非定常河川水質混合の数値計算モデルの開発

文 亨 夫* 山 田 淳**

Development of Mathematical Model for Pollutant Mixing of Un-steady State Flow in Rivers

Hyoungh-Bu MOON* and Kiyoshi YAMADA**

* Dept. of Environmental Eng., Yosu National University, #96-1, Dunduck, Yosu-city, Chonnam, Korea

** Dept. of Environmental Systems Eng., Ritsumeikan University, Noji-cho 1916, Kusatsu, Shiga 525 Japan

Abstract

A mathematical model was developed to predict the un-steady state two-dimensional distribution of pollutant discharged from non-point and point sources to a natural water channel. The model was composed of the hydrodynamic and dispersion models.

A hydrodynamic model was formulated following Leendertes procedure and modified to be able to apply on un-steady state flow resulted from rainfall run-off. And the dispersion model derived according to Peaceman and Rachford nonlinear formulation was made considering two-dimensional movement of dissolved pollutant in meandering non-uniform river.

Hydrological concentration of the study area were examined on site where the longitudinal dispersion coefficient of fluid particles was determined by measuring the peak dye concentration, for hydrodynamic model as well as dispersion model.

The computational procedures were tested on the study site of Seom-jin river, Korea. The result of the application of this model was analyzed and presented in this paper.

Key words : un-steady state flow, combined pollution sources, hydrodynamic model, dispersion model

1. 序 論

韓国では近年、河川汚染が深刻さを増しつつあり、河川水の汚濁負荷受容能力に対する詳細な評価と予測の必要性が提起されるようになってきた。このため、一般の河川水質モデルとして、河川での汚濁物質の混合拡散に関する解析と予測モデルの開発が行われるようになってきたが、大部分は、河川の水利学的条件が定常状態で、流れの横断面で汚染物質が完全混合していると仮定した一次元的なモデルにとどまっている。例えば、ValentineとWood¹⁾、Beltraos²⁾、Koussisら³⁾、BeerとYoung⁴⁾、McBrideとRutherford⁵⁾等により開発されたモデルも一次元モデルである。しかしながら、非常に小さな河川を除いては、放流点から下流方向に十分に流下しなければ完全混合にならないことがElhadiら⁶⁾によって実証され、河川の側方向から流入する汚染物質の混合に対する解析と二次元モデルの開発が必要とされた。

Stream-tubeモデルはFisher⁷⁾により初めて紹介された。このモデルは、Chang⁸⁾、SayreとYeh⁹⁾によって、

自然河川の流れを直交曲線座標系として表現、計算されさらに進展した。彼らはこのモデルをMissouri川で支川との混合に関する研究に適用し、自然河川に適用可能であることを証明した。YotsukuraとCobb¹⁰⁾は直線的で、一様な水路の定常的な流れについて横方向混合に関する簡潔な数学的なモデルを誘導した。さらに、YotsukuraとSayre¹¹⁾は蛇行する非一様河川水路の定常状態の流れでの横方向混合に関するモデルにこのstream-tubeの概念を導入した。このモデルは不規則な形状を持つ実際の自然河川に対して計算したことに意味がある。Shen¹²⁾はYotsukuraとSayre¹¹⁾により開発された数値モデルを基に、流れは定常状態で、混合は非定常な場合のモデルへと拡張した。一方、不等流で蛇行する河川に対してstream-tubeの概念を活用したGowda¹³⁾のモデル、Holly¹⁴⁾、Onishi¹⁵⁾により開発されたモデル等があり、HardenとShen¹⁶⁾はShen¹²⁾により開発された方程式に基づいて自然河川での非定常混合予測のための数値的スキーム即ちexplicitとimplicitを組み込んだ有限差分スキームによる非定常混合モデルを開発し、Mis-

* 韓国麗水水産大学校環境工学科 韓国全南麗水市屯徳洞96-1

** 立命館大学理工学部環境システム工学科 〒525 滋賀県草津市野路東1丁目

Table 1 Summary of two-dimensional mixing models

Source	Coordinate System	Channel Type	Hydrodynamic Condition	Mixing Condition of Pollutants
Chang(8)	Curvilinear	Uniform	Steady	Steady
Yotsukura & Cobb(10)	Curvilinear	Uniform	Steady	Steady
Sayre & Yeh(9)	Curvilinear	Uniform	Steady	Steady
Holly(14)	Curvilinear	Irregular	Steady	Un-steady
Yotsukura & Sayre(11)	Curvilinear	Irregular	Steady	Steady
Shen(12)	Curvilinear	Irregular	Steady	Un-steady
Harden & Shen(16)	Curvilinear	Irregular	Steady	Un-steady
Onishi(15)	Cartesian	Irregular	Un-Steady	Un-steady
Holly & Nerat(17)	Cartesian	Uniform	Steady	Un-steady
Gowda(13)	Curvilinear	Irregular	Steady	Steady

souri 川の支川に適用して定常状態の解析的な解と比較した。その後、Holly と Nerat¹⁷⁾は stream-tube 分散モデルの検証と適用性について検討した。これらのモデルに対する特性を Table 1 に整理する。

これらのモデルは Onishi のモデルを除いて、河川流れの水利学的条件が定常状態の場合に限られている。しかし、降雨時の河川水質の解析にはまず非定常状態の流れの計算が必要となる。すなわち降水の流入による河川の非定常状態の流れが再現できる水利学的モデルの開発が先行しなければならない。そのうえで、降雨時の非特定汚染源からの流出負荷を再現するモデルが必要である。降雨時の河川水質は非特定汚染源から河川に流入する汚染物質といくつもの点源から累積され流入する汚染物質により複合的な様相になるので、これらを包括した河川水質モデルの開発が必要となるのである。

したがって、本研究では、降雨時の洪水流出による河川流出、すなわち非定常状態の河川流れが再現できる数学的モデルの開発を目的とし、かつ点源および非特定汚染源から流出する汚染物質の河川流れ中の濃度分布が予測できる水質モデルを開発し、このモデルを自然河川に適用する。

2. 物質分散の二次元有限差分モデル

水利学的モデルの支配方程式は、非粘性流体の Navier-Stokes の運動方程式¹⁸⁾と連続方程式である。本研究では水深方向に積分された二次元的モデルを用いる。これは、第一に河川横断面での物質濃度分布は水深方向には大きな変化を示しておらず一般的に水深方向の物質混合は完全混合として仮定できること、第二に流体粒子の垂直方向の加速度は重力場の加速度に比べ極めて小さいので無視できること、第三に河川水中の浮遊物質の濃度がさほど高くない場合には、河川水の密度は移動物質の密度による影響をほとんど受けず、全対象領域で一定であると仮定できることが根拠となっている。

ここでは、Fig. 1 のようなデカルト座標系を採用し水深方向に積分した次のような式(1), (2), (3)を流れの支配方程式とする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} \\ = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} - g \frac{U(U^2 + V^2)^{1/2}}{C^2 H} \quad (1) \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} \end{aligned}$$

Fig. 1 Coordinate system

$$= -g \frac{\partial \xi}{\partial y} - g \frac{V(U^2 + V^2)^{1/2}}{C^2 H} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial (HU)}{\partial x} + \frac{\partial (HV)}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

ここで $U=x$ 方向の速度

$V=y$ 方向の速度

C =Chezy's 係数

$H=h+\xi$

自由水面に x - y 平面を取り、この基準面と河床までの距離を h とし、任意の時刻での自由水面の変動が起こる時の基準面と自由水面の距離を ξ とする。

汚染物質の移動と分散に対する解析では対象物質の保存性に対する考慮から接近することが一般的な方法である。すなわち、水位の変化に従う流体密度の変化を無視できると仮定し、乱流流れである物質に対する単位体積当り質量の平衡で表現¹⁹⁾する方法である。

本研究では、このような表現に基本を置き、河川が水深方向に完全混合であると仮定し、次のように記述した物質の質量平衡方程式¹⁸⁾を支配方程式とする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial (HP)}{\partial t} + \frac{\partial (HUP)}{\partial x} + \frac{\partial (HVP)}{\partial y} - HS \\ = \frac{\partial}{\partial x} \left(HD_x \frac{\partial P}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(HD_y \frac{\partial P}{\partial y} \right) \quad (4) \end{aligned}$$

ここで P =汚染物質の濃度

$D_x, D_y=x, y$ 方向の分散係数

S =Source 項

$H=h+\xi$

河川の側方から流入する点源および非特定源からの負荷はこの Source 項に与える。

3. 支配方程式の数値解析

有限差分法を利用して支配方程式の数値解析を行った。空間座標での変数である速度、水位、濃度は、

Platzman²⁰⁾によって初めて使用された Fig. 2 のような格子を利用して計算される。本計算での濃度は水位と同じ位置である、(i, k) の整数格子点で計算され、速度 U は (i) の半整数格子点と (k) の整数格子点で計算され、速度 V は (i) の整数格子点と (k) の半整数格子点で計算される。

前述した水理学的モデルの支配方程式である(1)式と(2)式は双曲型方程式であり、物質分散モデルの支配方程式である(4)式は放物型方程式で分類することができる。

Peaceman²²⁾は任意の大きな時間刻み幅の許容が可能であり、放物型方程式に対して効率的な ADI²¹⁾法を提示した。この ADI 法は過度移動方程式を用いた非圧縮性流れの問題の解析に使われているもっとも一般的な方法であると考えられる。本研究でも支配方程式の離散化では ADI 法の中で、実際多くの適用を通じて解の安定性が検証された 2 次精度をもつ Crank-Nicolson 法²¹⁾を用いて差分化を行った。

Liu と Leendertse¹⁸⁾は時間進行の増分である Δt を二つの段階に分けて差分化する方法を提示した。本研究でも各時間ステップの増分 Δt を 2 等分し、差分式に表現した。

格子点 (i, k), 時間 (n) における計算変数 F を次のように定義する。

$$F = F(i\Delta x, k\Delta y, n\Delta t)$$

ここで $(x, y, t) = (i\Delta x, k\Delta y, n\Delta t)$ および $i, k, t = 0, \pm 1/2, \pm 1, \pm 3/2, \dots$

計算変数 F の空間的な平均と差および時間的な平均と差を次のように表すことができる。

$$\bar{F}^x = 1/2 \{ F[(i+1/2)\Delta x, k\Delta y, n\Delta t] + F[(i-1/2)\Delta x, k\Delta y, n\Delta t] \} \quad (5)$$

$$\delta_x F = 1/\Delta x \{ F[(i+1/2)\Delta x, k\Delta y, n\Delta t] - F[(i-1/2)\Delta x, k\Delta y, n\Delta t] \} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{\bar{F}} = 1/4 \{ & F[(i+1/2)\Delta x, (k+1/2)\Delta y, n\Delta t] \\ & + F[(i+1/2)\Delta x, (k-1/2)\Delta y, n\Delta t] \\ & + F[(i-1/2)\Delta x, (k+1/2)\Delta y, n\Delta t] \\ & + F[(i-1/2)\Delta x, (k-1/2)\Delta y, n\Delta t] \} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\delta_{+1/2t} F = 2/\Delta t \{ F[i\Delta x, k\Delta y, (n+1/2)\Delta t] - F[i\Delta x, k\Delta y, n\Delta t] \} \quad (8)$$

$$F_+ = F[i\Delta x, k\Delta y, (n+1/2)\Delta t] \quad (9)$$

$$F_- = F[i\Delta x, k\Delta y, (n-1/2)\Delta t] \quad (10)$$

ここでは X だけを表記したが、 Y と t についても X と同じように表現することができる。式(5)から(10)を使って、運動方程式、連続方程式および移流分散方程式を第一段

階と第二段階に分けると次のようになる。

第一段階 (n) :

格子点 $(i+1/2, k)$, 時間 (n) において

$$\begin{aligned} \delta_t U + U_+ \delta_x U^x + V \delta_y U^y + g \delta_x \xi^t \\ + g \frac{\bar{U}^t [(\bar{U}_-)^2 + (\bar{V}_-)^2]^{1/2}}{(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) (\bar{C}^x)^2} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

格子点 (i, k), 時間 (n) において

$$\begin{aligned} \delta_{+1/2t} \xi + \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) U_+] \\ + \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) V_+] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

格子点 (i, k), 時間 (n) において

$$\begin{aligned} \delta_{+1/2t} [P(\bar{h} + \bar{\xi})] + \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) U_+ \bar{P}_+] \\ + \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) V \bar{P}^y] - \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) D_x \delta_x P_x] \\ - \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) D_y \delta_y P] + R = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

第二段階 :

格子点 (i, k+1/2), 時間 $(n+1/2)$ において

$$\begin{aligned} \delta_t V + U \delta_x V^x + V_+ \delta_y V^y + g \delta_y \xi^t \\ + g \frac{\bar{U}^t [(\bar{U}_-)^2 + (\bar{V}_-)^2]^{1/2}}{(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) (\bar{C}^y)^2} = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

格子点 (i, k), 時間 $(n+1/2)$ において

$$\begin{aligned} \delta_{+1/2t} \xi + \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) U] \\ + \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) V_+] = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

格子点 (i, k), 時間 $(n+1/2)$ において

$$\begin{aligned} \delta_{+1/2t} [P(\bar{h} + \bar{\xi})] + \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) U \bar{P}^x] \\ + \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) V_+ \bar{P}_+] \\ - \delta_x [(\bar{h}^y + \bar{\xi}^x) D_x \delta_x P] \\ - \delta_y [(\bar{h}^x + \bar{\xi}^y) D_y \delta_y P] + R = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

式(11)と(12)には、 k 線 (Y 軸方向 k 番目の格子点を通る X 軸と平行な線) に第二段階の変数が三つ含まれている。従って、(11)と(12)を連立差分方程式に書き替え、マトリックスで表現すると、次のようになる。

$$[A] \{F\} = \{B\}$$

ここでベクトル $\{F\}$ には第二段階で計算される U と ξ , ベクトル $\{B\}$ には、第一段階および第一段階の前段階での計算値などが含まれている。式(11)と(12)には次の第二段階で計算される三つの未知数が含まれ、三次対角マトリックスとなる。従って、それぞれの段階での境界条件である流速、水位値と同時にベクトル $\{F\}$ の成分を与えれば、 k 線上の流速 U と水位 ξ の未知数を消去によって求めることができる。

まず第一段階 (時間 t から $t + (1/2)\Delta t$ に進行) では、運動方程式(11)および連続方程式(12)によって得られる各格子点の x 方向流速 U と水位 ξ を移流分散方程式(13)に代入し、汚染物質濃度 P を求める。境界条件としては、上流からの流下流量、流下負荷量および点源、非特定源からの流入負荷量を与える。また、各格子点における反応マトリックスの項は、その各格子点前後の流速、水位および濃度を繰り返し用いることにより計算する。このようにして求められた値は、次の第二段階での未知数を定めるのに利用される。

次に第二段階 (時間 $t + (1/2)\Delta t$ から $t + \Delta t$ に進行) では、第一段階同様運動方程式(14)および連続方程式(15)によって得られる各格子点の y 方向速度 V と水位 ξ を移流拡散方程式(16)に代入し、汚染物質濃度 P を求める。ここでは、水位 ξ と濃度 P は時間ステップ Δt において第一段階と第二段階で計 2 回計算されている。これは降雨時に急変する水位の算定を短い時間ステップで行うため

Fig. 2 Space-staggered scheme

であり、これによりコンピュータの計算時間は増えるものの算定水位のばらつきは小さくなり、良好な再現精度が得られる。以上の過程を時間方向に繰り返し計算を行う。

4. 現場測定実験

4.1 モデル適用対象河川の水文学的特性

適用対象河川として流域内の都市化の速度が比較的遅く、汚染源が少ない Fig. 3 に示す Seom-jin (蟾津) 江を選んだ。本流域は、東経126°51'51"~127°53'05", 北緯34°40'26"~30°50'00"に位置し、流域の北東側には Nak-dong (洛東) 江流域、西側には Young-san (榮山) 江流域と Dong-jin (東津) 江流域、北側には Kum (錦) 江流域と Man-kung (萬頃) 江流域に接しており、流域面積4,896.5 km², 流域平均幅23.1km, 形状比0.1086, 本流の流路延長225.3km である。

気候および気象特性としては四季がはっきりしており、冬は大陸性気候で寒冷乾燥し、夏は海洋性気候の影響により高温多湿であり、冬季と夏季の気温差が著しく異なる地域である。流域の下流部が上流部より気温が高く降雨量が多い。年平均気温は12.5°Cで、湿度は年平均75%であり、年平均蒸発量は1,149.4mm である。本地域の年平均降水量は1,375mm で、韓国の年平均降水量の1,159mm よりも比較的多く、韓国4大多雨地域に属している。

松亭 (Song-jung) 地域は蟾津江下流域に位置しており、Fig. 3 の計算領域の上流側に建設省が管理する水位観測所があって、この水位標の資料を活用することができるので、この地域をモデル適用対象河川に選んだ。

Fig. 3 Schematic layout of Seom-Jin river (Song-Jung) study area and computational grid system

Fig. 4 Cross-section view of observation site A, B and C

4.2 流速測定

流速計による河川流水の速度測定は、比較的大きい河川では効果的であるが、水源地点に近い溪流や小河川では運搬土石の影響と浅水位のために正確な測定が難しい。蟾津江の松亭地域では Fig. 4 のように水深が基底流出時にも十分に維持されるので流速計による測定を行い平均流速を算定した。

Fig. 3 に示した A, B, C の位置での流水断面積を実測し、全断面を小区間に区切り、米国の地質調査局の提案した次のような式により各小区間の平均流速を算定した。

$$V_m = 1/2 (V_{0.2} + V_{0.8}) \quad (17)$$

ここで、 V_m = 小区間の平均流速

$V_{0.2}$, $V_{0.8}$ = 水面から各々の水深の20%, 80%の点における流速

Fig. 3 に示した A, B, C の位置で実測した流速の結果を Table 2 に整理した。

4.3 COD

河川水の試料は流速観測点で採水した。A 地点での平均値は3.5mg・l⁻¹ (試料数8), B 地点での平均値は6.1 mg・l⁻¹ (試料数8), C 地点での平均値は8.5mg・l⁻¹ (試料数9)であった。この3地点での観測結果の平均値6.0 mg・l⁻¹をモデル計算での降雨流出前河川初期 COD 濃度とした。

4.4 縦方向分散係数の算定

河川の流れて物質の輸送を説明するためには縦方向分散係数を求めることが重要である。これまで多くの理論的および経験的方法と公式などが提案されている。直接染料を河川に投入し、下流方向の染料分散曲線を作成して分散係数を算定する方法も行われている。

本研究では Table 2 に示すような実測値を用いて既提案された公式などで分散係数を算定し比較した。

Fisher²³⁾は自然河川の流れて分散係数を算定する次のような公式を提案した。

$$E_x = 0.011 \frac{u^2 W^2}{du^*} \quad (18)$$

ここで、 E_x は流れ方向の分散係数(m²・sec⁻¹), u は平均流速(m・sec⁻¹), W は河川の平均幅(m), d は平均水深(m), u^* は摩擦速度(m・sec⁻¹)である。Table 2の値を用いて計算した摩擦速度 u^* は0.07m・sec⁻¹, (18)式で算定した分散係数は16.01m²・sec⁻¹である。しかしながら、この式は概略的であって、河川の停滞区域に対しては適用できない制約を持っている。

McQuivey と Keefer²⁴⁾は、流量範囲が0.99~934.56 m³・sec⁻¹, 40種類の流下時間および河床の傾斜範囲が0.00015~0.0098である18か所の河川に対して検討し、フルード数が0.5以下の場合に次のような公式を提案した。

$$E_x = 1.8 \times 10^{-4} \frac{Q}{SW} \quad (19)$$

ここで、 E_x はmi²・d⁻¹, Q は定常状態の流量(cfs), S は河床勾配, W は河川の平均幅(ft)である。Table 2の値を利用して計算したフルード数は0.01, (19)式で算定した分散係数は1.80mi²・d⁻¹=53.96m²・sec⁻¹である。

同じ所で(18)式と(19)式で算定した値に差があるが、Table 3に示すように研究者によっても大きな差がある。

また Fisher²⁵⁾はモーメント法を提案し、ある河川区間での拡散係数を推定することができる次のような式を発

Table 2 Experimental measurements of hydraulics conditions at site A, B, C

Site	Section	Depth (m)	Mean Depth (m)	Width (m)	Point Velocity (m/sec)			Mean Velocity (m/sec)	Area (m ²)	Discharge (m ³ /sec)
					D0.2	D0.8	Mean			
A	A1	0.9	1.075	85.0	0.08	0.06	0.07	0.12	91.38	11.31
	A2	1.6			0.17	0.13	0.15			
	A3	1.9			0.26	0.20	0.23			
	A4	1.4			0.21	0.15	0.18			
	A5	1.0			0.19	0.15	0.17			
	A6	0.8			0.11	0.10	0.10			
	A7	0.6			0.05	0.05	0.05			
	A8	0.4			0.04	0.04	0.04			
B	B1	0.8	1.075	91.0	0.07	0.05	0.06	0.14	106.93	14.44
	B2	0.6			0.16	0.16	0.16			
	B3	0.7			0.15	0.15	0.15			
	B4	1.7			0.19	0.13	0.16			
	B5	2.0			0.23	0.17	0.20			
	B6	1.8			0.16	0.14	0.15			
	B7	1.3			0.13	0.11	0.12			
	B8	0.5			0.08	0.08	0.08			
C	C1	1.1	1.222	94.5	0.08	0.06	0.07	0.11	115.48	12.45
	C2	1.8			0.12	0.08	0.10			
	C3	1.6			0.21	0.17	0.19			
	C4	1.2			0.18	0.16	0.17			
	C5	1.1			0.13	0.13	0.13			
	C6	1.0			0.14	0.10	0.12			
	C7	1.0			0.10	0.06	0.08			
	C8	1.8			0.11	0.05	0.08			
	C9	0.4			0.03	0.03	0.03			

表した。

$$E_x = \frac{U^2}{2} \cdot \frac{(\delta_{td})^2 - (\delta_{tu})^2}{t_d - t_u} \quad (20)$$

ここで δ^2 は濃度-時間曲線の分散, t は曲線の図心までの到達時間であり, 添字 d と u は各々下流と上流を示す。

分散は次式のように計算する。

$$\delta^2 = \frac{\int_{t_0.01}^{t_{0.99}} st^2 dt}{\int_{t_0.01}^{t_{0.99}} s dt} - (\bar{t})^2 \quad (21)$$

また, 図心に対する流下時間は次式のように計算する。

$$\bar{t} = \frac{\int_{t_0.01}^{t_{0.99}} st^2 dt}{\int_{t_0.01}^{t_{0.99}} s dt} \quad (22)$$

ここで, $t_{0.01}$ は濃度が最大濃度の 1% まで減少するまでの時間である。つまり, 任意の位置での最大濃度を求めると, 式(22)で式(20)の縦方向分散係数を計算できる。

また, 瞬間的に投入した染料に対する最大濃度は次式のように計算する。

$$S_p = \frac{M}{2A\sqrt{\pi E_x t_p}} \quad (23)$$

Thomann と Mueller²⁵⁾ は観測した最大濃度と $1/\sqrt{t_p}$ との関係を用いて縦方向分散係数を算定した。

この方法は染料を追跡子として使用することにより河川のある区間での平均流下時間と距離がわかることと, 実際河川の現場実験での対象河川の物質輸送を代表できる値を求めることができるという長所を持っている。従って, 本研究では 4.6 のような染料実験を行い, 分散係数を算定した。

4.5 横方向分散係数の算定

初期の横方向分散係数の実験的研究は, 実験室内での直線的な水路の横方向混合に関する研究であった。これらの研究結果としては Elder²⁶⁾, Sayre と Chang²⁷⁾, Okoye²⁸⁾ 等の実験結果がある。彼らは横方向分散係数を次式のように検討した。

$$E_y = \beta du^* \quad (24)$$

ここで, E_y は横方向分散係数, d は水深, u^* は摩擦速度,

β は係数である。Okoye は β の値として実験結果に基づいて 0.1~0.2 の値を提案した。

しかし, 自然水路は複雑で, Okoye 等の実験結果を適用するには限界がある。Holly と Abraham²⁹⁾ は, 水路の側方向の不規則性の影響を実験室での結果から検討し β の値が 0.3~0.7 の範囲にあることを示した。

自然水路に関する β 値の研究としては, Fisher³⁰⁾ および Chang³¹⁾ は, 屈曲水路で平均 0.5~2.5 の範囲にあることを発見し, Yotsukura 等³¹⁾ および Sayre と Yeh⁹⁾ は Missouri 川で, 屈曲が緩慢な水路での 0.6 から屈曲が急な水路での 10 までの範囲にあることを発見した。また, Holly と Abraham³²⁾ による Ijssel 川, Jackman と Yotsukura³³⁾ による Potomac 川, Mackay³⁴⁾ による Mackenzie 川での観測結果によると, 全部 0.4~0.8 の範囲であった。

また, 横方向分散係数 E_y について, Fisher²³⁾ は次式を提案している。

$$E_y/du^* = 0.6 \pm 50\% \quad (25)$$

本モデルでは, β の値として 0.6 を, u^* は, Table 2 の値を利用して計算し $0.07 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ を, E_u は(22)式で算定した $0.047 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$ を適用した。

しかし, 自然水路の不規則性による分散係数への影響, 横方向分散係数の推定等については, まだ, 基礎的なことが十分解明されていない。

4.6 染料観測

染料放流位置は Fig. 3 の R_c 。試料採取点は Fig. 3 の A, B, C である。COD 実験の試料採取点と同じ地点である。 R_c から A 点までは 380m, R_c から B 点までは 730m, R_c から C 点までは 1,100m である。 R_c での染料の放流時刻は 15 時 00 分, 染料のピーク濃度の発現は, A 点で 15 時 58 分, B 点で 17 時 00 分, C 点で 18 時 02 分であった。また, R_c から A, B, C 点までの輸送速度はそれぞれ 0.11, 0.10, $0.10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ であった。

試料を採取した時間間隔と染料の濃度変化を Fig. 5

Table 3 Calculation parameter

Reference	Channel	depth, d(m)	Width, W(m)	Mean velocity, u(m/sec)	Shear velocity, $\bar{u}$ (m/sec)	Observed Dispersion coefficient, K(m ² /sec)
Thomas(1958)	Chicago Ship Canal	8.07	48.8	0.27	0.0191	3.0
State of California(1962)	Sacramento River	4.00		0.53	0.051	15
Owens et al.(1964)	River Derwent	0.25		0.38	0.14	4.6
Glover(1964)	South Platte River	0.46		0.66	0.069	16.2
Schuster(1965)	Yuma Mesa A Canal	3.45		0.68	0.345	0.76
Fischer(1968)	Green-Duwamish River, Washington	1.1	20		0.049	6.5 - 8.5
Yotsukura et al. (1970)	Missouri River	2.70	200	1.55	0.074	1500
Godfrey and Frederick(1970) [predicted values of K from Fischer 1968]	Copper Creek, Virginia (bellow gage)	0.49 0.85 0.49	16 18 16	0.27 0.6 0.26	0.08 0.1 0.08	20 21 9.5
	Copper Creek, Virginia (above gage)	0.40	19	0.16	0.116	9.9
	Clinch River, Tennessee	0.85 2.10 2.10	47 60 53	0.32 0.94 0.83	0.067 0.104 0.107	14 54 47
	Powell River, Tennessee	0.85	34	0.15	0.055	9.5
	Clinch River, Virginia	0.58	36	0.21	0.049	8.1
	Coachella Cana, California	1.56	24	0.71	0.043	9.6
McQuivey and Keefer(1973) [predicted values of K from Fischer 1975]	Bayou Anacoco	0.94 0.91	26 37	0.34 0.40	0.067 0.067	33 39
	Nooksack River	0.76	64	0.67	0.27	35
	Wind/Bighorn Rivers	1.10 2.16	59 69	0.88 1.55	0.12 0.17	42 160
	John Day River	0.58 2.47	25 34	1.01 0.82	0.14 0.18	14 65
	Comite River	0.43	16	0.37	0.05	14
	Sabine River	2.04 4.75	104 127	0.58 0.64	0.05 0.08	315 670
	Yadkin River	2.35 3.84	70 72	0.43 0.76	0.10 0.13	110 260

に、各々の位置での染料のピーク濃度と時間との関係を Fig. 6 に示した。この図により傾き $= 2.42 \times 10^3 \times (60)^{0.5} = 18.7 \times 10^3$ を得るとともに流量を平均流速で割った流水断面積 $= (12.73 \text{ m}^3 \cdot \text{sec}^{-1}) / (0.12 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}) = 106.1 \text{ m}^2$ 、 R_c 点での染料の投入量 $8,500 \text{ g}$ を用いて式(23)によって算定した E_x は $1.5 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-1}$ であり、この値をモデル計算に用いた。

5. モデル計算および適用例

5.1 モデルの構成

Fig. 7 でモデルの構成と Flow-chart を、Table 4 で計算の入力変数を示した。

蟾津江の松亭地域で Fig. 3 のように東西 (x 方向) 1,200m、南北 (y 方向) 510m を計算領域とした。x 方向

に60個 ($\Delta x = 20.0 \text{ m}$)、y 方向に51個 ($\Delta y = 10.0 \text{ m}$) の格子に分け、各格子点での河川の水深値 (h) を入力した。水深が0に入力された所は陸地と認識されるようにプログラミングした。

5.2 流出解析および上流での境界条件

降雨-流出系の解析方法には、単位図法、貯留関数法を始め多くの方法が提案されている。これらの流出は直接流出と基底流出に分けられる。

非特定源の汚染負荷および河川側面に位置する点源の汚染負荷による河川水質現況およびその影響の予測のための水質モデルでは、非定常状態である降雨時の直接流出の解析が必要である。したがって、この流出解析では、河川の基底流出状態から計算が始まり、直接流出を経て再び基底流出状態に戻るまでを再現するものとする。

Fig. 5 Relative dye concentration of time after release

Fig. 6 Relative travel time of peak concentration

本研究では、建設省の水位観測所が観測した1993年4月30日の降雨時の水位値を用いて Fig. 8 のような水位水文曲線を作成し、Regression Method による Curve-fitting の結果、次のような水位曲線式を得た。

$$\xi = 0.016 - 6.48T + 299.22T^2 - 2153.5T^3 + 7070.65T^4 - 12641.24T^5 + 12697.46T^6 - 6737.21T^7 + 1471.10T^8 \quad (26)$$

計算領域の左側が河川の上流方向、右側が河川の下流方向であり、左側開境界で(26)式の水位変化値を水理学的な境界条件として与え、二次元的流速分布を計算するようにした。

5.3 非特定源および点源の汚染負荷量

晴天時流出は比較的安定して小さいので人為的な排出による変動が流量と水質濃度の変動を支配する場合が多い。反面、降雨時流出は、間接流出による自然負荷、降雨に関係なく排出される点源負荷、降雨により排出される非特定汚染源負荷などが複合した形態となる。さらに、先行降雨や先行晴天期間によって、流路や地面凹凸部の

Fig. 7 The program consists of the major elements

Table 4 Summary of field data for dispersion coefficient in Rivers

nstepmax = 86,400	: Max. Calculation Step
nout = 3,600	: Interval of Data Output
nx = 60	: Grid Number in y-direction
ny = 51	: Grid Number in x-direction
dt = 1.0	: Time Step (sec)
dx = 20.0	: Grid Size in x-direction (m)
dy = 10.0	: Grid Size in y-direction (m)
manning = 0.04	: Roughness Coefficient
Cinit = 6.0	: Initial Concentration in the River (mg/l)
bs = 0.00015	: Bottom Slope
nsource = 2	: Number of Injection Source Point Source 1 Non-point Source 1
nopen = 16	: Number of Open Boundary Up-stream 7, Down-stream 9
Ex = 1.5	: Longitudinal Dispersion Coefficient(m ² /sec)
Ey = 0.047	: Transverse Dispersion Coefficient (m ² /sec)

貯留、沈殿、分解など流送過程の現存負荷が変化する。

また、流域規模、流域内の土地利用形態、汚染源の位置、状態によって、流量と水質濃度の時間的変化が異なる。これらは、水質項目間でもその流出挙動は異なる。一般に、河川の上流部では、多くの水質項目での最大濃度あるいは最大負荷量は最大流量に先立って出現するケースが多いが、河川の中下流部では、これらがほとんど同時に出現する。いずれにしても、最大流量時付近で高負荷流出となっている。さらに、累積量でみると、汚染源が無限供給に近い場合、累加総流量と累加総流出負荷量は比例し、有限供給に近い場合には、累加総流出負荷量は累加総流量に比例せず頭打ちとなる。ここでは、有限供給に近い有機物 (COD) を指標として、Fig. 9 のように汚染負荷が河川に流入する場合 (Fig. 3 の位置 NPS で) を例として検討した。

プログラムとしては、下水処理場や都市下水路などの連続点源からの流出口、非特定汚染源からの流出口が、河川の任意の側面に設定でき、その流量と濃度を任意に

Fig. 8 Stage hydrograph in Song-Jung

Fig. 9 Time-Mass discharge curve from non-point source in storm

変更できるものとした。ここでは、対象河川の近隣地域に新しい下水処理場が竣工し、流量 $Q=100,000\text{m}^3\cdot\text{day}^{-1}$ と $\text{COD}=30.0\text{mg}\cdot\text{l}^{-1}$ の点源負荷として河川に流出する場合 (Fig. 3 の位置 PS で) を仮定した。

6. 計算結果

今回は、基底流出状態の河川流れから始め、降雨流出を経て再び基底流出状態に戻る時間として、一日 (24時間) 分の計算を行い、二次元的流速分布、水質濃度分布として整理した。

Fig. 10 に降雨流出前、すなわち基底流出状態に近い 1 時間目、2 時間目の流速分布、降雨流出の最大流速が形成される 5 時間目、再び基底流出状態に戻る 19 時間目の流速分布を示した。また、Fig. 11 に COD の二次元濃度分布を示した。点汚染源の影響による濃度分布が明瞭な 1 時間目、非特定汚染源の影響による濃度分布が明瞭な 2 時間目、本川流量が増加して濃度分布がほとんど見られない 5 時間目、再び元の状態に戻った 19 時間目の状況がよく分かる。

7. 結論

河川の水質管理対策を構築するためには流体の挙動と汚染物質の移動現象の解析が先行しなければならず、そのためには汚染物質の時間および空間的分布を解析し、予測できる数値モデルの開発が必要である。特に非特定汚染源の負荷による河川の水質を解析するため降雨流出時の河川流れおよび汚染物質の濃度分布を解析した。開

Fig. 10 Velocity vector in the river computed by hydrodynamic program

発したモデルを実際河川に適用し、次のような結論を得た。

- 1) 非定常状態 (洪水時) の河川流れで汚染物質の時間および空間的分布を予測することのできる数学的モデルを開発した。
- 2) このモデルによって、水位水文曲線を河川の上流に発生させ、降雨流出時河川の流れを二次元的流速分布として、定常状態から始まり定常状態に戻るまで計算できることを示した。
- 3) 水質濃度についても、点汚染源の影響、非特定汚染源の影響、洪水による Flushing 効果によるものなどを含めて面的、時間的な分布表示ができることを示した。

(原稿受付 1995年2月17日)

(原稿受理 1997年1月21日)

参考文献

- 1) Valentine, E.M. and Wood, I.R. (1977) Longitudinal dispersion with dead zones, *J. Hydr. Div., ASCE*, **103**, 975-990.
- 2) Beltaos, S. (1980) Longitudinal dispersion in rivers, *J. Hydr. Div., ASCE*, **106**, 151-172.
- 3) Koussis, A.D., Saenz, M.A. and Tollis, I.G. (1983) Pollution routing in streams, *J. Hydr. Engrg., ASCE*, **109**, 1636-1651.

Fig. 11 COD concentration in the river computed by dispersion program

- 4) Beer, T. and Young, P.C. (1983) Longitudinal dispersion in natural streams, *J. Envir. Engrg., ASCE*, **109**, 1049-1067.
- 5) McBride, G.B. and Rutherford, J.C. (1984) Accurate modeling of river pollutant transport, *J. Envir. Engrg., ASCE*, **110**, 808-827.
- 6) Elhadi, N., et al. (1984) River mixing a state-of-art report, *Can. J. Civ. Engrg.*, **11**, 585-609.
- 7) Fisher, H.B. (1967) Transverse mixing in a sand bed channel, Professional Paper 575-D, United States Geological Survey, pp. D267-D272.
- 8) Chang, Y.C. (1971) Lateral mixing in meandering channels, Thesis presented to the University of Iowa, at Iowa City, Iowa, in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy.
- 9) Sayre, W.W. and Yeh, T.P. (1973) Transverse mixing characteristics of the Missouri River downstream from the cooper nuclear station, IIHR Report 145, Iowa Institute of Hydraulics Research, University of Iowa, Iowa City, Iowa, 46.
- 10) Yotsukura, N. and Cobb, E.D. (1972) Transverse diffusion of solutes in natural streams, Professional Paper 582-C, United States Geological Survey.
- 11) Yotsukura, N. and Sayre, W.W. (1976) Transverse mixing in natural channels, *Water Resources Research*, **12** (4), 695-704.
- 12) Shen, H.T. (1978) Transient mixing in river channels, *J. Envir. Div., ASCE*, **104**, No. EE3, Proc. Paper 13810, June, pp. 445-459.
- 13) Gowda, T.P.H. (1984) Water quality prediction in mixing zones of rivers, *J. Envir. Engrg., ASCE*, **110** (4), 751-769.
- 14) Holly, F.M., Jr. (1975) Two-dimensional mass dispersion in rivers, Hydrology Papers of Colorado State University 78, Colorado State Univ., Fort Collins, Colo.
- 15) Onishi, Y. (1981) Sediment-contaminant transport model, *J. Hydr. Div., ASCE*, **107** (9), 1089-1107.
- 16) Harden, T.O. and Shen, H.T. (1979) Numerical simulation of mixing in natural rivers, *J. Hydr. Div., ASCE*, **110** (4), 393-408.
- 17) Holly, F.M. and Nerat, G. (1983) Field calibration of stream-tube dispersion model, *J. Hydr. Engrg., ASCE*, **109**(11), 1455-1470.
- 18) Liu, S.K. and Leendertse, J.J. (1978) Multidimensional numerical modeling of estuaries and coastal seas, In "Advances in Hydrosience", Volume 11, Academic Press, Inc., New York.
- 19) Bird, R.B., Stewart, W.E. and Lightfoot, E.N. (1960) Transport Phenomena, John Wiley & Sons, inc., New York.
- 20) Platzman, G.W. (1959) A numerical computation of the surge of 26 June 1954 on Lake Michigan, *Geophysics*, **6**(3-4), 407-438.
- 21) Roache, P.J. (1976) Computational Fluid Dynamics, 446p., Hermora Publisher.
- 22) Peaceman, D.W. and Rachford, H.H. (1955) The numerical solution of parabolic and elliptic differential equation, *J. Soc. Industrial Appl. Math.*, **3** (1), 28.
- 23) Fisher, H.B. (1976) Mixing in Inland and Coastal Waters, 483p Academic Press, Inc., San Diego.
- 24) McQuivey, R.S. and Keefer, T.N. (1974) Simple method for predicting dispersion in streams, *J. Envir. Eng. Div., Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, **100**(EE4), 997-1011.
- 25) Fisher, H.B. (1968) Dispersion predictions in natural streams, *J. Sanit. Eng. Div., Proc. Am. Soc. Civ. Eng.*, **94** (SA5), 927-944.
- 26) Elder, J.W. (1959) The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, *Jour. Fluid Mechanics*, **5** (4), 544-560.
- 27) Sayre, W.W. and Chang, F.M. (1968) A laboratory investigation of the open channel dispersion process for dissolved, suspended, and floating dispersion, U.S. Geological Survey Professional Paper, 433-E.
- 28) Okoye, J.W. (1970) Characteristics of transverse mixing in open-channel flows, Rep. KH-R-23, California Institute of Technology, Pasadena, California.
- 29) Holly, E.R. and Abraham, G. (1973) Laboratory studies on transverse mixing in rivers, *J. Hydraul. Res.*, **11**, 219-253.
- 30) Fisher, H.B. (1969) The effect of bend dispersion in streams, Am. Geophysical Union, *Water Resources Research*, **5** (2), 496-506.
- 31) Yotsukura, N., Fisher, H.B. and Sayre, W.W. (1970) Measurement of mixing characteristics of the missouri river between Sioux City, Iowa and Plattsmouth, Nebraska, U.S., Geological Survey Water-Supply Paper 1899-G.
- 32) Holley, E.R. and Abraham, G. (1973) Field tests on transverse mixing in rivers, *J. Hydraul. Div. Proc. ASCE*, **99**, 2313-2331.
- 33) Jackman, A.P. and Yotsukura, N. (1977) Thermal loading of natural streams, U.S. Survey Professional Paper 991.
- 34) Mackay, J.R. (1970) Lateral mixing of the Liard and Mackenzie rivers downstream from their confluence, *Can. J. Earth Sci.*, **7**, 111-124.
- 35) Thomann, R.V. and Mueller, J.A. (1987) Principles of Surface Water Quality Modeling and Control, 644p., Harper & Row, Publishers, Inc., New York.