〈講座〉

浄水プロセスにおける数理モデル

松岡 譲^{*}
Yuzuru MATSUOKA

1. 数理モデルの役割

浄水における水処理プロセスは、他の水処理プロセスと同じく、原水水質と要求される処理水の水質間の差を解消するために、種々の単位操作を組み合わせることによって造られる。したがって、個々の水源水質に応じて各種の単位操作をどのように組み合わせ操作すれば、許容される水質を必要とする水量だけ得られるかとか、いかに組み合わせれば経済的であり維持管理が容易であるかといった問題が生ずる。こういった問題に対して浄水プロセスのモデル化が重要であることは言うまでもない。特に、現在の趨勢である浄水管理の自動化に対しては、各単位操作のみならず、プロセス全体としての有機的な連携をもったモデルが不可欠となる。

しかるに浄水プロセスでは、一般に上記の用に立つような数理モデルは存在せず、また、局面的に開発使用されてきた薬品注入量や通水量の自動制御にしろ、その基礎となるモデルはまったく経験的なものであった。¹⁾ 通常、数理モデルは経験的なモデルと構造的なモデルに2分され、また、概念的なモデルと定量的なモデルとに2分されるが、現在、浄水プロセスにおいて広く知られているモデルは、その多くが概念的な、かつ、構造的なモデルに属す。この原因としてはモデル化すべき対象機構が複雑なこともあるが、より大きな理由としては、(1)原

水水質が多岐にわたり、また、変動するために普遍的な、かつ、定量的なモデルが発達し難いこと、(2)浄水プロセスは、その目的が人間の健康に直接関与しきわめて高い安全性が要求されており、そのために従来の経験・実績の役割りが重く新たなモデルを試用する訓練の機会が少なかったことがあげられる。前者の点は衛生工学施設を通常の化学工学的施設から区別させる点であり、後者の点は下水処理システムの数理モデル化²⁾に比べ浄水システムのモデル化がそれほどなされなかった理由でもある。

しかし、それでは浄水システムが従来からつちかわれてきた方法を踏襲していけばよいかと言えば決してそうではなく、年々、汚濁し複雑化する原水水質に対処するためには常に現システムの安全度を把握し来たるべき危険性に対応しなければならない。また、要求水質の高度化などの問題についても同様に考えるべきで、そういった枠内における経済性、あるいは維持管理の合理化も追究されるべきである。ここにおいて数理モデルの受け持つべき役割りが明らかとなる。

わが国におけるもっとも普遍的な浄水方式は急速汚過システムであり、凝集、フロック形成、沈殿、急速汚過、殺菌といった5つの物理化学的な単位プロセスからなる。(図1)この方式での主な除去対象は、コロイド質、懸濁質、および微生物等であり、他の代表的な浄水方式で

図1 急速砂汚過プロセスのフローチャート

* 国立公害研究所総合解析部 〒305 茨城県筑波郡谷田部町小野川16-2 National Institute for Environmental Studies, (16-2 Onogawa, Yatabe-cho Tsukuba-gun Ibaraki Japan 305)

ある緩速砂浜過方式に比べ維持管理に高度の熟練が必要であるが狭い面積で大量の水を処理することができるため、今後もますます普及するものと考えられる。そこで、本稿においてもこれらの単位操作における数理モデルについて順次のべることにする。

2. 凝集・フロック形成操作

原水中に含まれる懸濁質のうち粒子径が 10μ 以上程度のものまでは沈殿操作によって直接に除去することが可能であるが 1μ 程度のいわゆるコロイドサイズになるとそのままの状態ではほとんど沈殿の効果を期待できず、また、急速浜過にかけても素通りしてしまう。一方 $1 m\mu$ 程度以下の不純物は吸着、イオン交換などの操作によってこれも水中から直接に除去できるから、結局、 $1 m\mu \sim 10 \mu$ 程度の不純物、懸濁質についてはこれを直接に除去し得ず、いったん、凝集操作をおこなうことによって集塊化し沈殿・浜過によって除去するといった2段階を経ることになる。このような集塊操作である凝集・フロック形成操作をさらにその機構によって分割してみると、(1)懸濁質粒子同志を近接・付着可能な状態にするような粒子の不安定化と、(2)不安定化した粒子間の衝突結合を促進する粒子輸送の段階とからなる。³⁾ 前者は基本的には界面化学的な問題が中心となり電気二重層のモデルあるいはこれを数学的に定式化した DLVO 理論⁴⁾ (Derjaguin - Landau - Verwey - Overbeek) などのモデルがあり、経験的に知られてきたシュルツ・ハーディ則などの電解質が粒子不安定化に及ぼす影響を説明し得るが、実際の浄水プロセス中に生じている凝集剤とコロイド粒子、凝集剤と溶媒、コロイド粒子と溶媒の相互作用を説明するにはその1局面をとらえているにすぎない。したがって、現状において、上記(1)に対する適切な条件の把握には個々の原水に対してジャテストなどの実験に基づき実験計画的な探索が不可欠となっており、^{1), 5)} 数理モデルの立場からは第二義的な使用と言えよう。

粒子輸送段階のモデル化については、問題が装置の設計・操作の重要な因子であり、かつ、比較的、水質の化学的性質に左右されない操作であるために多くの研究者によっておこなわれてきた。まず、その基礎となったのは 1917 年に発表された Smoluchowski⁶⁾ の研究である。Smoluchowski の研究はその後、Camp^{7), 8)} による実際のフロック形成池への適用、Gemmell⁹⁾ によるスモルコウスキーの方程式の数値解析とフロック密度のモデル化、¹⁰⁾ Kaufman^{11), 12), 13)} によるフロック破壊項と流れパターンの導入、丹保^{14), 15)} によるフロック形成数理モデルに基づいた形成池の合理的な設計法の開発などに発展され応用されてきたが、いまだ、(1)粒子、凝集剤の物理化学的性質の差異に基づく問題、(2)破壊に関する

問題、(3)フロック特性の履歴に関する問題などの解決されなければならない問題を残している。

さて、フロック形成段階における懸濁質粒子の成長変化に影響をおよぼす要因としては次のものがあげられる。

(1)懸濁質粒子の物理的条件：粒度、粒子数濃度、形状など

(2)懸濁質粒子、凝集剤の化学、電気的条件： ζ 電位、活性吸着容量などの粒子の不安定条件であり衝突合一確率（粒子が衝突した時に合一する確率）を支配する。

(3)媒質・場の条件：粒子輸送の原因力に関する条件であり、ブラウン運動、速度勾配場、乱流場、重力場など。

このような条件によって拘束されながら経時変化をしていく粒子粒度分布は一般に式(1)によって表わされる。

$$\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \int_0^v \alpha \cdot \beta(v', v-v') \cdot n(v, t) n(v-v', t) dv' - n(v, t) \int_0^\infty \alpha \cdot \beta(v, v') \cdot n(v', t) dv' + \left[\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} \right]_{\text{Break}} \quad (1)$$

ここに、 v ：フロックの体積、 t ：時刻、 $n(v, t)$ ：フロックの粒子数濃度（単位体積あたりの、粒子体積が v のフロックの個数）、 $\beta(v, v')$ ：凝集定数（体積 v と体積 v' のフロックが単位粒子数濃度存在する時に単位体積、単位時間中に発生する衝突回数）、 α ：衝突合一確率、また、 $\left[\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} \right]_{\text{Break}}$ はフロック破壊による増減を示す項である。式(1)は、Smoluchowski⁶⁾ がその離散形を初めて導いたためにスモルコウスキーの方程式、あるいは、より一般的には GDE (General dynamic equation)¹⁶⁾、ポピュレーションバランスの式¹⁶⁾ などと呼ばれる。ただし、式(1)は衝突合一によってもフロックの総体積が保存されるとの仮定のもとで導かれたもので、実際のフロックへの適用にあたっては、フロック中の固相重量などに読み替えをおこなうか、変数変換に伴うヤコビアンの影響を考慮する必要がある。

式(1)にて粒子輸送効果は凝集定数 β を通し、(1)体積 v と $v-v'$ のフロックの衝突合一によって体積 v のフロック個数を右辺第1項だけ増加させ、(2)体積 v のフロック間、あるいは、それ以外の体積 v' のフロックとの衝突合一により $v+v'$ の体積のフロックとなることによって右辺第2項だけ減少させる。当然、この $\beta(v, v')$ は輸送の原因力によって異なった形を取り、その代表的なものをあげると表1のようなになる。この表にもとづいて各輸送力の比較をおこなってみると、粒子粒径 1μ をほぼ境にして微小粒子側ではブラウン運動による集塊作用が、また、大粒子側では乱流による集塊作用が卓越する。¹⁹⁾ したがって、 1μ 以上の粒子に対しては攪拌強度によって容易に集塊成長が制御できるため、Camp 以後のモデルもこの

表 1 凝 集 定 数

機 構	$\beta (v_1, v_2)$	備 考
ブラウン運動	$4\pi(a_1 + a_2) \cdot (D_1 + D_2)$	Smoluchowski (1917) ⁶⁾ , Hidy (1965) ¹⁶⁾
速度勾配	$\frac{4}{3}G(a_1 + a_2)^3$	Smoluchowski ⁶⁾ (1917), Gillespie (1963) ¹⁶⁾
乱 流	$1.30(\frac{\varepsilon}{\mu})^{1/2}(a_1 + a_2)^3$	Saffman, Turner (1956) ¹⁷⁾
	$24\pi\beta_L(\frac{\varepsilon}{\mu})^{1/2}(a_1 + a_2)^3$	Levich (1962) ¹⁸⁾
動力沈降	$\pi l w_1 - w_2 l (a_1 + a_2)^2$	Müller (1926) ¹⁶⁾

a : 粒子半径 ($v = \frac{4}{3}\pi a^3$)

D : 粒子の拡散係数 $\sim kT/(6\pi\mu a)$

k : ボルツマン定数

T : 絶対温度

μ : 粘性係数

乱流場でも速度勾配による凝集定数 $\frac{4}{3}G(a_1 + a_2)^3$ を使用することが多い。このとき G 値は $G = (\varepsilon/\mu)^{1/2} = (\bar{P}/\mu \bar{V})^{1/2}$, $\bar{P}$: フロック形成池に与えた撹拌エネルギー, $\bar{V}$: フロック形成池の容積として推定する。⁷⁾

ε : エネルギー逸散率

β_L : Levich の係数

G : G 値 (速度勾配値)

w : 沈降速度

範囲を重点対象として発達した。実際、薬品混和池において凝集剤を加え、1～5分程度の強度の撹拌をおこなうと上記した物理化学的な粒子不安定化の段階はほぼ終了し数 μ 程度の微細なフロックが生成する。

後続する沈殿プロセスで除去対象となる粒子スケールは100 μ 程度以上であるから、こういったマイクロフロック、あるいは、さらに微細な粒子については集塊生長させ沈降処理が可能な大きさまでにしなければならない。いま、沈降処理が期待できないほど小さい粒子の粒子数濃度を N とすると、撹拌の初期を除いては式(1)右辺中の第1項が第2項に比べて無視できる(乱流凝集定数が衝突粒子径の和の3乗に比例し、対象とする粒子群が小粒子側である粒度分布左端に属するため)から、式(1)は表1の速度勾配凝集定数(本来ならば乱流凝集定数であるが、Saffmanらの解¹⁷⁾を使用すればほとんど同じである)

を代入すると式(2)のようになる。

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{4}{\pi} \alpha G \phi N + \left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Break}} \quad (2)$$

ここに、 ϕ はフロックの体積分率である。式(2)において α , G , ϕ を近似的に一定と考え、破壊の項 $(dN/dt)_{\text{Break}}$ を無視すると、

$$N(t) = N(0) \cdot \exp\left(-\frac{4}{\pi} \alpha G \phi t\right) \quad (3)$$

を得、 $\alpha G \phi t$ が所定の処理率を得るパラメータとなる。GT理論⁸⁾、CGT¹⁴⁾理論がこれに対応する。式(1)、(2)中の破壊項については、比較的多くの研究があるものの定まったものはない。モデル化の方向としては(i)所定の流体力に対しそれに抗し得る最大粒径を求めるものと、(ii)式(1)あるいは式(2)上にて速度論的に取らえるものとがあり、前者の場合では、式(1)中の積分範囲に制限を荷すことに

表 2 フ ロ ッ ク 破 壊 の モ デ ル

発 表 者	モ デ ル	備 考
Argaman (1968) ¹²⁾	$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Break}} = \frac{4B\phi G^2}{\pi^2 a_1^2}$	Thomas による破壊頻度モデル+表面浸蝕モデル, B : 定数, a_1 : 基本粒子半径
Parker (1970) ¹³⁾	$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Break}} = BG^{-m_1}$ $D_{\text{max}} = K_B G^{-m_2}$	媒質・水間の速度差による抗力モデル, D_{max} : 最大フロック径, m_1, m_2 : 下表
丹保ら (1970) ²³⁾	$D_{\text{max}} = K_B G^{-m_3}$	基本粒子間の付着力=動圧強度差, m_3 : 下表
松尾ら (1974, 1981) ^{24), 25)}	$D_{\text{max}} = BS/\bar{G}$, $BS/\bar{u}^2$	面力モデル, S : 抗破壊面力, $\bar{u}^2$: 乱れ強度
住友ら (1978) ²¹⁾	$P_b(v) = Bv^{1 \sim 2} G^6$ $D_{\text{max}} = K_B G^{-m_4}$	破壊関数の仮定, 実測 $m_4 = 0.984 \sim 1.44$
Boadway (1978) ²⁶⁾	$\left(\frac{dN}{dt}\right)_{\text{Break}} = B\mu_0 \alpha \beta G^2 \bar{N}$	Taylor による双極子破壊モデル μ_0 : 媒質粘性係数, $\bar{N}$: 全フロック数濃度, β : 定数

(表 2)

m_1, m_2, m_3 は次表による。ただし $K\rho$ は密度関係 $Pe = aD^{-K\rho}$ の係数, D : フロック径

破壊様式	乱流領域	m_1	m_2	m_3
表面浸蝕	粘性小領域	2	1	—
	慣性小領域	4	2	—
分割	粘性小領域	—	1/2	$\frac{3}{3+K\rho}$
	慣性小領域	—	1/2	$\frac{2}{1+K\rho}$

よって処置すること¹⁴⁾もある。後者において、粒子間の衝突破壊効果などを考えない自崩壊的なモデルでは、その基礎式は次のようになる。^{20), 21), 22)}

$$\left(\frac{dn(v, t)}{dt}\right)_{\text{Break}} = -P_B(v) \cdot n(v, t) + \int_v^\infty n(v', t) \cdot P_B(v') \frac{\partial}{\partial v} G(v, v') dv' \quad (4)$$

ここに、 $P_B(v)$: 破壊速度係数、 $G(v, v')$: v' のフロックが v のフロックに破壊するときの破壊様式を表わす確率関数である。表 2 は最大粒径のモデルを含め、破壊モデルを一覧したものであるが、これらからもわかるように過度に強い混合(高い G) は効率が悪い。たとえば、Argaman ら¹²⁾ のモデルを式(2)に代入すれば、式(5)となる。

$$N(t) = N(0) \exp(-Kt) + N_\infty [1 - \exp(-Kt)] \quad (5)$$

ただし、 $K = \frac{4}{\pi} \alpha G \phi$, $N_\infty = BG / (\alpha \pi a_1^2)$ であり所定の残存率 $N(t)/N(0)$ に対する必要最小混合時間などの計算に役立つことがわかる。

式(3)(5)は、式(1)のもっとも簡単な解の例であるが、丹保ら^{28), 29), 14), 15)} は粒度分布の自己保存的な成長仮定²⁷⁾ 補完された式(1)の数値解析をおこない、フロックの沈降、破壊特性をあらわすフロック密度関係、フロック強度関数などと総合してフロックの沈降除去率を最終的な制御変数とする一連のノモグラムを作成しており、

表 3 単粒子の沈降速度

Re	沈降速度	備考
$< 10^\circ$	$\frac{2g(\rho_s - \rho_L)a^2}{9\mu}$	ストークスの式
$10^\circ \sim 500$	$\left[\frac{32(\rho_s - \rho_L)^2 g^2 a^3}{225 \mu Pe} \right]^{1/3}$	アレンの式
$500 \sim 10^5$	$\left[\frac{6g(\rho_s - \rho_L)a}{Pe} \right]^{1/2}$	ニュートンの式

Re: レイノルズ数 ($2wa\rho_L/\mu$), μ : 粘性係数, ρ_L : 水の密度, ρ_s : 粒子の密度, g : 重力加速度, a : 粒子半径
 ω : 沈降速度

現象の構造性とモデルの実用性を巧みに総合させた研究を行っている。

3. 沈殿操作

沈殿操作は、通常、重力を利用して水中の懸濁質を水から分離する操作であり、粒子の沈降式がモデル中のもっとも重要な要素となり、その基本である球形単一粒子の自由沈降では、表 3 のように表わされる。このような単一粒子の自由沈降は、懸濁質濃度が低く、粒子同志が互いに集塊しない時のみ許容される仮定であり、それ以外の時には何らかの補正をおこなう必要がある。表 4 は高濃度時の干渉沈降に係る補正係数である。集塊しながら沈降する凝集沈降の場合でも実験的に求められる補正係数³⁴⁾を利用することができる。

実際の沈降池内における凝集性の沈降に関して、Camp³⁵⁾ は、粒子の沈降速度差に原因する集塊作用と流れの速度勾配による集塊作用をあげ、理想沈降池の立場から、前者の効果は除去率に対しあまり影響しないとしているが、これには疑問がある。凝集沈降は微視的には、式(1)の右辺を利用して式(6)で記述されるであろう。³⁶⁾

$$\frac{\partial n(v, t)}{\partial t} + w(v) \frac{\partial n(v, t)}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} Dz \frac{\partial n(v, t)}{\partial z} + \left(\frac{\partial n(v, t)}{\partial t}\right)_{\text{Coag}} \quad (6)$$

ここで、 Dz : 粒子の鉛直方向拡散係数、 $\left(\frac{\partial n(v, t)}{\partial t}\right)_{\text{Coag}}$: 式(1)右辺、 $w(v)$: 単粒子自由沈降速度である。森吉沢³⁶⁾ 楠田ら³⁷⁾ は差分法とかモンテカルロ法を使用して式(6)の解析をおこない実験値との比較をおこなっているがその実用化にはいまだ遠い。

表 4 濃度補正係数(干渉沈降に関する補正係数)

発表者	補正係数	備考
Steinour(1944) ³⁰⁾	$\epsilon \cdot 2 \cdot 10^{-1.82(1-\epsilon)}$	$\epsilon = 0.3 \sim 0.7$
Maude ら(1958) ³¹⁾	ϵm	$m = 2.3 \sim 4.6$
Richardson ら(1961) ³²⁾	ϵm	$m = 2.36 \sim 4.65$
Happel ら(1965) ³³⁾	$[1 + k(1-\epsilon)]^{1/3}$	$k = 1.30 \sim 1.91$

ϵ : 空隙率

図 2 理想沈殿池

池内の流動状況たとえば、流入水の慣性、乱流、風による吹送、懸濁質濃度とか水温による密度勾配によって生ずる流れは沈殿池の効率を大きく変化させる。こういった流動状況が除去効率におよぼす効果を説明するために従来から数多くのモデルが提案されてきたが、まずその基本となったのは理想沈殿池論^{38), 35)}である。

理想沈殿池とは(1)流れの方向が水平で沈殿帯内のすべての点での流速が等しく、(2)沈殿帯の流入端における鉛直断面内の濁質濃度は均一であり、(3)沈積帯に到達した粒子はすべて除去される、といった仮定を満たす仮想の沈殿池(図 2)であり、その除去率 E は

$$E = \begin{cases} 1 & (w > w_0) \\ \frac{w}{w_0} & (w \leq w_0) \end{cases} \quad (7)$$

あるいは、

$$E = \int_{w_0}^{\infty} f(w) dw + \int_0^{w_0} \frac{w}{w_0} f(w) dw \quad (7')$$

となる。ここに、 w : 粒子沈降速度、 w_0 : 表面負荷率 ($w_0 = Q/A = H/T$)、 Q : 処理流量、 A : 池表面積、 H : 池深、 T : 滞留時間、 $f(w)$: 懸濁粒子群の沈降速度の確率分布、であり、式(7)は粒子沈降速度が流入粒子群について一定の時、式(7)'は分散している場合である。

式(7)の除去率を得るために上記(1)~(3)の仮定は必ずしも必要ではない。特に鉛直面内での偏流を認めても除去率低下をもたらさない。^{39), 40)} 一方、実際の沈殿池では流体の乱れにもとづく混合が生じ理想沈殿池で期待されるような除去率を発揮できないのが普通である。このような流れ系を表現する常踏手段として完全混合モデル、槽列完全混合モデル、分散モデル、さらに、多次元移流・拡散モデルがあるが、これらはいずれも沈殿池流動モデルとして採用されてきた。(表 5) これらのモデル間の相互関係は他の水系モデルに見られるものと同様である。

理想沈殿池ではその仮定(3)において沈積粒子の再浮上

表 5 沈 殿 池 流 動 モ デ ル

モ デ ル	流 動 ・ 混 合 状 態	備 考
理 想 沈 殿 池	押し出し流れ、混合なし	$R = 1 - T/t_0$, $t_0 = H/w$, Hazen (1904) ³⁸⁾ , Camp (1946) ³⁵⁾ , Fitch (1956) ³⁹⁾
Hazen I 型	完全混合槽	$R = (1 + T/t_0)^{-1}$, Hazen (1904) ³⁸⁾
Hazen II 型	n 回の瞬間的完全混合	$R = [1 - T/(nt_0)]^n$, Hazen (1904) ³⁸⁾
Fair 型	槽列完全混合槽	$R = [1 + T/(nt_0)]^{-n}$, Fair (1954) ⁴¹⁾
1 次元分散モデル	移流 + 流下方向拡散	高松ら (1965) ⁴²⁾ , 1967 ⁴³⁾ , 内藤 (1969) ⁴⁴⁾
2 次元拡散モデル	一様流 + 鉛直方向拡散	Camp (1946) ³⁵⁾
	Camp モデル + 偏流	合田 (1953) ⁴⁵⁾
	一様流 + 鉛直・流下方向拡散 + 再浮上	高松ら (1970) ⁴⁶⁾ , 芝 (1973) ⁴⁷⁾
	対数分布流速 + 鉛直方向拡散放物形分布	栗谷ら (1978) ⁴⁸⁾
	一様流 + 鉛直方向拡散放物形分布	栗谷ら (1981) ⁴⁹⁾
密度流モデル		中川 (1956) ⁵⁰⁾ , 栗谷ら (1969) ⁵¹⁾ , Wouda (1977) ⁴⁰⁾
吹送流モデル		高松ら (1967) ⁵²⁾
短絡流モデル		中川 (1962) ⁵³⁾ , 住友ら (1973) ⁵⁴⁾
流動モデルの 非定常特性	1 次元分散モデル	芝 (1973) ⁴⁷⁾ , 1979 ⁵⁵⁾

R : 残存率

はないと考えたが、実際の沈殿池では流れの摩擦や乱れによって再浮上が発生する。Camp,³⁵⁾ Ingersoll⁵⁶⁾ は限界掃流力の立場から再浮上防止の限界流速を導入しているが、表5にあげた沈殿池流れモデルの立場からは、沈殿池底面における境界条件の変更⁵⁷⁾によっても対処し得る。

$$\left(D_z \frac{\partial C}{\partial z} + r w C \right) \text{底面} = 0 \quad (8)$$

ここに、 r ：再浮上に関するパラメータであり、表6のような物理的意味をもっている。

式(8)の境界条件によって2次元移流・拡散方程式を解析し沈殿除去率を求める計算は合田⁵⁷⁾ 芝ら⁴⁶⁾ に⁴⁷⁾ によっておこなわれている。あるいはまた、この境界条件と水深方向の完全混合仮定でもって、流れ方向一次元分散モデルを導いてみると式(9)を得る。

$$\bar{V} \frac{dC}{dx} + \frac{w}{H} (1-r) C = \bar{D}_x \frac{d^2 C}{dx^2} \quad (9)$$

ここに、 x は水平座標であるが、 $\bar{V}$ 、 $\bar{D}_x$ については $w(1-r)$ をあらためて“見かけの沈降速度”と見なしてよいが如く、いわゆる分散理論で論じられる“見か

表6 再浮上のパラメータ r

r	物理的意味
0	再浮上量が0で沈殿のみ
0～1	沈殿量の方が再浮上量より大きい
1	沈殿と再浮上が平衡する
1以上	再浮上量が沈殿量をうまわる

けの粒子断面平均流速”，および“移流分散係数”となり概念的な性格が強いものであることに注意しなければならない。^{58), 59)} さらに、式(9)右边を無視（混合状態が特に悪い場合を除き残存率の差は5%以内）すると、式(9)は1次反応的挙動を示し、その残存率 R は式(10)のようになる。

$$R = \exp \left(-\frac{w(1-r)}{H} t \right) \quad (10)$$

こういった残存率の1次反応的パターンは実測などによってしばしば報告^{60), 61)} されており、理想沈殿池における0次反応的なパターンと対照をなす。

4. 急速汚過操作

急速汚過操作では水を100 m/日程度以上の汚過速度で砂などの粒状層を通すことによって水中の微細な粒子の除去をおこなう。この汚過操作における数学的モデル化の努力は岩崎富久⁶²⁾ に始まり、その後、多くの研究者によって進められてきた。

モデル化の方向は大別して、微視的に単一粒子の挙動から出発する方法（軌道モデル）と、巨視的に単位長さ当りの汚層での除去量を汚速、汚材粒径、水粘性などの測定可能なパラメータによって定量化する方法とに2分される。両者の方法は当然、表裏一体をなすものであり、その統一化についても努力が払われてはいるものの実際の設計にそのまま適用できるようなモデルは完成されていない。その理由としては、(1)除去メカニズムがきわめて多くの物理・化学的因子の影響を受けており、これらが原水特性、凝集操作の状況に対し複雑かつ敏感に応答すること、(2)除去される物質が汚材内に蓄積し、系の特性を時間的、場所的に変化させること、(3)その結果、開発されてきたモデル式は水質、汚材等の状況に応じて個々の実験により求めなければならない定数を多く含む実際の使用を妨げていることがあげられる。

通常、汚過の数理モデルは、次の3式から成立する。

$$\frac{1}{V_i} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial z} = -\lambda C \quad (11)$$

$$\frac{1}{V_i} \frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial C}{\partial z} = -\frac{1}{\bar{V}} \frac{\partial C}{\partial t} \quad (12)$$

$$\lambda = f(\epsilon, \sigma, \dots) \quad (13)$$

ここに、 V ：汚過速度（空筒速度）、 V_i ：間隙流速 $= V / (\epsilon_0 - \sigma^*)$ 、 σ ：汚層の単位体積に抑留された懸濁粒子重量、 σ^* ：汚層の単位体積に抑留された懸濁粒子が占める体積、 ϵ_0 ：汚材の初期間隙率、であり、 λ は汚過係数あるいは汚過阻止率と呼ばれる汚層単位長さ当りの抑留能を示す係数で、岩崎⁶²⁾によって提唱された。式(11)右边には再剝離の項をつけ加えることもある。また式(11)、(12)中の左辺第1項は第2項に比べはるかに小さいために無視するのが普通である。式(13)は阻止率 λ が初期間隙率、抑留量などの関数となることを示したもので、多くの研究者がその関数形を提案している。（表7）

表7 汚過係数 λ の表現

発表者	λ	備考
岩崎 ⁶²⁾ Stein ⁶³⁾	$\lambda_0 + a\sigma^*$	細汚材、低汚速、 $\bar{y} = 0$, $\bar{x} = 1$, a : 定数
Mints ⁶⁴⁾	$\lambda_0(1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_c^*})$	粗汚材、高汚速、 $\bar{y} = 0$, $\bar{x} = 1$
Ives ⁶⁵⁾	$\lambda_0 + a\sigma^* - \frac{b\sigma^{*2}}{\epsilon_0 - \sigma^*}$	中汚材、中汚速、 $\bar{y} = \bar{z} = 1$, a, b : 定数
Maroudas ら ⁶⁶⁾	$\frac{k_0}{V} (1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_c^*})$	$\bar{y} = \bar{z} = 0$, $\bar{x} = 1$
Sholji ら ⁶⁷⁾	$a / (V^b D^c \mu^c)$	a, b, c : 定数
Deb ⁶⁸⁾	$\frac{B}{LV} (\frac{x}{\epsilon_0 - \sigma^*})^A$	x : 抑留汚材と初期汚材の形状比の比であり汚材同志の接触点数と抑留による汚材径変化から求めることができる。 A, B : 定数

$\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$: 式(14)の指数, L : 汚層厚

また, Ives⁶⁹⁾はこれらを統一的に説明するモデルとして, 阻止率 λ は濁質の抑留に利用できる汚層の表面積と間隙流速とによって表現され得ると考え, (1)球形粒子モデル (2)細管モデル (3)間隙流速に関する Maroudas⁶⁶⁾のモデルを組合わせ式(14)を提案した。

$$\lambda = \lambda_0 \left(1 + \frac{\alpha}{\varepsilon_0} \sigma^* \right) \bar{y} \left(1 - \frac{\sigma^*}{\varepsilon_0} \right) \bar{z} \left(1 - \frac{\sigma^*}{\sigma_u^*} \right) \bar{x} \quad (14)$$

ここに, λ_0 : 初期阻止率, σ_u^* : 間隙流速が限界となった時の σ^* 値, $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$: 定数。

こういった λ の巨視的なモデル化のアプローチに対し除去の基本的なメカニズムから出発する方法では, 阻止率 λ と水中の個々の粒子の挙動を関連付けるために, 捕

表 8 捕集効率 η

輸送因子	η	備 考
ブラウン運動	$4.04 \left(\frac{UD}{D_p} \right)^{-2/3}$	Levich ¹⁸⁾
水流による接触	$\frac{3}{2} \left(\frac{d}{D} \right)^2$	Friedlander ⁷¹⁾
重力沈殿	$\frac{(\rho_s - \rho_L) g d^2}{18 \mu u}$	Yao ら ⁷⁰⁾

D: 汚材粒径, D_p : 粒子の拡散係数, d: 粒子径, ρ_s : 粒子の密度, ρ_L : 流体の密度, u: 粒子の接近速度, μ : 粘性係数, g: 重力加速度
電気2重層, 隣接汚材の影響については Spielman ら^{72), 73)}, Pfeffer ら⁷⁴⁾が扱っている。

集効率 η を定義する。 η とは汚材に運ばれてくる懸濁質粒子数のうちで, 汚材に衝突する粒子数の割合であり, 単一の球状汚材では式(15)によって λ と関係付けられる。⁷⁰⁾

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{1 - \varepsilon}{D} \alpha \cdot \eta \quad (15)$$

ここに, ε : 間隙率 = $\varepsilon_0 - \sigma^*$, D: 汚材径, α : 衝突合一係数 (汚材表面に達した粒子のうちで実際に付着する粒子の割合) である。 η は懸濁粒子が汚材表面に輸送される現因力によって異なり, 主なものについては表 8 に記す。 Yao ら⁷⁰⁾はこの表の各項の大きさを検討しほぼ $d = 1 \mu$ を境いに微小粒子ではブラウン運動が, 大粒子では水流接触, 沈降が卓越することを示している。

いずれの方法にしるモデルが作成されたならば, これらを何らかの方法で解析しなければならないが Mints⁷⁵⁾, Bodziony ら,⁷⁷⁾ Wright ら,⁷⁸⁾ 藤田,⁷⁹⁾あるいは Saatci⁸⁰⁾は解析的な方法により, Ives,⁸¹⁾ Deb,⁸²⁾あるいは Adin⁸³⁾は数値解析的な方法によって式(11)~(13)の解を示している。さらに, こういった解を汚過池の最適な設計・操作に応用した例⁸¹⁾もある。たとえば, 汚過継続時間には許容最大損失水頭から決まる t_H と許容水質から決まる t_C があるが, 経済上 $t_C = t_H$ とすることが望ましい。

図 3 最適汚過継続時間

これを汚層厚 L をパラメータにして $t-L$ 平面に描いてみると図 3 のようになる。 t_C , t_H 曲線の交点 (L_{opt} , t_{opt}) が 1 つの最適汚過継続時間となるが, さらに, 汚材径, 汚速などを操作パラメータとすればより最適な組合わせを見つけることも可能である。そのほか, 単なる操作・設計の用のみならず, 上向流汚過と下向流汚過の是非の計算など数々の応用が考えられるが, これらの決定を数理モデルが中心となっておこなうには未知の点も多く, 経験不足と考えられているのも現状である。

5. 殺 菌

殺菌は浄水プロセスの最後の安全弁として不可欠な過程である。その方法としては, 加熱, 光熱, 酸・アルカリなどの方法が考えられるが, わが国では塩素による化学的殺菌のみが許容されている。殺菌作用のメカニズムは, 一般に殺菌剤が細胞内の酵素たんぱくと反応し不活化することにより説明されるが, エンテロウィルスの場合には酵素活性をもたないから異なったメカニズムを考えなければならない。このように, 殺菌の作用は殺菌剤, 微生物に応じ様々であり複雑でもあるが, 経験的には殺菌の数理モデルとして式(16)のような 1 次反応式が使用されてきた。⁸⁴⁾

$$\frac{dN}{dt} = -k' N \quad (16)$$

ここに, N : 単位体積当りの微生物数, k' : 反応定数である。これを Chick の法則と言う。Chick の法則は殺菌のみならず, 一般水系における微生物の自浄作用を表わすことができると言われる⁸⁵⁾が, 多くの場合 k' が時間と共に増加したり減少したりする。Rich,⁸⁶⁾ Fair⁸⁷⁾らは式(16)に替わって

$$\frac{dN}{dt} = -k'' t N \quad (17)$$

によって塩素殺菌の自触媒的な実験値を表現したが, より一般的には殺菌剤の濃度効果をも含めて式(18)が考えられる。⁸⁸⁾

$$\frac{dN}{dt} = -k t^{m_1} C^{m_2} N \quad (18)$$

ここに、 C ：殺菌剤濃度である。 k 、 m_1 、 m_2 は微生物、殺菌剤によって異なり、また注入・混合方法によっても左右されることが知られている。このほか、自触媒的あるいは遅滞的な殺菌反応のモデル化として式(19)⁸⁹⁾、(20)⁹⁰⁾も提案されている。

$$\frac{dN}{dt} = -k_1 N - k_2 N (N_0 - N) \quad (19)$$

$$\frac{dN}{dt} = -\frac{k_4 CN}{1 + k_3 Ct} \quad (20)$$

ここに、 k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 ：定数、 N_0 ：初期における微生物個数濃度である。

式(18)を積分することによって、

$$N(t) = N_0 \cdot \exp \left[-kC^{m_2} t^{m_1+1} / (m_1+1) \right] \quad (21)$$

($m_1 \neq -1$)

を得るが、これから所要の除去率を得るために必要な殺菌剤濃度 C と時間 T の関係として、

$$C^m T = \text{一定}, \quad m = \frac{m_2}{m_1+1} \quad (22)$$

が存在することがわかる。また、Selleck⁹¹⁾らは式(18)、(20)をあわせ考えることによって式(23)を提唱している。

$$N(t) = \begin{cases} N_0 \left(\frac{Ct}{b} \right)^{-m} & (Ct \geq b) \\ N_0 & (Ct < b) \end{cases} \quad (23)$$

ここに、 b ：定数である。

式(22)の m は殺菌剤、微生物の種類によって変化し一定ではないが、1で近似することも多く、このように簡単化することによってさまざまな条件下でおこなわれた殺菌実験を統一評価する根拠となり得る。(たとえば、文献92)

下水処理と異なり浄水プロセスにおける塩素殺菌操作の個々の施設の設計・管理で上記のモデルを使用することはまずないが、適正な残留塩素量の決定とか、近年、盛んにおこなわれている代替殺菌剤の探索⁹²⁾にはこういった殺菌モデルの開発は欠かすことができないと考えられる。

6. ま と め

以上、急速汙過システムにおける凝集・フロック形成、沈殿、汙過、殺菌プロセスの数理モデルを概観したが、これらをまとめれば、いずれもその共通するところとして一次反応もしくは擬一次反応的な構造をもっていることがわかって。すなわち、各操作の流入一処理水濃度の関係にはおおよそ式(24)が成立する。

$$C_{out} = C_{in} \cdot \exp [-KT] \quad (24)$$

ここに、 C_{out} ：処理水濃度、 C_{in} ：流入水濃度、 T ：

表 9 反 応 係 数 K

操 作	定数	付着係数	衝突輸送頻度	備 考	
フロック形成	$4/\pi$	α	G	ϕ	式(2) (3)
沈 殿		$(1-r)$	$\frac{w}{H}$		式(10)
汙 過	$\frac{3}{2}$	α	$\frac{\eta V}{D}$	$1-\varepsilon$	式(11) (15)
殺 菌	k	$(C^{m_2} t^{m_1})$			式(18)
操作因子		凝集剤 殺菌剤	エネルギー投入量	フロックプランケット濃度、凝集補助剤、汙材	

反応係数 K = 定数・付着係数・衝突輸送頻度

表 10 K の オ ー ダ ー

操 作	付着係数(-)	衝突輸送頻度 (sec^{-1})	$K (\text{sec}^{-1})$
フロック形成池	10^{-1}	$10^1 (G) 10^{-3} (\phi)$	10^{-3}
高速接触沈殿池	10^{-1}	$1 (G) 10^{-1} (\phi)$	10^{-2}
横流式沈殿池	1	10^{-4}	10^{-4}
傾斜板沈殿池	1	10^{-3}	10^{-3}
急速汙過池	$10^{-1} 94)$	10^{-2}	10^{-3}
緩速汙過池	$10^{-3} 94)$	10^{-1}	10^{-4}

滞留、接触時間であり、 K は処理剤、同薬注量、投入エネルギー量などによって変化する有効衝突頻度とも言うべき量である。個々の操作に則してまとめれば、表9のようになる。表10はそれらのオーダーを示す。

現在のところ各操作モデルを統合シシステム全体としての数理モデルを作成することは若干の例外^{5), 95), 96)}を除いてはほとんどおこなわれていない。通常、個々の単位操作は前段プロセスの操作にきわめて大きな影響を受けており、また、前段操作を補完する作用もしている。こういった相互作用を捨象して発達してきた各単位操作モデルを単に複合させ全体としての挙動を把握しようとしても問題は多い。1.にのべた水道の安全性の問題、原水の高多様性の問題とあわせ、今後の研究を切望する点である。

謝 辞

最後に本文をまとめるにあたりご指導、ご校閲を賜わった京都大学工学部・住友恒教授、国立公害研究所総合解析部・内藤正明主任研究官に謝意を表す。

(原稿受理：昭和57年1月20日)

一 引 用 文 献 一

- 1) たとえば、Miura, R., Ono, R. and Yamasaki, K. (1977): A computer control model of coagulation in water filtration plant, Proc. IFAC Symp.

- Kyoto, Japan, 453.
- 2) Andrews, J.F. (1972): Dynamic models and control strategies for wastewater treatment processes, 8th Annual Workshop of Mathematical Modeling in Environmental Engineering, Bahamas.
- 3) O'Melia, C.R. (1969): A review of the coagulation process, Public Works, 100, 87.
- 4) Verwey, E.J.W., Overbeek, J.Th.G. (1948): Theory of the stability of lyophobic colloids, Elsevier Publishing Co.
- 5) 森尾宗俊 (1964): 浄水場の水質管理に関する基礎的研究, 京都大学修士学位論文.
- 6) Smoluchowski, M.V. (1917): Versuch einer mathematischen Theorie der Koagulationskinetik Kolloider Lsungen, Z. Physik, Chemie., 92, 129.
- 7) Camp, T.R. and Stein, P.C. (1943): Velocity gradients and internal work in fluid motion, J. Boston Soc. Civ. Eng., 30, 219.
- 8) Camp, T.R. (1953): Flocculation and flocculation on basins, Proc. ASCE, 79, 283, 1.
- 9) Fair, G.M. and Gemmell, R.S. (1964): A mathematical model of coagulation, J. Colloid Sci., 19, 360.
- 10) Gemmell, R.S. (1968): A size-density relationship for flocs, J. AWWA, 60, 9, 1040.
- 11) Harris, H.S., Kaufman, W.J., and Krone, R.B. (1966): Orthokinetic flocculation in water purification, Proc. ASCE, 92, SA6, 95.
- 12) Argaman, Y. and Kaufman, W.J. (1968): Turbulence in orthokinetic flocculation, No. 68-5, SERL, Univ. of Calif., Berkeley, Calif.
- 13) Parker, D.S., Kaufman, W.J., and Jenkins, D. (1972): Floc breakup in turbulent flocculation Processes, J. ASCE, 98, SA1, 79.
- 14) Tambo, N. and Watanabe, Y. (1979): Physical aspect of flocculation process I, Fundamental treatise, Water Research, 13, 429.
- 15) Tambo, N. and Hozumi, J. (1979): Physical aspect of flocculation process II, Contact flocculation, Water Research, 13, 441.
- 16) Friedlander, S.K. (1977): Smoke, dust and haze, John Wiley & Sons. Inc.
- 17) Saffman, P.C. and Turner, J.S. (1956): On the collision of drops in turbulent clouds, J. Fluid Mech., 1, 16.
- 18) Levich, V.G. (1962): Physicochemical hydrodynamics, Prentice-Hall Inc.
- 19) 丹保憲仁 (1964): 水処理における凝集機構の基礎的研究(I), 水道協会雑誌, 361, 2.
- 20) 楠田哲也 (1973): フロックの形成条件がその性質におよぼす影響, 土木学会論文報告集, 217, 33.
- 21) 住友恒, 宇治貞宏 (1978): フロックの破壊頻度に関する研究, 第33回年次学術講演会第II部, 土木学会.
- 22) Gardner, R.P. and Austin, L.G. (1962): A chemical engineering treatment of batch grinding, Symposium Zerkleinern, Verlag Chemie Weinheim, 217.
- 23) 丹保憲仁, 山田浩一, 穂積準 (1969): フロック強度に関する研究, 水道協会雑誌, 427, 4.
- 24) 松尾友矩 (1974): フロックの破壊機構と強度に関する研究, 土木学会論文報告集, 229, 31.
- 25) Matsuoka, T. and Unno, H. (1981): Forces acting on floc and strength of floc, Proc. ASCE, EE3, 527.
- 26) Boadway, J.D. (1978): Dynamics of growth and breakage of alum floc in presence of fluid shear, Proc. ASCE 104, EE5, 901.
- 27) Swift, D.L. and Friedlander, S.K. (1964): The coagulation of hydrosols by brownian motion and laminar shear flow, J. Colloid Sci., 19, 621.
- 28) Tambo, N., Watanabe, Y. (1979): Physical characteristics of flocs. I, The floc density function and aluminium floc, Water Research, 13, 409.
- 29) Tambo, N., Hozumi, J. (1979): Physical characteristics of flocs II, Strength of floc, Water Research, 13, 421.
- 30) Steinour, H.H. (1944): Rate of sedimentation, Ind. and Eng. Chem., 36, 618.
- 31) Maude, A.D. and Whitmore, R.L. (1958): A generalized theory of sedimentation, Brit. J. Appl. Phys., 9.
- 32) Richardson, J.F. and Meikle, R.A. (1961): Sedimentation and fluidization III, Trans. Int. Chem. Engrs., 39, 5, 348.
- 33) Happel, J. and Brenner, H. (1965): Low Reynolds number Hydrodynamics, Prentice-Hall.
- 34) 丹保憲仁 (1962): 凝集沈降に関する研究, 水道協会雑誌, 335, 31.
- 35) Camp, T.R. (1946): Sedimentation and the design of settling tanks, Trans. ASCE, 111, 895.
- 36) 森芳郎, 吉沢昭宜 (1968): 沈降性懸濁液中の凝集, 化学工学, 32, 12, 1233.

- 37) 古賀憲一, 萬久光, 栗谷陽一, 楠田哲也 (1980) : 凝集沈降に関する数値計算と衝突・付着総合効率について, 第16回衛生工学研究討論会, 土木学会衛生工学委員会.
- 38) Hazen, A. (1904) : On sedimentation, Trans. ASCE, 53, 52.
- 39) Fitch, E.B. (1956) : Flow path effect on sedimentation, Sewage & Industrial Wastes, 28, 1, 1.
- 40) Wouda, T.W.M., Rietema, K. and Ottengraf, S.P.P. (1977) : Continuous sedimentation theory, effects of density gradients and velocity profiles on sedimentation efficiency, Chem. Eng. Sci., 32, 351.
- 41) Fair, G.M. and Geyer, J.C. (1954) : Water supply and wastewater disposal, John Wiley and Sons.
- 42) 高松武一郎, 内藤正明 (1965) : 沈殿池およびばっ気槽効率におよぼす流体混合度の影響, 土木学会論文集, 121, 11.
- 43) 高松武一郎, 内藤正明 (1967) : く形沈殿池効率におよぼす均一流体混合の影響, 土木学会論文集, 139, 19.
- 44) 内藤正明 (1969) : 活性汚泥水処理プロセスの定式化と最適化に関する研究, 京都大学学位論文.
- 45) Goda, T. (1953) : A Study on the mechanism of transportation of suspended sediment and its application to increasing the efficiency of sedimentation basin, Mem. Faculty. Eng., Kyoto Univ., 15, 4, 253.
- 46) 高松武一郎, 内藤正明, 芝定孝 (1970) : 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 183, 43.
- 47) 芝定孝 (1973) : 沈殿池の設計操作に関する基礎的研究, 京都大学学位論文.
- 48) 栗谷陽一, 藤崎一裕 (1978) : 開水路等流状態としての沈殿池の特性, 土木学会論文報告集, 277, 133.
- 49) 栗谷陽一, 藤崎一裕 (1981) : 横流式沈殿池の諸特性の簡易計算法, 土木学会論文報告集, 315, 161.
- 50) 中川義徳 (1956) : 導流壁式, 中間整流壁式および2階槽式沈殿池についての模型による実験的研究 (その2), 水道協会雑誌, 258, 9.
- 51) 栗谷陽一, 楠田哲也 (1969) : 矩形沈殿池における密度流と死水, 土木学会論文報告集, 168, 25.
- 52) Takamatsu, T. and Naito, M. (1967) : Effects of flow conditions on the efficiency of a sedimentation vessel, Water Research, 1, 433.
- 53) 中川義徳 (1962) : 矩形沈殿池の沈殿効果についての理論的研究 (その1), (その2), 水道協会雑誌, 331, 15, 333, 28.
- 54) 住友恒, 横山繁樹 (1973) : 沈殿池流動に関する基礎的研究, 第28回年次学術講演会, 第II部, 土木学会.
- 55) Shiba, S. and Inoue, Y. (1979) : Dynamic estimation of settling basin performance, Proc ASCE, 105, EE6, 1113.
- 56) Ingersol, A. C., McKee, J. E. and Brooks, N. H. (1956) : Fundamental concepts of rectangular settling tanks, Trans. ASCE, 121, 1179.
- 57) 合田健 (1956) : 上水浄化における水理学上の基礎的諸問題, 京都大学学位論文.
- 58) 合田健 (1970) : 水質の変化とその予報に関する研究(2), 2次元等流としての厳密な解析について, 第6回衛生工学研究討論会, 土木学会衛生工学委員会.
- 59) 栗谷陽一, 藤崎一裕 (1981) : 開水路流れにおける沈降性粒子の平均移流速度と縦分散係数, 土木学会論文報告集, 311, 71.
- 60) American Society of Civil Engineers (1959) : Manuals and reports on engineering practice. No. 36.
- 61) Cordoba-Malina, J. F., Hudgins, R. R., and Silveston, P. L. (1978) : Settling in continuous sedimentation tanks, Proc. ASCE, 104, EE6, 1263.
- 62) 岩崎富久 (1935) : 汙過阻止率の計算, 土木学会誌, 24, 8.
- 63) Stein, P. C. (1940) : A study of the theory of rapid sand filtration, D. Sc. thesis, MIT, Cambridge, Mass.
- 64) Mints, D. M. (1966) : Modern theory of filtration, Special subject No. 10, Int. Water Supply Congress, Barcelona.
- 65) Ives, K. J. (1960) : Rational design of filters, Proc. Inst. Civil Engrs. 16.
- 66) Maroudas, A. and Eisenklam, P. (1965) : Clarification of suspensions : a study of particle deposition in granular media, Chem. Eng. Sci., 20, 867.
- 67) Sholji, I. and Ives, K. J. (1965) : Research on variables affecting filtration, Proc. ASCE, 91, SA4, 1.
- 68) Deb, A. K. (1969) : Theory of sand filtration, Proc. ASCE, 95, SA3, 399.
- 69) Ives, K. J. (1975) : The scientific basis of

- filtration, Noordhoff Int. Pub. Co.
- 70) Yao, K.M., Habibion, M.T. and O'Melia, C.R. (1971): Water and wastewater filtration, *Env. Sci. Tech.* 5, 11.
- 71) Friedlander, S.K. (1967): Particle diffusion in low speed flows, *J. Colloid Interface Sci.*, 23.
- 72) Spielman, L.A. and Goren, S.L. (1970): Capture of small particles from low-speed liquid flows, *Env. Sci. Tech.* 4, 135.
- 73) Spielman, L.A. and Fitzpatrick, J.A. (1973): Theory of particle collection under London and gravity forces, *J. Colloid Interface Sci.*, 42, 607.
- 74) Pfeffer, R. and Happel, J. (1964): An analytical study of heat and mass transfer in multiparticle systems at low Reynolds numbers, *AIChE J.*, 10, 605.
- 75) Mints, D.M. (1951): Kinetics of filtration of suspensions of low concentration, *Doklady Akad. Nauk*, 78, 2, 315.
- 76) Mints, D.M. and Krishtul, V.P. (1960): Investigation of the process of filtration of a suspension in a granular bed, *J. Appl. Chem.*, 33, 303.
- 77) Bodziony, J. and Kraj, W. (1966): Equation describing colmatage and suffusion phenomenon, *Bull. Acad. Pol. Sci., Ser. Sci. Tech.*, 14, 7, 417.
- 78) Wright, A.M., Kavanaugh, M.C. and Pearson, E.A. (1970): Filtration kinetics in water and waste water, First Annual Progress report to FWQA, SERL, Univ. of Calif., Univ. of Calif., Berkeley, Calif.
- 79) 藤田賢二 (1977): 急速ろ過工程の数学的表現 (I), 水道協会雑誌, 510, 12.
- 80) Saati, A.M. (1979): Application of adsorption method to filtration, Ph.D. thesis, Iowa State Univ., Ames, Iowa.
- 81) Ives, K.J. (1972): Optimization of deep bed filtration, First Pacific Chem. Eng. Congress, Pt. 1, Session 2, Separation Techniques, 99, Soc. Chem. Engrs. Japan and AIChE.
- 82) Deb, A.K. (1970): Numerical solution of filtration equations, *Proc. ASCE*, 96, SA2, 195.
- 83) Adin, A. (1978): Solution of granular bed filtration equations, *Proc. ASCE*, 104, EE3, 471.
- 84) Chick, H. (1908): An investigation of the laws of disinfection, *J. Hyg.* 8, 698.
- 85) Velz, C.J. (1970): Applied stream sanitation, John Wiley & Sons, Inc.
- 86) Rich, L.G. (1963): Unit processes of sanitary engineering, John Wiley & Sons, Inc.
- 87) Fair, G.M., Geyer, J.C. and Okun D.A. (1968): Water and waste water engineering, John Wiley & Sons, Inc.
- 88) Johnson, J.D. (ed.), (1975): Disinfection water and wastewater, Ann Arbor Science Pub. Inc.
- 89) Weber, W.J. (1972): Physicochemical processes for water quality control, John Wiley & Sons, Inc.
- 90) Gard, S. (1957): Chemical inactivation of viruses, *Nature of Viruses, CIBA Foundation Symp.*, 123,
- 91) Collins, H.F. and Selleck, R.E. (1971): Process kinetics of wastewater chlorination, No 72-5, SERL, Univ. of Calif., Richmond, Calif.
- 92) Subcommittee on efficacy of disinfection of the safe drinking water committee (1979): The disinfection of drinking water, Board on toxicology and environmental health hazards, Assembly of life sciences, National Research Council, National Academy of Sciences, Washington D.C..
- 93) Stumm, W. (1977): Chemical interaction in particle separation, *Env. Sci. Tech.* 11, 12, 1065.
- 94) O'Melia, C.R. (1973): Physical and chemical considerations in filtration, Filtration of water and wastewater, Dept. Civil Eng., Univ. Mich., Ann Arbor, Mich.
- 95) Hedden, K.F. (1980): Water treatment model for pollutant exposure assessment, *J. Env. Sci. Health*, A15, 4, 285.
- 96) Ramaley, B.L., Lawley, D.F., Wright, W.C. and O'Melia, C.R. (1981) Integral analysis of water plant performance, *Proc. ASCE*, 107, EE3, 547.