプランクスの近似式としての役目を果たさなくなる (参照図2)

前回で我々は放射輝度の値が最大となる時の λT の関係はヴィーンの変位則 (2)式) として、 $\lambda_{\max} \cdot T = 2898 [\mu\text{mK}]$ を得た。そこでヴィーン式から導き出される $\lambda_{\max} \cdot T$ を得、その誤差を見てみる。ヴィーン式 (5)を λ で微分してみると、

$$\frac{dL_{\lambda}}{d\lambda} = -5\pi^{-1} c_1 \lambda^{-6} \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) + \pi^{-1} c_1 \lambda^{-5} \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) c_2 \lambda^{-2} T^{-1} = \pi^{-1} c_1 \lambda^{-7} \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) (c_2 \lambda^{-1} T^{-1} - 5\lambda) \quad \dots\dots(7)$$

となる。そこで $dL_{\lambda}/d\lambda = 0$ をとってみると、

$$5\lambda_{\max} = c_2 T^{-1}$$

ゆえに $\lambda_{\max} T = 14388/5 = 2878$ となる。

すなわち、(2)式の $\lambda_{\max} T$ と比較してみると、ヴィーン式に0.7%の誤差が生じていることになる。

次に、レイライ・ジェン式について論じる。プランクスの法則をテラ展開すると、

$$L_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) - 1]^{-1} \quad \dots\dots(8a)$$

$$= c_1 \lambda^{-5} [1 + (c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) - 1]^{-1}$$

($\exp x = 1 + x + \frac{1}{2}x^2 + \dots$ の最初の2項を用いる)

$$= c_1 \lambda^{-5} [c_2^{-1} \lambda T]$$

$$\dots\dots(8b)$$

$$c_1 = 2\pi h c^2, \quad c_2 = h c k^{-1}$$

より

$$= 2\pi h c^2 \cdot h^{-1} c^{-1} k \cdot \lambda^{-4} T = 2\pi c k \lambda^{-4} T$$

となり、レイライ・ジェン式と一致する。そこでレイライ・ジェンと全く同じ(8b)式とプランクスの法則である(8a)式を比較してみる。今仮に

$\lambda T = 150,000 \mu\text{mK}$ (すなわち $c_2 \lambda^{-1} T^{-1} = 0.095$) とすると $\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) = 1.10$ となる。これを、それぞれに代入すると、

(8a)式は

$$L_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} [1.10 - 1]^{-1} = 10.0 c_1 \lambda^{-5}$$

(8b)式は

- (A) この領域では $T < 373\text{K}$ において FIR+MIR $T < 833\text{K}$ において MIR+NIR
 $T < 1600\text{K}$ において NIR+VIR $T < 6500\text{K}$ において VIR+UV
 がそれぞれ有効となる。
 (B) この領域では 普通我々が対象とする20K~373Kの物体に対して、放射エネルギーが大気中を通らない閉塞したスペクトルに当る。この範囲では、プランクスの法則が必ず用いなくてはならない。
 (C) この領域では 超短波8mmから長波の間の電波領域において有効である。

図2 $\log(\log L_{\lambda}/L_{\lambda\max})$ 対 $\log \lambda T$ のグラフ (単位 $1 \text{ E } 10 = 10^{10}$, $2 \text{ E } 3 = 20^3$)

縦軸 $L_{\lambda}/L_{\lambda\max}$ の比を2回対数にとり、横軸を λT の対数をとったスペクトル放射グラフ。すべての物体が、放射するスペクトル領域を、それぞれの適用しうる法則ごとに区分、リモート・センシングを実際に応用する場合、どの法則が適用しえるかを容易に判断出来るように描いた。ここで問題としなくてはならないのは、短い波長においてビーン近似式が、長い波長においてレイライ・ジェン近似式が有効であることである。

$$L_{\lambda} = c_1 \lambda^{-5} [1/0.095] = 10.5 c_1 \lambda^{-5}$$

となり、 $\lambda T = 150,000 \mu\text{mK}$ のとき、5%の誤差をもってレイライ・ジェンから得られる放射輝度の値の方がプランクスから得られる値よりも大きいことがわかる。同様にして $\lambda T = 15,000 \mu\text{mK}$ のとき10%、 $\lambda T = 300,000 \mu\text{mK}$ のとき2%、 $\lambda T = 1200,000 \mu\text{mK}$ のとき0.5%を得ることが出来る（参照2図）、ゆえに $\lambda T \leq 150,000$ の範囲では誤差が5%をこえ、レイライ・ジェン式がプランクスの近似式として適用できないことがわかる。尚、一番最後の値 $\lambda T = 120,000 \mu\text{mK}$ は、対象温度が300Kのとき $\lambda = 4 \text{ mm}$ となり、乾燥した物質をよく透過する最も短い波長として重要なものである。このようにレイライ・ジェン式は、レーダーのような能動的（active）リモート・センシングに応用され、精度的にも問題はない。

前回の式において、プランクスの法則の指数部分が近似的に $\lambda T/c_2$ となり、プランクスの法則が $L_{\lambda} = 2\pi c k T \lambda^{-4}$ となることを導いた。これを SI*2 の単位で書いてみると、

$$L_{\lambda} = 2\pi c k T \lambda^{-4} [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{m}^{-1}] \quad \cdots \cdots (9)$$

（1単位面積当たりから1ステラジアン立体角に散乱する一定波長領域の放射輝度……ワット…）

となる。

しかし、一般に電磁波を取り扱う場合、波長よりも周波数の単位が用いられる。そこで(9)式を周波数の単位に変えるため $v = c/\lambda$ (v : 周波数; 放射の伝播速度を波長で割った単位)を微分してみると、 $dv = d(c/\lambda) = -c\lambda^{-2}d\lambda$ となり、これを(9)式に代入して、 $L_{\lambda} = 2kT\lambda^{-2}$ を得る。

$$L_v = 2kT\lambda^{-2} [\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}\text{Hz}^{-1}] \quad \cdots \cdots (10)$$

以上、プランクスの近似式を論ずることにより、我々が必要としている短い波長、長い波長領域での放射物をより深く追求していくことが可能となった。

4. 温度変化に対する放射

① 温度と放射

プランクスの法則を図3のように両対数で描いてみると、それぞれの異なった温度における黒体放射曲線 (black body radiance curve) がすべて同じ形を示す。又それぞれの最大変換点が直線（ビーンの直線 wien's line: ビーンの変位則から得られるもの）で結ばれる。すなわちこの一定の形をした黒体放射曲線を、ビーンの直線にそってすべらすことにより、各温度のスペクトル放射曲線が得られる。そこで、温度300Kのカーブに着目し、これを3.3%上昇させ310Kにし、それぞれの放射輝度の値を比較してみる。スペクトル $\lambda = 11 \mu\text{m}$ におけるそれぞれの放射輝度は図3

図3 プランクスの両対数黒体放射カーブ
中間赤外・遠赤外領域の200Kから1,000Kまでの放射輝度を示す。

より300Kで10W、310Kで11.6Wとなり、16%の上昇を示したことになる。又 $3.3 \mu\text{m}$ の所では、この2つのカーブの差が $\log 1.7$ となり、70%の上昇を示している ($\log 10$ は10倍、 $\log 1.7$ は1.7倍)。同様にして、 $5 \mu\text{m}$ の所ではその差は $\log 1.4$ となり40%の上昇となる。逆に310Kから300Kに減少させる場合、310Kの時を100%と考え、 $3.3 \mu\text{m}$ における放射輝度減少率は、 $(70/170) \times 100\% = 41\%$ となる。又350Kの時の放射輝度を100%としたとき、305Kから310Kへの上昇、又は300Kへの減少は $\pm(35/135) \times 100\% = \pm 26\%$ となる。同様に $5 \mu\text{m}$ の位置においても、300Kから310Kへの増加が40%であるのに対して、310Kから300Kへの減少は $(40/140) \times 100\% = 29\%$ の減、又は305Kからのそれぞれ5Kの増減は $\pm 16.7\%$ となる。

このことから、温度増減による放射輝度の変化は、中間赤外領域の窓の方が遠赤外領域の窓よりも大きいことがわかった。すなわちカミンスキーのとりあげた結論に一致することになる。

ここで少し考えておかななくてはならないことは、温度300K前後の低温物質から放出される中間赤外領域の絶対的放射量は、遠赤外領域のそれの1/10である。又ある温度をもった物体が、その n 倍加熱された（又は $m\%$ の加熱）とすると、もとの最大放射点におけるスペクトルと新しい加熱後のそれは $1/n$ 倍 ($m\%$ の減) の関係、最大放射輝度は n^5 倍 ($5 \times m\%$ の増) の

関係にある。

⑤ 熱変化に対するスペクトル放射輝度の比例数

ここで、もう少し温度変化に対する放射輝度変化を見るために、プランクの法則を T で微分してみると、

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_\lambda T}{\partial T} &= \pi^{-1} c_1 \lambda^{-5} [\exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) - 1]^{-2} \exp(c_2 \lambda^{-1} T^{-1}) \\ &\quad T^{-1} c_2 \lambda^{-1} T^{-1} \cdot T^{-1} \\ &= L_\lambda c_2 \lambda^{-1} T^{-2} [1 - \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1})]^{-1} \\ &\quad \dots\dots(11)\end{aligned}$$

となる。この式は、温度変化を論ずる場合、かなり複雑であるためここでヴィーン式を T で微分し、

$$\begin{aligned}\frac{\partial L_\lambda}{\partial T} &= L_\lambda \cdot c_2 \lambda^{-1} T^{-2} \\ &\quad \dots\dots(12)\end{aligned}$$

これから

$$\frac{\partial L_\lambda}{L_\lambda} = \frac{c_2}{\lambda T} \cdot \frac{\partial T}{T} \text{ を得、これ}$$

を用いることにする。

この式は、微量な ΔT に対する ΔL_λ の変化は実際の T と L_λ の比に一致していることを示している。今、 $\frac{c_2}{\lambda T} = p$ とおくと、

$$\frac{\partial L_\lambda}{L_\lambda} = p \cdot \frac{\partial T}{T} \quad \dots\dots(13)$$

となり、我々は、 p^{*4} をスペクトル放射輝度の比例数と名づける。そこで、一番簡単にスペクトル放射輝度の比例数を求められるものとして、最大放射輝度を放出するスペクトル $\lambda_{\max}$ に対する定数 $p = \frac{c_2}{\lambda_{\max} \cdot T}$ を

*4 この項では、スペクトル放射輝度(L_λ)変化を見ているためにスペクトル放射輝度の比例数と名づける。

次項のステファン・ボルツマンの法則では全スペクトル領域の放射量を対象とするために、放射量の比例数と名づける。

○プランクの法則から得られた P を P_p (スペクトル放射輝度の比例数)

○ヴィーン式から得られた P を P_v (スペクトル放射輝度の比例数)

○ステファン・ボルツマンの法則、又はプランクの法則を積し、この平均値から得られた P を $\overline{P_{an}}$ (放射量の比例数)

○任意のスペクトル領域(例えば中間赤外から遠赤外 $3.3 \sim 13 \mu\text{m}$)を対象とする P を $\overline{P_{an}}$ (放射量の比例数)

図4 比例式 $p (=T/L, \partial L_\lambda / \partial T)$ カーブ

約 $\lambda T = 3,000 = 3E3$ あたりからビンス近似式 p_w カーブは、プランクス法則 p_p カーブをそれていく。そして、 p_p の値は、プランクス黒体放射カーブ $(20 + \log L_\lambda / L_{\lambda \max})$ の上に示した。

計算してみる。(7)式より

$$(7) \text{式} = 0 \text{ のとき } p = \frac{c_2}{\lambda_{\max} T} = 5$$

ゆえに、 $\frac{\partial L_{\lambda \max}}{L_{\lambda \max}} = 5 \frac{\partial T}{T}$ を得ることが出来る。

$\dots\dots(14)$

又 p は λ と反比例の関係にあるから、 $\lambda_{\max}$ を含むあらゆる波長域において p は $5\lambda_{\max}/\lambda$ の関係を得る。ゆえに、(13)式は、

$$\frac{\partial L_\lambda}{L_\lambda} = 5 \cdot \frac{\lambda_{\max}}{\lambda} \frac{\partial T}{T} \quad \dots\dots(15)$$

と置き換えることが出来る。この式で p は最大放射輝度を放出する $\lambda_{\max}$ を任意の λ で割ったものを5倍したものに等しいことを示している。

(15)式の応用例として、 $T = 290 \text{ K}$ の時 ($\lambda_{\max} \doteq 10 \mu\text{m}$)

$$\lambda = 10 \mu\text{m} \text{ では、 } p = 5$$

$$\lambda = 5 \mu\text{m} \text{ では、 } p = 5 \cdot \frac{\lambda_{\max}}{\lambda} \div 5 \cdot \frac{10}{5} = 10$$

$$\lambda=3.3\mu\text{m} \text{ では, } p=5\cdot\frac{\lambda_{\text{max}}}{\lambda}\div 5\frac{10}{3.3}=15$$

となる。

一方、図3で温度変化によるそれぞれの放射輝度変化を見たとき、例えば305Kから5K(温度1.64%の増減)の変化に対し、11 μm における放射輝度変化は7.4%、3.3 μm においては26%の変化を知った。すなわち、

$$11\mu\text{m} \text{ の時 } \frac{\partial L_{\lambda}}{L_{\lambda}}=7.4\%, \quad \frac{\partial T}{T}=1.64\%$$

これを(12)式又は(14)式に代入してみると、

$$7.4=p\times 1.64 \quad \therefore p=4.5 \quad \text{となる。}$$

同様にして、5 μm の時、16.7= $p\times 1.64$

$$\therefore p=10.2$$

$$3.3\mu\text{m} \text{ の時, } 26=p\times 1.64 \quad \therefore p=15.8 \text{ となる。}$$

これらの数値をグラフから読み取った誤差を考慮に入れて、前回に得た数値と比較してみると、ほぼ一致することがわかる。そして、温度変化に対する放射輝度の変化を見る場合、簡単な(12)式が十分に用いられることがわかった。特に微量変化に対して有効で、大きな変化に対しては図3を用いるのがよいと思われる。そして、ここにおいても、物体の微少な温度変化に対して、中間赤外の方が大きな放射輝度変化を示すことがわかった。

$$p_{\text{MIR}} > p_{\text{FIR}}$$

図4は、ビーン式から得た p (これを p_w)と、プランクスの法則から得た p (これを p_p)との関係を示した。 p_w は(14)式より、 $p_w=(T\partial L_{\lambda})/(L_{\lambda}\partial T)=c_2\lambda^{-1}T^{-1}=5\lambda_{\text{max}}/\lambda\cdots\cdots(16)$ 又 λ_{max} を含むすべての領域に対して有効な p_p は(11)式から次のように導き出される。

$$\frac{\partial L_{\lambda}}{\partial T}=L_{\lambda}c_2\lambda^{-1}T^{-2}[1-\exp(-c_2\lambda^{-1}T^{-1})]^{-1}$$

$$\therefore p_p=\frac{\partial L_{\lambda}}{L_{\lambda}}\cdot\frac{T}{\partial T}=c_2\lambda^{-1}T^{-1}[1-\exp(-c_2\lambda^{-1}T^{-1})]^{-1} \cdots\cdots(17)$$

このことから、波長が長くなるにつれて、 p_w の p_p に対する誤差が大きくなり、 $\lambda>2\lambda_{\text{max}}$ においては、 p_w は意味をもたなくなる³⁾。

5. ステファン・ボルツマンの法則

一般によく知られている全波長輝度の積分値が T^4 に比例しているというステファン・ボルツマンの法則(The Stefan-Boltzmann law)をとりあげ、そのプランクス近似式としての役割を考えてみたい(ここでは、全波長領域の黒体放射散乱を考えているため単位面積(1 m^2)当りの放射量を単位とする)。ステファ

ン・ボルツマンの法則は次のように表わされる。

$$M=5.67\times 10^{-8}\times T^4 \text{ [Wm}^{-2}\text{]} \cdots\cdots(18)$$

すなわち、この式は各スペクトルごとの放射量($M_{\lambda}=\pi\times L_{\lambda}$)を表わすプランクスの法則を積分することにより得られる。

$$M=\int_0^{\infty} M_{\lambda}d\lambda \quad (M_{\lambda}=c_1\lambda^{-5}[\exp(c_2\lambda^{-1}T^{-1})-1]^{-1})$$

$\cdots\cdots\cdots$ プランクスの法則)

逆に(18)式を T で微分してみると、

$$\frac{\partial M}{\partial T}=4\alpha T^3 \quad (\alpha=5.67\times 10^{-8})$$

$$=4\alpha T^4\cdot T^{-1}$$

$$=4MT^{-1}$$

$$\frac{\partial M}{M}=4\frac{\partial T}{T} \quad \therefore p=4(p_{av}) \text{ となり,}$$

ステファン・ボルツマンの法則から放射量(全スペクトル領域)の比例数^{*1)}は $p=4(p_{av})$ であることがわかる。これは、プランクスの法則から得られた(17)式を積分して、その平均をとってみた時と同じことを意味している。

$$p_{av}=R^{-1}\int_0^{\infty} p_p d\lambda=R^{-1}\int_0^{\infty} c_2\lambda^{-1}T^{-1}[1-\exp(-c_2\lambda^{-1}T^{-1})]^{-1}d\lambda=4 \quad \cdots\cdots(19)$$

一方、図4の p_p カーブの平均値においても4を示すことはいうまでもない。

プランクスの法則を正しいとした場合、以上のことから放射に関するステファン・ボルツマンの法則はあらゆるスペクトル領域の放射量を測定出来たときに有効となることがわかった。すなわち、エアー・ボーンからのリモート・センシングにおいては、必ず大気の放射吸収領域にぶつかるため、このような測定は不可能である。ゆえに $p_{av}=4$ の関係(ステファン・ボルツマンの法則)は本来応用してはならないものである。しかし、ある温度でスペクトル放射輝度が T の4乗($p_{av}=4$)に比例し、ステファン・ボルツマンの法則が成り立つスペクトル領域がある。それは、12.5 μm の波長領域に反応する検知機で、 $T=290\text{K}$ の物体の放射輝度を測定する場合である。すなわち p は

$$p=c_2/\lambda T=14,388/(12.5\times 290)\div 4 \text{ となり,}$$

$$\Delta L_{\lambda}\%=4\times \Delta T\%$$

$$\therefore L_{\lambda}=\sigma_1 T^4$$

を得、ステファン・ボルツマンの法則に一致するわけである。又ある目的物の周辺へ放出する熱量を計算する場合にもステファン・ボルツマンの法則は成り立つ。例えば、273Kの物体が外部に放出する熱量は $M=5.67\times 10^{-8}\times (273)^4=315\text{W}^{-2}$ だけ放出することになる(放射輝度に変えると $L=100\text{Wm}^{-2}\text{sr}^{-1}$ となる)。又305Kの人の裸体を考えた場合、(17)式から1.25 m^2

図5 遠赤外を対象としたプランクス法則黒体放射カーブ

体温に当る303Kから307Kまでの温度と、海面温度に当る281Kから285Kを、それぞれ4°Cの変化間で示した。それぞれのカーブにひかれた直線は8～13μm までの放射輝度の平均値（(19)式の $\bar{p}_{av}$ から計算）

で周辺に600W放出することになる。そして、この人の周辺大気が294Kと人体より低温の場合、その人は大気から500Wのみを吸収する。すなわち、その人は100Wのエネルギー減少を余儀なくされたことになる。

医学界においては、熱写真を用いた体温分布を見るのによくこのステファン・ボルツマンの法則が用いられる。がしかし医学で用いられる検知機は普通8～13μmの遠赤外領域の放射を検知するものである。そこで、体温を305Kとした場合、この条件のもとでヴィーン式から得られたスペクトル放射輝度の比例式(13)式の積分関数 $\int p_w$ に代入してみると、

$$\begin{aligned}\bar{p}_{av} &= R^{-1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} p_w = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} c_2 \lambda^{-1} T^{-1} d\lambda \\ &= \frac{14388}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{T} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-1} d\lambda \\ &= \frac{14388}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{1}{T} \ln \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad \dots\dots(20)\end{aligned}$$

$$\therefore \bar{p}_{av} = \frac{1}{13-8} \int_8^{13} p_w = \frac{14388}{5 \times 305} \ln 13/8 = 4.58$$

を得る。このことから、上記の条件で、放射輝度の変

化は4.58乗に比例することがわかった。又図4からこの条件を満足する $\lambda T = 2440 \sim 4015$ 範囲として $p_p = 4.5$ となる。

さらにもう少し精密な p 値を得ようとするならば、次のような方法を取らなくてはならない。図5は8～13μmの領域で人間の体温限界点と思われる $T_1 = 303$ Kから $T_2 = 307$ Kの黒体放射カーブを描き、それぞれの平均値を点線 ($\bar{L}_{av}$) で示した。そして(17)式から得られる、

$$\bar{p}_{av} = (T_2 + T_1)(T_2 - T_1)^{-1} + (\bar{L}_{av(T_2)} - \bar{L}_{av(T_1)}) / (\bar{L}_{av(T_2)} + \bar{L}_{av(T_1)})^{-1} \quad \dots\dots(21)$$

に条件となる $T_1 = 303$, $T_2 = 307$, $\bar{L}_{av(T_1)} = 49.35$, $\bar{L}_{av(T_2)} = 52.46$ を代入すると、 T_1 から T_2 への温度変化に対する比例数 $\bar{p}_{av} = 4.63$ を得ることが出来る。又 $T = 305$ K前後の微小な変化を考えた場合、同様に(17)式 $p_p = c_2 \lambda^{-1} T^{-1} \{1 - \exp(-c_2 \lambda^{-1} T^{-1})\}^{-1}$ を8～13μm内で積分し、その平均を出してみると、

$$\begin{aligned}\bar{p}_{av} &= \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \cdot \frac{14,388}{T} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \lambda^{-1} \{1 - \exp(-14388 \lambda^{-1} T^{-1})\}^{-1} d\lambda \quad \dots\dots(22)\end{aligned}$$

より $\bar{p}_{av} = 4.64$ を得ることが出来る。

このことより8～13μmの領域を検知する装置を用いた体温測定には、ステファン・ボルツマンの法則を次のように修正して用いるのが正しい。

$$L_{FIR} \div T^{4.64} \quad (\text{人間の皮膚305K前後を対象とした場合}) \quad \dots\dots(23)$$

もし、エアール・ボーンからのリモート・センシングに、この公式を用いる場合は、次の事を考慮せねばならない。

- ㉠ 8～13μmの窓に反応する赤外線走査装置を用いること。
- ㉡ 大気が8～13μmの範囲で、均一に放射量を透過する状態にあること。
- ㉢ 検知機が8～13μmの範囲で均一に放射輝度を検知出来ること。
- ㉣ 対象とする物体が8～13μmの範囲内で均一の放射率をもっていること。
- ㉤ 体温のように、305K前後の物体を対象とすること。
- ㉥ 対象とする物体の温度範囲が非常に狭いこと。

地球表面のリモート・センシングでは、上記に示した制限を満足するもので、非常に狭い範囲の絶対的海面温度測定によく用いられる。

(21)(22)式を用いて、282Kから293K前後を対象とする海面温度に関して見てみると、

$$L_{FIR} \div T^{4.99} \quad (282\text{Kの時})$$

$$L_{FIR} \div T^{4.82} \quad (293\text{Kの時})$$

を得ることが出来る。しかし、リモート・センシングによる調査の場合、FIR 内のオゾン(O₃)による吸収が、条件⑩に矛盾する。したがって、この式を用いる場合、数多くの実験を積み重ね、大気の状況を十分に認識した上でなければならない。

6. あとがき

最初に述べたように、このレポートは1974年代、ITC 物理部で研究されたことを筆者 (Hempenius) がまとめたもので、これを訳者が ITC 在学中、抄訳したものである。日本では、最近、遠赤外を用いた thermography の調査が、数多く実施されるようになってきた。我々は、このレポートが、これらに役立てれば幸いです。尚、このレポート (英文) は ITC ジャーナル⁷⁾に登載された。

参 考 文 献

1) Kaminski, H., 1973: Infrarot-Satellitenaufnahmen in den Geowissenschaften. Zum Vergleich

der IR-Bereiche von 3-4 μm und 10-12 μm. Bildmessung und Luftbildwesen 1973 No. 1, 21-29
2) Vincent, R.K., 1972: Experimental Methods for Geological Remote Sensing. 4th Annual Earth Resources Program Review NASA MSC-05937, Section 33, 12
Vincent, R.K., and F. Thomson, 1972: Recognition of Exposed Quartz Sand and Sandstone by Two-Channel Infrared Imagery. J. Geophysical Res., Vol. 77, No. 14, 2473-2477
3) Hudson, R.D., 1969: Infrared System Engineering, John Wiley & Sons, New York, 642, Chapter 2, Infrared Radiation 20-63
4) Levi, L., 1974: Blackbody Temperature for Threshold Visibility, Appl. Optics, 13(2), 221
5) Meyer-Arendt, J.R., 1955: Radiometry and Photometry: Unit's and Conversion Factors. Appl. Optics, 7(10), 20814
6) 広沢春任：昭和49年10月：リモート・センシングにおける電磁波に関する基礎知識。日米合同セミナー，リモートセンシングの原理と応用
7) S.A. Hempenius, 1975: Infrared Thermography at the ITC; Part 1: the Radiation Laws. The ITC Journal 1975-1 1~52

お 知 ら せ

国際写真測量学会 (ISP) 第13回総会

ISP の第13回総会が、今年の7月11日から23日の間、フィンランドのヘルシンキで開催されます。スケジュールは、次のとおりです。参加費は申込時期によって変わるようになっており、次のように決められております。

期 間	2月29日以前	3月1日～ 4月30日	5月1日以降
一般会員	230 Sfr.	280 Sfr.	230 Sfr.
学 生	115 "	140 "	165 "

申込用紙は学会事務局にあります。また、参加者の団体旅行扱いも計画されておりますが、詳細は学会事務局にお尋ね下さい。

IGP KONGRESS HELSINKI 1976

Zeit plan

BI...BVII = Geschäftsversammlung von
Kommission I...VII
I...VII = Technische Versammlung von
Kommission I...VII

Uhr- zeit Datum und Auditorium	09 - 10	10 - 11	11 - 12	12 - 13	13 - 14	14 - 15	15 - 16	16 - 17	17 - 18	18 - 19	19 - 20	20 - 21
So 07-11	A N M E L D U N G Versammlung der Kongressveranstalter und Kommissionsbüros, Res. Komm. usw.											
Mo 07-12	A	Eröffnung Vollver- sammlung				BI	BVII	BV				
	B					BVI	BII	BIV				
Di 07-13	A	Eröffnung der Ausstellungen	General- versamml.			III		III				
	B					II		VI				
Mi 07-14	A	III	V			III		VII				
	B	II	IV			I		VI				
Do 07-15	A	I	I			General- versamml.		II				
	B	IV	IV			V		V				
Fr 07-16	A	VII	VII			I		I				
	B	II	IV			V		VI				
Sa 07-17	TOUREN, AUSSTELLUNG											
So 07-18	TOUREN											
Mo 07-19	A	VII	VII			I		III				
	B	V	V			II		II				
Di 07-20	A	VII	III			General- versamml.		III				
	B	V	VI			V		IV				
Mi 07-21	TOUREN TECHNISCHE TOUREN AUSSTELLUNG											
						Res. Kom- mission						
Do 07-22	A	V	BIII			BI	BVII	BV				
	B	IV	VI			BVI	BII	BIV				
Fr 07-23	A	I	III			VII		VII				
	B	II	V			V		IV				Vollversammlung Abschlussfeier
SCHLIESSEN DER AUSSTELLUNG												