階層性を越えて —便利な摩擦の概念：量子凝縮系—

前 田 京 剛

東京大学大学院総合文化研究科 〒153-8902 東京都目黒区駒場 3-8-1

(2009 年 6 月 16 日受理)

Beyond Hierarchy —Useful Concepts in Friction : Quantum Condensate—

Atsutaka MAEDA

Department of Basic Sciences, University of Tokyo
3-8-1 Komaba, Meguro-ku, Tokyo 153-8902

(Received June 16, 2009)

A new approach to systematically understand the physics of friction at the microscopic level is introduced, where the collective dynamics of quantum condensate of solid is used as a model system of friction at the solid interface. This approach is free from problems of wear, and makes reproducible experiments possible in a well controlled manner. In particular, we focus on the dynamics of driven vortices in superconductors, and investigated the velocity dependence of kinetic friction and the waiting-time dependence of the maximum static friction. Based on the experimental data, we discuss the condition for the validity of the Amontons-Coulomb's law, and propose a simple criterion for the issue.

KEYWORDS : kinetic friction, static friction, driven vortices of superconductors, Amontons-Coulomb's law, model approach

1. は じ め に

我々の身の回りでは、いたる所でもの同ものが触れ合うという状況が発生しており、そこには、必ず摩擦力が登場する。実際、摩擦現象は大昔から人々に良く知られた現象であり、エジプトの絵画にも、コロを並べて摩擦を減らす工夫をしている様子を見ることができる。摩擦は減らすだけが良いわけではなく、実生活では、摩擦を積極的に利用する、或いは、摩擦がないと困る場合も多々ある。このように、摩擦は我々の生活と切っても切り離せない身近で且つ大変重要な現象である。わが国では、中学校の理科の教科書に「いろいろな力」の一つとして摩擦力が登場し、さらに、高等学校の物理では、「摩擦の法則」、すなわち、いわゆる、アモントン-クーロンの法則（AC 則）の一部分を学ぶ。この AC 則も、

既に、レオナルド・ダ・ビンチによって明確に認識されていたことは有名である。

ところが、このように長い歴史のある摩擦現象の理解、特に微視的レベルでの理解となると、驚くべき程未解明な側面ばかりである。AC 則は摩擦現象のごく一部分を経験的に表現したものに過ぎず、その全体を統一的に表現し、微視的に理解するという観点からは、ほとんどが未解明といってよいだろう¹⁾。とはいえ、近年、特に 1987 年以降、摩擦の物理の理解は着実に進展を見せている。具体的には、摩擦顕微鏡、表面力顕微鏡、あるいは、水晶振動子微量天秤のように、制御された実験が可能な装置の開発や、それと対応するような系を扱える大規模数値計算が可能になったことなどにより、少なくとも、そこで扱える範囲のサイズの系については、理解が格段に深まったといえるかも知れない²⁾。しかしながら、これらのサイズの系の理解だけで、あらゆる階層の摩擦現象を統一的に理解できたとは到底言い難い。物

理学としての理解に加えて、界面摩擦現象は、ナノテクノロジーを含むあらゆるスケールの工学技術において極めて重要な役割を演ずるだけに、その機構の統一的な物理的理解・解明は急務である。

界面摩擦現象を実験的に研究する際の最大の難点は、界面の磨耗などによる、同じ環境での繰り返し実験の困難さではないだろうか。特に、種々の階層・スケールに及ぶ界面摩擦現象を理解しようとする、どうしても、面と面を実際こすり合わせた実験というのが必要になってくるため、磨耗の問題は深刻である。摩擦の物理が制御された実験科学となるためには、繰り返し実験の可能な新しいモデル系を利用するしかないであろうと考えられる。我々は、このような観点から、固体の電子系が極低温で示す特殊な秩序相（量子凝縮相）に注目し、その特異なダイナミクスが界面摩擦現象のモデルとして利用できるということに注目し、具体的に研究を行っている。特に我々は磁場下の超伝導体中の磁束量子格子に注目して研究を推進してきた³⁻⁷⁾。本稿ではそれらについて紹介したい。

以下、2節では、摩擦の法則と、明らかにすべき問題点について整理し、3節では量子凝縮相のダイナミクス、特に、磁場下の超伝導体の磁束量子格子のダイナミクスについて紹介し、4節で、それらを利用した動摩擦力の速度依存性ならびに、静止摩擦の待機時間依存性についての実験結果と、それをもとにした、アモントン・クーロン則の成立条件についての考察を紹介し、5節でまとめを行う。

2. 摩擦の法則とその問題点

本稿で既に何度も登場したAC則とは、(0) 摩擦力は荷重（垂直効力）に比例する。(1) 静止摩擦力は見かけの接触面積によらない。(2) 最大静止摩擦力は、動摩擦力よりも大きい。(3) 動摩擦力は速度に依存し

ないといった内容の経験則である。

静止摩擦現象に関しては、それが荷重に比例することや、見かけの接触面積によらないことは、最近、真実接触面積の概念と、界面での原子の凝着現象を基本とした考え方で多くが理解されつつある^{1,8)}。一方、動摩擦力がなぜ速度によらないかについては、摩擦力顕微鏡を用いた実験などによれば、スティック・スリップ運動が重要な役割を果たしていることが示唆されているものの²⁾、あらゆる階層を念頭においた実験的・理論的検証は皆無である。

そもそも、AC則が成り立たない場合がいくらかでもある。特に動摩擦現象においてそれは顕著である。身近な例では、速度の小さいところでは、Fig. 1に示すように、動摩擦力は速度に依存し、むしろこれは一般的である。そして、この現象は、バイオリンなどの弦楽器の発音にとって本質的であることはよく知られている。また、静止摩擦が種々のエージング効果を示す場合がある。すなわち、静止摩擦は、力を加えている時間に依存したり、力と力の間の「待ち時間」に依存したりする¹⁾。

さらには、AC則は界面摩擦現象のごく一側面しか表現していない。一般には、界面と界面の間には、別の物質の層（潤滑材）がある場合が多く、さらに潤滑材の層の厚みによって様々な振る舞いを示す。それらは、ストライバック線図としてまとめられている (Fig. 2)⁹⁾。この線図のそれぞれの領域では、動摩擦係数は多様な速度依存性を示す²⁾。

このように、固体界面の動摩擦現象の多くは、経験則をいくつかの限定された状況で説明するにとどまっており、物理学が目指す普遍的な理解というものからは程遠い状況にある。特に、(1) AC則が成立するのはどのような場合か、或いは、その適用限界はどのようなもの

Fig. 1. (color online). A schematic figure of the friction force as a function of driving force.

Fig. 2. The Streibek curve [taken from ref. 2].

か、(2) それらを定量的に表現できないか、或いは明確な方程式で表現できないか、(3) さらに、ストライバック線図のあらゆる領域を統一的に定量的に表現できないかといった問題に関して、今後の物理的理解が急務とされている。

3. 磁場下の超伝導体の磁束量子格子とそのダイナミクス

3.1 固体の量子凝縮相と超伝導体磁束量子格子

物質中の電子は、室温付近では各々好き勝手にふるまっている。これに対して、熱揺動を取り除き極低温（液体窒素や液体ヘリウム中で実現するような低温の意味）にすると、電子同士の相互作用のためにさまざまな協力現象を示す。なかでも注目に値するのが、全ての電子が一個の量子力学的な波動関数で表現されてしまうような状態（量子凝縮状態）を形成する現象である。極低温で電気抵抗が消失してしまう超伝導現象はその良い例である。この超伝導体に磁場 B をかけると、磁束が量子化された形で超伝導体を貫通する。貫通した量子化磁束の周りには、超伝導体の他の部分に磁場を侵入させないように、超伝導の遮蔽電流が渦状に流れている。そこでこの量子化磁束を、磁束渦糸と呼んでいる（Fig. 3）。磁束渦糸はお互いに磁氣的相互作用をするので、三角格子を組む。この磁束渦糸格子のアイデアはアブリコソフによ

Fig. 3. (color online). The vortex lattice in a superconductor.

Fig. 4. Forces acting on a quantized vortex of a superconductor.

って理論的に予言されたが、その後磁気装飾の実験などにより実験的に確認された¹⁰⁾。

磁束格子が形成されている状態に電流 I を流すと、磁束 Φ_0 は電流から $I \times \Phi_0$ に比例する駆動力を受けて動くことができる（Fig. 4）。すると電圧が発生してしまう。一方、結晶には必ず欠陥などの不完全性があり、磁束渦糸の中心部分では超伝導が破れているため、磁束渦糸は駆動力に逆らってこれらの不完全性の場所にとどまることを好む。これを磁束渦糸のピン止め現象という。ピン止めがあるときに、電流を流して磁束格子を駆動したときの運動の特徴をまとめると、次のようになる（Fig. 5）。

- (a) 最大静止摩擦力に対応した閾値がある（臨界電流 I_c ）。
- (b) 動摩擦に対応したエネルギー散逸がある。
- (c) 内部多自由度を含む。
- (d) ピン止めポテンシャルが非線形なので、必然的に非線形性を含む。
- (e) ピン止め中心はランダムに分布しており、ランダムネスを含む。

これは、固体界面の摩擦を考える状況と酷似している。実際、以下で示すように、この運動を数学的に表現すると、固体界面でのすべり摩擦と非常によく似た微分方程式で表現できることがわかる。したがって、内部多自由度を持ちランダムな非線形ポテンシャル中を運動する量子凝縮相は、固体界面でのすべり摩擦研究の格好のモデル系となりうると期待が持たれる。すなわち、界面での摩擦現象を、超伝導体のバルクで起こる現象で一对一の対応関係がつけられることになる。この他に、同様のモデル系として、擬一次元物質（ある一方向のみ電気を伝えやすい物質）における電荷密度波（Charge-Density Wave : CDW）がある¹¹⁾。このような対応関係は以前より理論家を中心に指摘されてきたことではあるが¹²⁾、それを具体的に摩擦の物理に応用した例は皆無で

Fig. 5. (color online). A schematic figure of the current (J) versus voltage (V) characteristics by the motion of the vortex lattice.

あった。以下では、超伝導体磁束格子の運動が、実際、固体界面摩擦の絶好のモデルとしてとらえられることを示そう。

3.2 磁束格子の運動と固体界面におけるすべり摩擦現象との対応関係

磁束格子のダイナミクスの実験から、固体界面のすべり摩擦を議論するためには、固体界面の動摩擦力を、磁束格子のダイナミクスの実験から求まる物理量で表現する必要がある。固体界面の動摩擦現象をモデル化した例はいくつかあげられる。その代表的なものはブランドルトムリンソンモデル^{13,14)}とフレンケル-コントローバモデル¹⁵⁾である。しかし、それらは実際の界面をあまりにも単純化している。実際の界面をより忠実にモデル化した松川-福山によれば、固体間の動摩擦力は、上下の原子間の相互作用 F_{ij} (i は上側の物質中の原子の番号, j は下側の物質中の原子の番号) の総和に等しいことが結論されている¹⁶⁾。そして、定常状態では、これが駆動力 F_{ext} とつりあっている。すなわち、

$$-\sum_i \sum_j \langle F_{ij} \rangle_t = N_a \langle F_{ext} \rangle_t, \quad (1)$$

ここで、 $\langle \rangle_t$ は時間平均を表し、 N_a は上側の物質の原子の総数を表している。

これを磁束格子のダイナミクスに対応させると、固体界面の摩擦現象における「上下の原子間の相互作用の総和」というのは、磁束がピン止め中心からうけるピン止め力の総和 F_{pin} であり、定常状態では、これが、駆動力 $j \times \Phi_0$ (磁束渦糸一本あたりに換算している: j は電流密度, $\Phi_0 = 2.07 \times 10^{-11}$ Wb は磁束量子の大きさ) に等しい。これが固体界面の動摩擦力に対応するものと考えられる。ただし、固体界面摩擦の問題と対応させるためには、固体界面の摩擦では、摩擦現象を、代表的な自由度から他の自由度へのエネルギー散逸によるものと考えているために、もともとの運動方程式から、平均的な散逸が差し引かれているということを考慮せねばならない。したがって、駆動力から ηv (η は磁束渦糸の粘性係数, v はその速度) を引いたものを摩擦力と考えることが必要である。したがって、固体界面の動摩擦力 F_k に対応するものを磁束格子の運動に関するパラメーターで表現すると、

$$F_k = j\Phi_0 - \eta v = j\Phi_0 \left(1 - \frac{\rho}{\rho_f}\right) \quad (2)$$

となることがわかる⁴⁾。ただし、 ρ は直流電気抵抗率, ρ_f はフラックスフロー抵抗率である。したがって、磁束渦糸がピン止めの影響を逃れて、完全な粘性運動している状態 (フラックスフロー状態) が、2 固体界面の摩擦現象に関して動摩擦力ゼロの状態に対応することがわ

かる。

(3) 式の最右辺に現れている物理量は全て実験で測定可能である。 j , ρ は、電流-電圧特性を測定することによって求まり、また ρ_f は、高電流極限での電気抵抗測定、あるいはマイクロ波を用いた表面インピーダンス測定から求めることができる¹⁷⁾。

4. 超伝導体磁束量子格子のダイナミクスを利用した界面摩擦の研究

4.1 動摩擦の速度依存性⁴⁾

Fig. 6 (a) は銅酸化物高温超伝導体 $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{Cu}_4$ 系 (図中では LSCO と略記) 薄膜試料で、24 K において、3 種類の磁場のもとで電流電圧特性を測定し、前節の方法で動摩擦力 F_k の速度依存性を求めたものである⁴⁾。第一の特徴は、全体的傾向として、速度ゼロの極限で、臨界電流密度に対応した有限の静止摩擦力を示しているものの、動摩擦力は常にそれより大きく、速度が増えると、動摩擦力は増加しているということである。したがって、AC 則は成立していない。これは、界面摩擦では比較的清浄な界面で見られる現象である。第二に注目すべき点は、磁場を変化させるとやはり系統的に動摩擦力が変化し、再現性も良好であるということである。磁場を強くしたほうが動摩擦力の速度依存性が強まり、先ほどの「界面の清浄度」という言葉で表現すれば、界面が清浄になる方向に近づいているということである。これは、磁場を強めることにより、高温超伝導体では磁束渦糸のピン止めが弱くなるという既に知られている事実を思い出すと、当然の傾向ということが出来る。このように、温度や磁場などのパラメーターを変化させることにより「界面の清浄度」を広範囲に連続的に変化・制御できるというのも、これまでの摩擦の実験系にない大きな特徴である。これらのことから、超伝導体磁束格子系が固体間のすべり摩擦現象の研究にとって非常に優れたモデル系となっていることが実際に理解できる。

さらに注目すべき点は、重イオン照射により柱状欠陥を導入すると、この速度依存性が弱くなっていることである (Fig. 6 (c) の各温度での白丸と黒丸の比較)。このことは、重イオン照射によりピン止めを強めることで AC 的な振る舞いに近づいていると表現できなくもない。さらに興味深いことに、未照射試料と照射試料では、ある速度で動摩擦力の大小関係が入れ替わるのがわかる。この入れ替わりのおこる速度に矢印をつけて示してある。この入れ替わりについてはすぐ後で再び触れる。

これらの振る舞いを簡単なモデルで表現してみよう。粘性力、ピン止め力、磁束の相互作用、駆動力、熱揺ら

Fig. 6. (color online). Experimental results and theoretical calculation for a high temperature superconductor, $\text{La}_{2-x}\text{Sr}_x\text{CuO}_4$ ($x=0.16$) (LSCO $x=0.16$) (a) Kinetic friction as a function of velocity of the vortex for 0.3 T, 2 T, and 4 T at 24 K. (b) Theoretical calculation of kinetic friction as a function of velocity of the vortex (Marks : numerical simulation, solid lines : theoretical calculation using Fokker Planck equation). Behaviors at low temperatures and two magnetic fields are investigated. (c) Comparison of the kinetic friction as a function of the vortex velocity in 3 T columnar-defect irradiated samples (open symbols) and pristine samples (closed symbols) under magnetic field of 4 T at three different temperatures. (d) Theoretical calculation of the comparison of the kinetic friction as a function of the vortex velocity in columnar-defect irradiated samples (open marks) and pristine samples (closed marks). Inset shows the potential profile used in the calculations, where Q and l are the height (depth) and the period of the potential, respectively. Pristine samples and irradiated samples are represented as small Q and small l , large Q and large l samples, respectively. (e) Kinetic friction as a function of the electric field by the motion of charge-density wave (CDW) in a quasi-one dimensional conductor, NbSe_3 , measured at three different temperatures. Both longitudinal axis and transverse axis are normalized by the critical (threshold) value for the start of the motion of the CDW. (f) A schematic figure of the kinetic friction as a function of the driving force (upper axis) and the sliding velocity (lower axis). Behaviors at two temperatures are investigated. See the text for details. [taken from ref. 4].

ぎの全てを含む最も簡単な方程式

$$\eta \dot{x}_i = - \frac{\partial}{\partial x_i} [U(x_i) + \sum_j W(x_i - x_j)] + F_d + \sqrt{2k_B T} \zeta(t)$$

(x_i は磁束の位置, η は磁束の粘性係数, $U(x_i)$ はピン止めポテンシャル, $W(x_i - x_j)$ はボルテックス間の相互作用, F_d は駆動力, $x(t)$ は熱揺らぎを表すランダム力, T は温度) を用いて動摩擦力の速度依存性を求めると, Fig. 6 (b) に示すように, 大まかな振る舞いを非常に良く再現するのみならず, 未照射試料と照射試料との動摩擦の速度依存性の違いまでも良く説明する (Fig. 6 (d) : 黒丸が未照射試料, 白丸が照射試料 (図の説明もあわせて参照のこと)). さらに, 速度依存性に現れるピークの速度値や未照射試料と照射試料で現れる動摩擦の速度依存性のクロスオーバーを与える速度の値までもが実測値と大変良い一致を示すことがわかる⁴⁾.

Fig. 6 (e) は, もう一つのモデル系電荷密度波で, 4 種類の異なる温度において, その運動から動摩擦の電場依存性 (電荷密度波ではその運動の速度は電場にほぼ比例し, Fig. 6 (e) では横軸・縦軸ともに, 電荷密度波が運動を始める臨界値 (しきい値) で規格化してある) を求めたものである。磁束格子と大変良く似た振る舞いが得られており, これらの振る舞いは特定のモデル系だけでたまたま得られるものではなく, 摩擦現象, 特に動摩擦現象の普遍的な側面を代表しているものであると考えることができる。そこで, どのような普遍的な側面が現れているのがこの結果なのか, 次に考察する。

Fig. 6 (f) は, Fig. 6 (b) および (d) の計算の結果に基づき, 動摩擦力を駆動力 (上の横軸), 速度 (下の横軸), それぞれに対して模式的にプロットしたものである。十分に温度が低いとき (図中の $T=0.001$) には静止摩擦力, 動摩擦力は, 駆動力に対しては破線のように, 速度に対しては実線のように振舞うと考えられる。ここでより高温を想定し熱揺らぎの効果を強くすると (図中の $T=0.01$) 実線は破線のように, 破線は点線のように変化すると予想される。すなわち, 超伝導体の磁束格子の実験で観測された動摩擦力の速度依存性は, Fig. 6 (f) に模式的に示したように, 静止状態 (図中の “static”) と運動状態 (図中の “kinetic”) の間の動的相転移が熱揺らぎのためになまったものと考えると非常によく理解できる。すなわち, 温度を低下させたり, 磁場を変化させたり柱状欠陥を導入するなどしてピン止めを強くすると, 振る舞いが AC 則に近づいてゆくように見える。このことから, ピン止め力に対して熱揺らぎが相対的に小さくなると, AC 的振る舞いが現われるというように結果を整理することができる。このように考えると, マクロなブロックのような物体のすべり摩擦では

AC 則が比較的一般的に観測されるということは以下のように考えることができる。すなわち、マクロなブロックが机上を滑る場合のように、非常に多くの自由度が結合して一つの自由度として振舞う場合は、結合がゆるい場合に比べて、熱揺らぎの効き方が自由度分の 1 になってしまうため、マクロな物体のすべり摩擦で AC 則が広く観測されるのである。

4.2 静止摩擦の待機時間依存性^{6,17)}

Fig. 7 (a) のように周期的に外力を加えて、Fig. 7 (b) のように応答を測定することにより、その間の待ち時間 t_w に対して静止摩擦 F_s がどのように依存するかを測定したのが Fig. 8 である^{6,17)}。高温 (Fig. 8 (a)) では、

$$F_s \propto \log t_w$$

のように、対数的な時間依存性が観測される。対数的な時間依存性は種々の界面摩擦現象でも広く知られている。ところが、温度を下げてゆくと、特徴的な時間スケールが現れ、それより短時間では急激な静止摩擦力の減少が観測された (Fig. 8 (b))。一方で試料をブリッジ型に細く加工した場合は、高温の対数依存性は消失し、静止摩擦力が全く待機時間に依存しなくなる。また、ブリ

ッジのサイズを変えた試料での比較実験から、ブリッジのサイズが細いほど、より高温まで待機時間依存性がなくなることもわかった。これらのことは、磁束格子には温度やピン止めに依存する特徴的なサイズがあって、系のサイズがそれと同程度になると待機時間依存性が消失することを示唆している。さらに、ブリッジ部分に柱状欠陥を打ち込んだ場合は全温度領域で静止摩擦力が全く時間依存性を示さなくなる。

これらの結果も、「ピン止めを強くすると、または、温度を下げて熱揺らぎを小さくすると静止摩擦力がエージング効果を示さなくなるという意味で、AC 的な振る舞いになる。」とまとめることができ、前小節の動摩擦の速度依存性の実験から得られた描像と大変よく整合するものである。

4.3 AC 則の成立のための判定条件⁷⁾

前二小節で得られた描像を今一度繰り返すと、「ピン止めを強くするか、もしくは、温度を下げて熱揺らぎを小さくすると AC 的な振る舞いになる」となり、さらに、「温度やピン止めに依存する特徴的な長さがあり、系のサイズがそれと同程度になると AC 的な振る舞いが現れる」と表現することができるのであった。これらのことから、我々は、以下のような特徴的なパラメーター R があって、それが臨界値 R_c を越えると AC 的な振る舞いが現れると表現することができるのではないかと提唱する。

$$R^{-1} \equiv R_0^{-1} \exp(-U/k_B T_{\text{eff}}),$$

$$(T_{\text{eff}} \equiv T/L^3) \quad (L \text{ はドメインサイズ})$$

この判定条件が定量的にどれほど正しいかは、系のサイズをより広ダイナミックレンジで変化させた試料での系統的实验による検証にゆだねられる。

5. ま と め

本稿では、古来より良く知られた身近な現象であるにもかかわらず未解決の問題の多い固体界面の摩擦現象を理解するための新しい実験的アプローチとして、固体電子系が極低温で示す量子凝縮相の特異なダイナミクスをモデル系として利用した方法による研究を紹介した。このアプローチは実験室レベルで種々のパラメーターを広く振ることができるのが最大のメリットであり、実際に、AC 則の成立限界に関して、ある判定式を提唱することができた。この判定式がどれほど定量的に確かか、さらには、AC 則が成り立たない多くの場合を同様のアプローチでどこまで定量的に統一的に表現できるかを実験的・理論的に調べるのが不可欠であり、今後の研究で明らかにすべきことは山積している。本稿で紹介したアプローチはまだスタートしたばかりであるが、摩擦現

Fig. 7. (color online). (a) Repetitively applied driving force, and (b) the voltage responses to the driving force.

Fig. 8. (color online). Dependence of the maximum static friction (the critical current) as a function of the waiting time: (a) At high temperatures. Dashed lines represent $\log t_w$. (b) At low temperatures. Solid lines are the fit by a model equation. [taken from ref. 7].

象の統一的理解に向けた新たな有望なアプローチとして期待される。これらの研究によってはいじめて、摩擦現象の制御が可能になり、ナノを含むあらゆる階層における摩擦現象の制御に対して、新たな路が開かれるのではないだろうか。

謝 辞

本稿で紹介した我々の研究成果は、研究室の大学院生 中村大輔, 井上祐吉, 澁谷雄樹, 新旧スタッフ北野晴久, 今井良宗, 理化学研究所ノリ・フランコ, サフェレフ・セルゲイ, 電力中央研究所 塚田一郎, 原研 岡安悟, エコール・ポリテクニク ファン＝デア＝ビーク・キース各氏との共同研究によるものである。普段の有益な議論とともに、感謝する。

文 献

- 1) B.N.J. Persson : "Sliding Friction" (Springer, Berlin, Heidelberg, 1998).
- 2) "Handbook of Nano-technology", ed. by B. Bhushan (Springer, Berlin, Heidelberg, 2004), chap. 18.
- 3) 前田京剛, 北野晴久, 井上祐吉 : トライボロジスト **49**, 493 (2004).
- 4) A. Maeda, Y. Inoue, H. Kitano, S. Savelev, S. Okayasu, I. Tsukada and F. Nori : Phys. Rev. Lett. **94**, 077001 (2005).
- 5) A. Maeda and D. Nakamura : J. Phys. Conf. Ser. **89**, 012020 (2007).
- 6) D. Nakamura, T. Kubo, S. Kitamura, L.B. Gomez, A. Maeda, M. Konczykowski and C.J. van der Beek : J. Phys. Conf. Ser. **89**, 012021 (2007).
- 7) D. Nakamura, T. Kubo, S. Kitamura and A. Maeda : submitted (arXiv : 0906. 3086).
- 8) 笹田 直 : 固体物理 **35**, 64 (2000).
- 9) R. Streibeck : Z. Ver. Dt. Ing. **46**, 1341 (1902) ibid 1463.
- 10) 超伝導や磁束格子に関しては, 例えば, 内野倉国光, 前田京剛, 寺崎一郎 : "高温超伝導体の物性" (培風館, 1995).
- 11) 内野倉国光, 前田京剛 : "擬一次元物質の物性 (物理学最前線 20)" (共立出版, 1991).
- 12) For example, S. Brazovskii and T. Nattermann : Adv. Phys. **53**, 177 (2004).
- 13) L. Prandtl : Z. Angew. Mat. Mech. **8**, 85 (1028).
- 14) G.A. Tomlinson : Phillos. Mag. Series **7**, 905 (1929).
- 15) Y.I. Frenkel and T. Kontorova : Zh. Eksp. Teor. Fiz. **8**, 1340 (1938).
- 16) H. Matsukawa and H. Fukuyama : Phys. Rev. B **49**, 17286 (1994).
- 17) Y. Tsuchiya, K. Iwaya, K. Kinoshita, T. Hanaguri, H. Kitano, A. Maeda, K. Shibata, T. Nishizaki and N. Kobayashi : Phys. Rev. B **63**, 184517 (2001).